UNIVERSITÄT LEIPZIG

**Institut für Produktionswirtschaft
und Industrielle Informationswirtschaft**

Marschnerstraße 31, 04109 Leipzig
Tel.: 0341 / 4941-182, Fax: -125

Arbeitsbericht Nr. 7

Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme

Band 3: Einführung in Stelle/Transition-Netze

von
Univ.-Prof. Dr. Stephan Zelewski

<zelewski @ hpswifa.wifa.uni-leipzig.de>

Leipzig 1995

Inhaltsverzeichnis zu Band 3

3 Stelle/Transition-Netze als Standardversion des Petrinetz-Konzepts

3.1 Überblick

Das Konzept der Stelle/Transition-Netze zeichnet sich durch drei wesentliche Eigenschaften aus. Erstens herrscht in der Literatur zum Petrinetz-Konzept[1)] weitgehender Konsens hinsichtlich der Definition von Stelle/Transition-Netzen. Sie liefern daher eine weithin akzeptierte und stabile Argumentationsgrundlage[2)]. Zweitens lassen sich Stelle/Transition-Netze - im Vergleich zu zahlreichen anderen Netzarten[3)] - relativ kompakt und anschaulich darstellen. Auch dies legt es nahe, netzbezogene Argumentationen auf Stelle/Transition-Netze zu gründen. Drittens bildet die formale Definition der Stelle/Transition-Netze einen gemeinsamen Angelpunkt, aus dem heraus in dieser Arbeit alle weiteren, für die Modellierung Flexibler Fertigungssysteme interessierenden Aspekte von Petrinetzen entfaltet werden können[4)]. Daher dienen Stelle/Transition-Netze für die hier vorgelegten Untersuchungen als Standardversion des Petrinetz-Konzepts.

Alle nachfolgend behandelten "Netze"[5)] stellen strenggenommen abstrakte Netzschemata[6)] dar. Jedes Netzschema wird durch eine formale Netzdefinition konstituiert[7)], die von einer Vielzahl verschiedener konkreter Netze erfüllt werden kann. Die Gesamtheit aller konkreten Netze, welche dieselbe Netzdefinition erfüllen, werden als eine Netzklasse[8)] bezeichnet[9)]. Jedes Netzschema ist also ein abstraktes Netz, das eine Klasse von definitionsgleichen, aber unterschiedlich ausgeprägten konkreten Netzen beschreibt[10)]. Um die Diktion zu vereinfachen, wird nachfolgend nicht mehr zwischen abstrakten Netzen (Netzschemata) und konkreten Netzen (Schemaausprägungen) differenziert. Statt dessen werden beide unter den Oberbegriff der Netze subsumiert[11)].

Das *Konzept* der Stelle/Transition-Netze wird nicht auf die reine Definition dieser Netzart beschränkt. Vielmehr wird eine breitere Perspektive gewählt. Sie schließt auch diejenigen konzeptionellen Grundlagen ein, auf denen Stelle/Transition-Netze im wesentlichen[12)] beruhen. Daher werden zunächst Allgemeine Netze und Petrinetze (i.e.S.[13)]) eingeführt. Vor diesem Hintergrund werden Stelle/Transition-Netze sukzessiv hergeleitet[14)].

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Diese Literatur wird fortan auch kurz als Netzliteratur angesprochen.

2) Vgl. PAGNONI (1990), S. 134: "Place/transition nets are the most widely applied and the best studied class of Petri nets, so that they are often called Petri nets tout court." Vgl. ebenso zur Bevorzugung von Stelle/Transition-Netzen ABEL,D. (1990), S. 4.

3) Gemeint sind hiermit vor allem Prädikat/Transition-Netze, "high level"-Netze, Gefärbte Netze, Synthetische Netze u.ä.; Näheres dazu später.

4) Es ist schwer, einen gemeinsamen Ausgangspunkt *aller* Varianten des Petrinetz-Konzepts zu identifizieren. Neben den hier gewählten Stelle/Transition-Netzen können z.B. auch Bedingung/Ereignis-Netze als Basis für die Entfaltung des Petrinetz-Konzepts herangezogen werden. So sieht z.B. PETRI,C. (1976b), S. 12, die Bedingung/Ereignis-Netze als gemeinsame Klammer an, auf die sich alle Netzklassen zurückführen lassen. Bei dieser Reduktion auf Bedingung/Ereignis-Netze ist es einerseits möglich, die Konstrukte einer Netzklasse unmittelbar mit entsprechenden Konstrukten aus Bedingung/Ereignis-Netzen zu identifizieren. Andererseits können Netzkonstrukte aus einer Netzklasse aus den Konstrukten von Bedingung/Ereignis-Netzen schrittweise aufgebaut werden. Vgl. zu Beiträgen, in denen verschiedene Netzklassen auf Bedingung/Ereignis-Netze als gemeinsame konzeptionelle Basis zurückgeführt werden, PETRI,C. (1976b), S. 11f.; PETRI,C. (1979c), S. 82; REISIG (1985b), S. 128; REISIG (1986a), S. 152; REINEKE (1986), S. 5; PAGNONI (1990), S. 134, 139 u. 160. Allerdings erstrecken sich die Rückführungsmöglichkeiten auf Bedingung/Ereignis-Netze keineswegs - wie von PETRI behauptet - auf alle Netzklassen. Denn der Reduktionszusammenhang geht spätestens dann verloren, wenn eine Netzklasse Konstrukte umfaßt, die bei der Rückführung auf Bedingung/Ereignis-Netze zu infiniten Netzkonstruktionen führen würden. Solche infiniten Konstruktionen sind aber nicht wohldefiniert. Beispielsweise wären infinite Netzkonstruktionen erforderlich, um unbeschränkte Markenkapazitäten aus Stelle/Transition-Netzen auf Bedingung/Ereignis-Netze zurückzuführen. Gleiches gilt für Inhibitorkanten aus Erweiterten Synthetischen Netzen. In solchen infiniten Fällen können die betroffenen Konstrukte einer Netzklasse allenfalls noch als Verallgemeinerungen von analogen Konstrukten aus Bedingung/Ereignis-Netzen aufgefaßt werden. Ein wohldefinierter Reduktionszusammenhang zu Bedingung/Ereignis-Netzen besteht dann aber nicht mehr. Darauf scheint auch HEINEMANN (1980), S. 3, abzuzielen. Er weist darauf hin, daß Netzklassen, die über Bedingung/Ereignis-Netze hinausführen, aus den vorgenannten Netzen nicht in hinreichend systematischer Weise hervorgingen. Die Beziehungen dieser Netzklassen zur Klasse der Bedingung/Ereignis-Netze seien unscharf. Vgl. zu ausführlicheren Darstellungen von Bedingung/Ereignis-Netzen GENRICH (1980b), S. 524ff.; ROSENSTENGEL (1982), S. 38, 66ff. u. 153f., insbesondere S. 74ff.; BEST,E. (1985e), S. 8ff.; REISIG (1986a), S. 19ff.; PAGNONI (1990), S. 17ff. u. 129ff.; THOME,R. (1990), Abschnitt K 3.4, S. 4 u. 43ff.; ROSENSTENGEL (1991), S. 55ff.
Ebenso lassen sich Geschehnisnetze (occurence nets) als Ausgangspunkt wählen, um das Petrinetz-Konzept zu entfalten. Denn die axiomatische Basis des Petrinetz-Konzepts kann so aufbereitet werden, daß sich zwangsläufig als erste Netzklasse die Geschehnisnetze ergeben. Darauf wird an anderer Stelle näher eingegangen. Geschehnisnetze werden näher erläutert bei PETRI,C. (1980b), S. 251ff.; ROSENSTENGEL (1982), S. 70ff.; BEST,E. (1985e), S. 5ff.; PAGNONI (1990), S. 165ff. (dort als "Execution Nets"); ROSENSTENGEL (1991), S. 44ff., 78ff. u. 85.
Aber auch für Geschehnisnetze gelten die Infinitheitsprobleme von Bedingung/Ereignis-Netzen, die voranstehend skizziert wurden. Denn Geschehnisnetze lassen sich als "Abwicklungen" von Bedingung/Ereignis-Netzen auffassen. Jede Abwicklung eines Bedingung/Ereignis-Netzes repräsentiert die Ausführung eines Prozesses. Eine Prozeßausführung besteht in einem Bedingung/Ereignis-Netz aus Ereignissen, die stattfinden, und aus Bedingungen, die durch die Ereignisgeschehnisse entweder erfüllt werden oder aber ihre Gültigkeit einbüßen. Ein Geschehnisnetz gibt die betroffenen Ereignisse und Bedingungen genau so wieder, wie sie während einer Prozeßausführung im Bedingung/Ereignis-Netz geschehen bzw. in ihren Gültigkeitsstati verändert werden. Vgl. z.B. PETRI,C. (1980b), S. 258f., insbesondere Abb. 1a) u. 1c) auf S. 259; PAGNONI (1990), S. 164 (allerdings in bezug auf Stelle/Transition-Netze); ROSENSTENGEL (1991), S. 49f. Daher handelt es sich bei einem Geschehnisnetz um eine prozeßspezifische Entfaltung (Abwicklung) des zugrundeliegenden Bedingung/Ereignis-Netzes. Zu jedem Bedingung/Ereignis-Netz gehören so viele Geschehnisnetze, wie sich im Bedingung/Ereignis-Netz Prozesse ausführen lassen. Wegen ihrer Prozeßspezifität werden die Geschehnisnetze oftmals als Prozeßnetze angesprochen. Mitunter werden sie auch als Kausalnetze bezeichnet, weil sie die Kausalzusammenhänge der ausgeführten Prozesse widerspiegeln. Vgl. zur Behandlung von Geschehnisnetzen als Prozeßnetze ROSENSTENGEL (1991), S. 45, 49f. u. 78. Vgl. ebenso zur Ausdeutung von Geschehnisnetzen als Kausalnetze ROSENSTENGEL (1991), S. 50 (dort noch mittelbar als "Kausalstruktur") u. 54f. (mit der Hervorhebung von Schleifenfreiheit und Unverzweigtheit der Stellen).
Es liegt außerhalb des Erkenntnisinteresses dieser Arbeit zu untersuchen, ob es überhaupt ein "Urnetz" gibt, aus dem tatsächlich *alle* Netzarten mit finiten Operationen abgeleitet werden können. A fortiori wird hier auch nicht der Frage nachgegangen, ob es sich - falls ein solches "Urnetz" existiert - dabei um Stelle/Transition-Netze, Bedingung/Ereignis-Netze, Geschehnisnetze oder um noch andere Netze handelt. Auch die Existenz finiter Reduktionszusammenhänge wird nicht weiter verfolgt. Statt dessen reicht es für die Ausführungen dieser Untersuchungen vollkommen aus, das Konzept der Stelle/Transition-Netze als Standard-Konzept zu betrachten. Dieses Standard-Konzept zeichnet sich vor allem durch eine "mittlere" Komplexität aus: Einerseits ist es umfassend genug, um alle später

entfalteten Konstrukte inhaltlich vorzubereiten. Andererseits erweist es sich als so einfach, daß es eine anschauliche Einführung in zentrale Aspekte des Petrinetz-Konzepts - wie z.B. konfliktionäre Aktivierungen und nebenläufige Schaltakte von Transitionen - erlaubt. Gegenüber Geschehnisnetzen besitzen Stelle/Transition-Netze den Vorzug, daß der Aspekt der Netzmarkierung unmittelbar definiert ist. Darüber hinaus besitzen Stelle/Transition-Netze den Vorteil, daß sie aufgrund ihrer Markenkapazitäten und Kantengewichte den später vorgestellten Synthetischen Netzen weitaus ähnlicher sind als Bedingung/Ereignis-Netze. Daher wird auf diese Stelle/Transition-Netze anschließend ausführlich eingegangen.
Es könnte befremden, daß Allgemeine Netze zuvor nicht als potentielle "Urnetze" erwähnt wurden, obwohl sie nachfolgend dazu dienen, Stelle/Transition-Netze herzuleiten. Der Verf. hält sie jedoch nicht für geeignet, einen Angelpunkt für alle hier interessierenden Facetten des Petrinetz-Konzepts zu bilden. Denn ihnen fehlt der Aspekt der Markierung. Zumindest in dieser Arbeit werden die Marken von Petrinetzen eine herausragende Rolle spielen. Dies gilt sowohl für die Beurteilung des Petrinetz-Konzepts im allgemeinen als auch für seine Anwendung auf die Modellierung Flexibler Fertigungssysteme im besonderen. Denn mit der Hilfe von Markenflüssen lassen sich in Netzen die Ausführungen von Prozessen hervorragend modellieren. Dies wird im Verlaufe dieser Arbeit noch näher erläutert werden. Eben diese Prozeßmodellierung ist notwendig, um die hier untersuchte Thematik - die Koordinierung von Produktionsprozessen - behandeln zu können. Stelle/Transition-Netze und Bedingung/Ereignis-Netze decken die Prozeßmodellierung durch Markenflüsse unmittelbar ab, weil in diesen beiden Netzklassen Netzmarkierungen und deren Veränderungen explizit definiert sind. Geschehnisnetze stellen zwar unmarkierte Netze dar. Sie besitzen aber immerhin noch eine prozeßhafte Struktur, die der Markierung der beiden vorgenannten Netzklassen entspricht. Dies folgt aus dem oben angesprochenen Aspekt, daß Geschehnisnetze als Abwicklungen von Bedingung/Ereignis-Netzen aufgefaßt werden können. Den Allgemeinen Netzen fehlt jedoch jeder Bezug auf Netzmarkierungen oder auf Prozesse, die in Netzen ablaufen können. Daher kommen Allgemeine Netze als konzeptionelle Grundlage für diese Arbeit nicht in Betracht. Gleiches gilt für die später angesprochenen Petrinetze i.e.S.. Denn auch sie verfügen weder über Netzmarkierungen noch über eine prozessuale Netzstruktur.

5) Allgemeine Netze, Petrinetze und Stelle/Transition-Netze werden gemeinsam als Netze bezeichnet. Welche der drei erstgenannten Netzarten im Einzelfall gemeint ist, wird durch den jeweils aktuellen Argumentationskontext festgelegt. Später werden auch alle weiterführenden Netzarten - vor allem Prädikat/Transition-Netze und Synthetische Netze - unter den Oberbegriff der Netze subsumiert. Bei der Bezeichnung "Netz" handelt es sich also um eine *generische* Kennzeichnung. Sie erstreckt sich auf alle Netze, die zu einer der vorgenannten Netzarten gehören. Näheres zu generischen Kennzeichnungen findet sich vor allem bei HEYER (1987), S. 19f. (Definition), 22ff. (Erläuterung) u. 212ff. (Formalisierung); vgl. daneben auch SMITH,J.M. (1977), S. 106ff.
Wenn vom Petrinetz-Konzept gesprochen wird, so werden hiervon ebenso alle o.a. Netzarten umgriffen. Im Begriff des Petrinetz-Konzepts wird also nicht auf die spezielle Netzart "Petrinetz" Bezug genommen, sondern auf alle Netzarten, die mit der Netzart "Petrinetz" konzeptionell zusammenhängen. Vgl. dazu auch die entsprechende Differenzierung zwischen Petrinetzen im engeren und weiteren Sinne.

6) Vgl. zum hier zugrundegelegten Schemabegriff SOWA (1984), S. 42ff. Er kann bis auf KANT zurückverfolgt werden; vgl. KANT,I. (1981a), S. 188ff., insbesondere S. 189f. (der dort verwendete Plural "Schemate" wird vom Verf. an die heute vorherrschende Sprachform "Schemata" angepaßt); KANT,I. (1981d), S. 294ff.
Falls ein Netzschema als "Netz" angesprochen wird, handelt es sich wiederum um eine generische Kennzeichnung. Allerdings werden diesmal nicht alle Netzarten aus dem Petrinetz-Konzept zusammengefaßt, sondern nur alle artgleichen konkreten Netze, welche die Definition des jeweils betrachteten Netzschemas erfüllen.

7) Zwischen einem Netzschema und seiner zugrundeliegenden Netzdefinition wird in kategorialer Hinsicht differenziert: Eine Netzdefinition stellt einen einzelnen objektsprachlichen Ausdruck dar. Ein Netzschema ist dagegen die metasprachliche Zusammenfassung aller objektsprachlichen Ausdrücke, die als konkret bestimmte Netze die schemazugehörige Netzdefinition erfüllen. Auf die hierbei vorausgesetzte Erfüllungsbeziehung wird in einer späteren Anmerkung zurückgekommen.

8) Netzklasse und Netzschema fallen aus extensionaler Perspektive zusammen: Beide sind die gleichen Zusammenfassungen aller konkreten Netze, die jeweils dieselbe klassen- bzw. schemaspezifische Netzdefinition erfüllen. Da extensionsgleiche Konstrukte in dieser Arbeit als identisch behandelt werden, können die Begriffe der Netzklassen und -schemata synonym gebraucht werden. (Die Eigenart und Bedeutung extensionaler Konzepte wird später ausführlicher behandelt.) Der Verf. verwendet diese beiden Begriffe allerdings in begriffsspezifischen Kontexten, um ihre unterschiedliche Assoziationskraft auszunutzen: Von einem Netzschema wird immer dann gesprochen, wenn der Bezug zur schemakonstituierenden Netzdefinition hergestellt werden soll. Hier überwiegt der Aspekt der formalsprachlichen Konstitution von Netzkonstrukten. Der Begriff der Netzklasse wird dagegen bevorzugt, wenn nicht die Definition von, sondern der Umgang mit gleichartigen Netzen im Vordergrund steht. Dort dominiert die Perspektive, ähnliche Konstrukte zwecks vereinfachter Handhabung zu Gesamtheiten zusammenzufassen.
Des weiteren werden in dieser Arbeit der Begriff einer "Menge" und der einer "Klasse" nicht im Sinne ihres wohldefinierten mathematischen Unterschieds differenziert. Denn die antinomienverursachende Problematik reflexiver Mengendefinitionen ("Die Menge aller Mengen, die sich selbst nicht als Element enthalten."), die für den Klassen-

begriff durch das Typenkonzept ausgeschlossen werden kann, spielt im Bereich des Petrinetz-Konzepts keine Rolle. Daher werden Mengen und Klassen hier als synonyme Begriffe verwendet. Der Klassenbegriff wird bevorzugt, falls der klassifizierende Charakter einer Mengenbildung hervorgehoben werden soll.

9) Ebenso wird davon gesprochen, daß alle konkreten Netze, die aus derselben Netzklasse stammen, Ausprägungen oder Konkretisierungen desjenigen Netzschemas sind, das durch die klassenspezifische Netzdefinition konstituiert wird. Die konkreten Netze heißen daher auch Schemaausprägungen. Da alle konkreten Netze aus einer Netzklasse dieselbe Netzdefinition erfüllen, werden sie auch als gleichartige oder ähnliche Netze bezeichnet. Netze derselben Netzklasse sind aber keineswegs identisch. Vielmehr unterscheiden sie sich paarweise durch die Art, in der sie das gemeinsam zugrundeliegende Netzschema konkretisieren.
Die Schemakonkretisierung stellt aus prädikatenlogischer Perspektive eine Interpretation des Netzschemas dar. Jedes Netzschema ist ein prädikatenlogischer Ausdruck, der zunächst rein syntaktisch definiert ist. Die Terme, die an der Formulierung des Netzschemas teilhaben, stellen Konstantensymbole dar. Von einer zulässigen Interpretation des Netzschemas wird gesprochen, wenn jedes Konstantensymbol des Netzschemas auf genau ein formales Objekt - eine Konstante - abgebildet wird. Das Netzschema heißt teilinterpretiert, falls für mindestens eine Konstantenzuordnung bereits ein Bereich zulässiger formaler Objekte festgelegt sind. (Dies ist z.B. für die Kantengewichte und Markenkapazitäten von Stelle/Transition-Netzen der Fall, die nur auf natürliche Zahlen abgebildet werden dürfen.) Jede zulässige Interpretation muß diese Bereichsfestlegungen einhalten.
Falls alle Konstantensymbole eines Netzschemas durch die Anwendung einer zulässigen Interpretation durch jeweils genau ein formales Objekt vollständig substituiert worden sind, liegt ein konkretes Netz vor. Die Schemakonkretisierung erfolgt also als eine prädikatenlogische Interpretation aller schemazugehörigen Konstantensymbole durch Konstanten. Die Zulässigkeit der angewandten Interpretation präzisiert in formaler prädikatenlogischer Weise die oben verwendete umgangssprachliche Formulierung, die schemakonstituierende Netzdefinition werden von jedem konkreten Netz "erfüllt". Die symbolinterpretierenden Konstanten stellen dabei das formale "Substrat" der Schemakonkretisierung dar. Verschiedene Konkretisierungen desselben Netzschemas unterscheiden sich durch ihre Interpretationen, d.h. durch differierende Konstantenzuordnungen.
Die hier vorausgesetzten prädikatenlogischen Termini technici werden an späterer Stelle ausführlich erläutert. Eine formale Einbettung von Allgemeinen Netzen, Petrinetzen und Stelle/Transition-Netzen in den Kalkül der Prädikatenlogik erfolgt hier noch nicht, da dieser Kalkül noch nicht entfaltet ist. Vielmehr knüpft der Verf. nachfolgend an die mengen- und relationentheoretische Formulierung von Netzschemata an, die in der Literatur zum Petrinetz-Konzept allgemein üblich ist (vgl. dazu die Quellen, die zu den betrachteten Netzklassen jeweils angeführt werden). Der prädikatenlogische Kalkül wird erst später für die Herleitung Synthetischer Netze intensiv genutzt.
Dennoch hat der Vorgriff auf ihn schon an dieser Stelle zwei interessante Einsichten vermittelt. Erstens verdeutlicht er die Beziehung zwischen Netzschemata und ihren Konkretisierungen durch Schemaausprägungen. Zweitens erklärt er den formalen Charakter der Konstituenten von Netzschemata durch Konstantensymbole. Vor allem die Basiskonstrukte der Stellen und Transitionen werden dadurch als Konstantensymbole ausgezeichnet. In den üblichen mengen- und relationentheoretischen Formulierungen von Netzschemata wird dagegen der formale Charakter der Schemakonstituenten im allgemeinen überhaupt nicht thematisiert. So bleibt z.B. im Dunkeln, ob es sich bei den Stellen und Transitionen in den Netzschemata um konstante oder um variable Ausdrücke, um uninterpretierte oder um interpretierte Terme usw. handelt.

10) Die hier vorgenommene Unterscheidung zwischen abstrakten und konkreten Netzen korrespondiert in einer ersten, groben Annäherung mit der modelltheoretischen Differenzierung zwischen strukturellen bzw. parametrischen Modellen. Auch die parametrischen Modelle stellen Konkretisierungen der strukturellen Modelle dar. Die Modellparameter entsprechen dabei in der hier gewählten Terminologie den Konstanten. Vgl. zu strukturellen und parametrischen Modellen BEER,S. (1966), S. 313ff.; GOMEZ,P. (1975), S. 1003ff. bzw. 1016ff.; GOMEZ,P. (1978), S. 165ff., insbesondere S. 172; MALIK (1986), S. 117. (Die hier behandelten *parametrischen* Modelle stimmen nicht mit den *parametrisierten* Modellen überein, die an anderer Stelle angesprochen werden. Die dort vorgestellten parametrisierten Modelle entsprechen vielmehr den hier eingeführten strukturellen Modellen.)
Allerdings wird von den vorgenannten Autoren die Unterscheidung zwischen Konstantensymbolen und Variablen nicht berücksichtigt. Statt dessen vermengen sie die beiden Konstruktkategorien miteinander. (Variablen sind in den Definitionen von Allgemeinen Netzen, Petrinetzen uns Stelle/Transition-Netzen noch nicht enthalten, kommen aber später als Konstituenten der Definitionen von Synthetischen Netzen hinzu.) Darüber hinaus formulieren sie das Konzept parametrischer Modelle unnötig eng, indem sie eine Ersetzung aller Variablen aus strukturellen Modellen durch "optimale" Werte unterstellen. Dies wäre jedoch keineswegs notwendig, wenn zwischen Konstantensymbolen und Variablen unterschieden würde. Dann ließen sich auch in parametrischen Modellen die Variablen beibehalten, so daß diese Modelle nicht auf Optimalmodelle eingeschränkt zu werden bräuchten. Diese Aspekte werden jedoch nicht weiter vertieft. Denn die Erörterung struktureller und parametrischer Modelle ist für die weitere Entfaltung des Petrinetz-Konzepts überflüssig. Allerdings wird auf die Problematik solcher Modelle noch einmal zurückgekommen, um die Differenzierung zwischen Konstantensymbolen und Variablen zu verdeutlichen.

11) Ob ein "Netz" jeweils abstrakter oder konkreter Natur ist, wird durch den jeweils aktuellen Argumentationskontext determiniert. In der Regel sind im gesamten dritten Hauptabschnitt dieser Arbeit abstrakte Netze gemeint.

Nur die Beispielnetze stellen jeweils konkrete Netze dar. Im vierten Hauptabschnitt werden dagegen vornehmlich konkrete Netze für die Modellierung von Flexiblen Fertigungssystemen behandelt. Falls der Netzcharakter im Einzelfall besondere Bedeutung erlangt, wird dies durch die Attribute "abstrakt" und "konkret" oder durch die äquivalenten Bezeichnungen "Netzschemata" bzw. "Schemaausprägungen" hervorgehoben.
Eine Schwierigkeit besteht jedoch in terminologischer Hinsicht: Die Konstituenten von Netzschemata und Schemaausprägungen gehören strenggenommen unterschiedlichen Kategorien an. In der voranstehenden Anmerkung wurden sie als Konstantensymbole bzw. formale Objekte (Konstanten) identifiziert. Daher würde sich die Behandlung eines "Netzes" auf verschiedene Konstituentenkategorien beziehen müssen je nachdem, ob abstrakte oder konkrete Netze thematisiert werden. Damit ginge aber der Vorzug, beide Netzkategorien vereinfacht unter den Oberbegriff der Netze subsumieren zu können, wieder verloren. Aus diesem Grunde führt der Verf. eine weitere terminologische Vereinbarung ein: Alle Konstituenten eines "Netzes" werden wie die Konstituenten eines konkreten Netzes benannt unabhängig davon, ob im aktuellen Argumentationskontext jeweils ein abstraktes oder konkretes Netz gemeint ist. Daher werden auch die Konstantensymbole eines Netzschemas vereinfacht als "formale Objekte" bezeichnet, sofern das Netzschema selbst als "Netz" angesprochen wird. Nur wenn ein Netzschema explizit als solches oder - synonym - als ein abstraktes Netz behandelt wird, werden auch seine Konstituenten als Konstantensymbole ausgewiesen.

12) Diese vage Einschränkung wird präzisiert durch die Gesamtheit aller nachfolgend vorgestellten Konzepte, die für die Erläuterung von Stelle/Transition-Netzen herangezogen werden. Aufgrund des MÜNCHHAUSEN-Trilemmas erachtet es der Verf. für verfehlt, ein "letztes" konzeptionelles Fundament der Stelle/Transition-Netzen identifizieren zu wollen. Die Suche nach solchen fundierenden Konzepten läßt sich grundsätzlich in beliebigen Richtungen und jeweils beliebigem Ausmaß fortsetzen. Daher besitzen die anschließenden Ausführungen einen demarkativen Charakter: Sie explizieren diejenigen konzeptionellen Voraussetzungen, die ausreichen, um das Konzept der Stelle/Transition-Netze in ihrem Kontext kohärent rechtfertigen zu können.

13) Die Differenzierung zwischen Petrinetzen i.e.S. und i.w.S. wird an anderer Stelle dargelegt.

14) Die nachfolgenden Ausführungen zur formalen Definition von Netzen beruhen auf dem Vorschlag zur notationellen und terminologischen Standardisierung des Petrinetz-Konzepts, die von einer Arbeitsgruppe der Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn erarbeitet wurde; vgl. BEST,E. (1985e), S. 1ff. Abweichungen von diesem Vorschlag erfolgen nur, wenn es die notationelle, terminologische oder gedankliche Kohärenz der hier vorgelegten Untersuchungen erfordern. Abweichungen, die nach Einschätzung des Verf. marginale Qualität besitzen, werden nicht besonders hervorgehoben. Auf "wesentliche" Abweichungen wird jeweils ausdrücklich hingewiesen.

3.2 Das netzbezogene Fundament von Stelle/Transition-Netzen

3.2.1 Allgemeine Netze

Allgemeine Netze[1] sind komplexe[2] formale[3] Objekte mit einer charakteristischen Struktur[4]. Die formalen Objektstrukturen, die eine Netzklasse definieren, werden im Petrinetz-Konzept zumeist als klassenspezifische K-Tupel[5] ausgedrückt[6]. Um die Komponenten dieser K-Tupel präzise zu bestimmen, reicht für Allgemeine Netze eine mengen- und relationentheoretische Basis aus. Sie wird nachfolgend als bekannt vorausgesetzt[7].

Definition: Allgemeines Netz

Ein Allgemeines Netz ist ein geordnetes 3-Tupel AN = (S,T;F), für das gilt[8]:

- Die Stellenmenge $S=\{s_m: m=1,...,M\}$ mit $M \in \mathcal{N}_0$[9] ist eine endliche Menge aus atomaren formalen Objekten s_m der Objektart "Stelle".
- Die Transitionenmenge $T=\{t_n: n=1,...,N\}$ mit $N \in \mathcal{N}_0$[10] ist eine endliche Menge aus atomaren formalen Objekten t_n der Objektart "Transition".
- Die Flußrelation $F \subseteq ((S x T) \cup (T x S))$[11] ist eine endliche Menge aus zusammengesetzten formalen Objekten, die jeweils Paare (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten darstellen.
- Stellen- und Transitionenmenge sind immer disjunkt[12]: $S \cap T = \emptyset$.

<u>Erläuterungen und Ergänzungen zur Definition Allgemeiner Netze:</u>

a) Allgemeine Netze verhalten sich insofern "allgemein", als ihr Definitionstupel AN = (S,T;F) von allen später vorgestellten Varianten des Petrinetz-Konzepts übernommen wird. Durch Überformungen[13] oder Ergänzungen[14] dieses Tupels gehen aus Allgemeinen Netzen verschiedene spezielle Netzklassen hervor. Auf diese Weise fließt das 3-Tupel (S,T;F), das Allgemeine Netze definiert, in die Definitionen aller später entfalteten Netzklassen als Teiltupel ein. Es wird daher auch als Netzkern bezeichnet.

b) Allgemeine Netze sind dagegen in zweierlei Hinsicht nicht "umfassend" definiert. Erstens ist es keineswegs der Fall, daß die Definition Allgemeiner Netze bereits alle wesentlichen Aspekte der nachfolgenden Netzvarianten enthielte. Statt dessen fällt die Definition Allgemeiner Netze sogar relativ[15] informationsarm aus. Beispielsweise kommt in Allgemeinen Netzen das Konstrukt der Marken überhaupt nicht vor, das später für Stelle/Transition-Netze und Synthetische Netze eine herausragende Rolle spielen wird. Zweitens gilt die Eigenschaft Allgemeiner Netze, durch ihr Definitionstupel als Netzkern in "alle" anderen Netze einzufließen, nur im Rahmen des Petrinetz-Konzepts. Außerhalb des Petrinetz-Konzepts existieren durchaus andere Vorstellungen über die Charakteristika von "Netzen", die sich mit der Struktur von Allgemeinen Netzen nicht vereinbaren lassen. Als herausragendes Beispiel[16] wird auf die Konstrukte der Netzplantechnik verwiesen. Sie lassen sich ebenso als Netze bezeichnen, werden aber von den hier behandelten "Allgemeinen" Netzen nicht erfaßt[17].

c) Um terminologische Verwirrungen zu vermeiden, die aus unterschiedlichen Netzauffassungen resultieren könne, nimmt der Verf. das nominalistische Definitionskonzept in Anspruch: Er reserviert in dieser Arbeit den Netzbegriff ausschließlich für solche Konstrukte, die im Rahmen des Petrinetz-Konzepts definiert werden und dabei das 3-Tupel (S,T;F) aus der Definition Allgemeiner Netze als Netzkern enthalten.

d) Die atomaren Komponenten eines Allgemeinen Netzes sind die Stellen s_m aus der Menge S und die Transitionen t_n aus der Menge T[18]. Aus diesen beiden Kategorien formaler Objekte[19] sind alle anderen Konstrukte Allgemeiner Netze abgeleitet[20]. Stellen und Transitionen spielen daher für Allgemeine Netze und alle daraus entwickelten speziellen Netze eine zentrale Rolle[21].

e) Die einzigen zusammengesetzten formalen Objekte eines Allgemeinen Netzes sind die geordneten Paare (kn_x,kn_y), die Elemente der Flußrelation F darstellen. Charakteristisch für das gesamte Petrinetz-Konzept ist es, daß die beiden atomaren formalen Objekte kn_x und kn_y, die ein Element (kn_x,kn_y) der Flußrelation bilden, niemals zur selben Art atomarer formaler Objekte gehören dürfen. Dies gewährleistet die o.a. Definition der Flußrelation als eine Teilmenge des komplexen Ausdrucks ((SxT)∪(TxS)). Als Elemente der Flußrelation sind also nur Paare (s_m,t_n) oder (t_n,s_m) erlaubt. Paare $(s_{m(1)},s_{m(2)})$ oder $(t_{n(1)},t_{n(2)})$[22] aus gleichartigen atomaren formalen Objekten sind dagegen grundsätzlich verboten.

f) Die Stellen- und die Transitionenmenge dürfen sowohl einzeln als auch gemeinsam leer sein[23]: #(S)+#(T)=0 ist zulässig. Folglich kann auch die Menge S∪T aller atomaren formalen Objekte eines Allgemeinen Netzes leer sein. Falls S∪T=∅ gilt, dann muß die Flußrelation F, die über den Elementen der Produktmengen SxT und TxS definiert ist, ebenso leer sein. Dann liegt das degenerierte Allgemeine Netz $AN_\varnothing$ mit $AN_\varnothing=(\varnothing,\varnothing;\varnothing)$ vor.

g) Allgemeine Netze dürfen auch isolierte atomare formale Objekte besitzen. Ein solches Objekt aus der Vereinigungsmenge S∪T heißt isoliert, falls es in keinem Paar (kn_x,kn_y) der Flußrelation F als erste oder zweite Komponente enthalten ist. Insbesondere bedeutet die Zulässigkeit isolierter atomarer formaler Objekte auch, daß zwei atomare Allgemeine Netze AN_s und AN_t definiert sind, die jeweils nur aus genau einer Stelle oder genau einer Transition bestehen: $AN_s=(\{s_m\},\varnothing,\varnothing)$ und $AN_t=(\varnothing,\{t_n\},\varnothing)$[24]. Ein Allgemeines Netz (∅,∅,F), das nur aus einer nichtleeren Flußrelation F, aber leeren Stellen- und Transitionenmengen S bzw. T besteht, ist dagegen ausgeschlossen. Denn die Definition der Flußrelation F als eine Teilmenge der Vereinigungsmenge (SxT)∪(TxS) erzwingt, daß bei leeren Stellen- und Transitionenmengen wegen S=T=∅, (∅x∅)∪(∅x∅)=∅ und F⊆(∅x∅)∪(∅x∅) auch F=∅ gelten muß. Leere Stellen- und Transitionenmengen implizieren also immer das degenerierte Allgemeine Netz $AN_\varnothing=(\varnothing,\varnothing,\varnothing)$.

h) Sowohl die Stellen- als auch die Transitionenmenge müssen immer endlich sein. Hierdurch wird jedes Allgemeine Netz als ein finites Konstrukt[25] ausgezeichnet. Denn die dritte Komponente Allgemeiner Netze - die Flußrelation F - muß bei endlichen Stellen- und Transitionenmengen ebenso endlich sein[26].

i) Allgemeine Netze sind durch eine zweifache Dualität gekennzeichnet. Erstens wird die Menge aller atomaren formalen Objekte, aus denen diese Netze bestehen, durch die beiden Objektarten der Stellen und Transitionen disjunkt zerlegt. Diese erste Dualitätsfacette wurde bereits in der Definition Allgemeiner Netze durch die Disjunktheitsbedingung S∩T=∅ expliziert. Sie korrespondiert mit der später dargelegten unterschiedlichen materiellen Bedeutung von Stellen und Transitionen. Zweitens stehen die Stellen und Transitionen als atomare formale Objekte den Elementen der Flußrelation als zusammengesetzten formalen Objekten gegenüber. Diese zweite Dualitätsfacette wird im Definitionstupel AN=(S,T;F) Allgemeiner Netze durch das Semikolon ";" verdeutlicht. Es trennt die Mengen S und T, die aus atomaren formalen Objekten bestehen, von der Flußrelation F, deren Elemente aus den Elementen der beiden vorgenannten Objektmengen zusammengesetzt sind[27].

j) Die doppelte Dualität Allgemeiner Netze tritt besonders plastisch zu Tage, wenn diese Netze als mathematische Graphen[28] repräsentiert werden[29]. Die graphische Repräsentation[30] eines Allgemeinen Netzes $AN=(S,T;F)$ ist ein bipartiter gerichteter Graph $GR=(KN,KA)$ mit Knoten "kn" aus der bipartiten Knotenmenge $KN=(S\cup T)$ und gerichteten Kanten (kn_x,kn_y) aus der Kantenmenge $KA=F$[31].

k) Die Dualität zwischen atomaren formalen Objekten (Stellen und Transitionen) einerseits und zusammengesetzten formalen Objekten (Elementen der Flußrelation) andererseits wird in der graphischen Netzrepräsentation als kategoriale Differenzierung zwischen den Knoten und Kanten des Graphen GR unmittelbar deutlich: Jedes atomare Objekt wird durch einen Knoten und jedes zusammengesetzte Objekt durch eine Kante repräsentiert. Daher wird der unterschiedliche formale Konstitutionscharakter von Stellen und Transitionen bzw. von Elementen der Flußrelation in der graphischen Netzinterpretation besonders deutlich. Aus diesem Grund werden fortan Stellen und Transitionen auch gemeinsam als Knoten eines Netzes bezeichnet, während die Elemente der Flußrelation auch Kanten desselben Netzes heißen[32].

l) Jedes Paar (kn_x,kn_y), das ein Element der Flußrelation darstellt, ist als ein *geordnetes* Paar definiert. Daher legt es die Richtung derjenigen Kante, die im korrespondierenden Graphen das Paar (kn_x,kn_y) repräsentiert, eindeutig fest: Der erste Knoten kn_x ist der Kantenursprung, der zweite Knoten kn_y die Kantenspitze. Entsprechend wird vom Ursprungsknoten kn_x und vom Zielknoten kn_y der Kante (kn_x,kn_y) gesprochen. Zugleich stellt die Kante (kn_x,kn_y) eine Eingangskante ihres Zielknotens kn_y und eine Ausgangskante ihres Ursprungsknotens kn_x dar. Ein Knoten ist isoliert, wenn er weder Ein- noch Ausgangskanten besitzt. Die vorgenannten Kanteneigenschaften lassen sich auf die Knoten kn_x und kn_y, die zu einer Kante (kn_x,kn_y) gehören, analog übertragen: Der Knoten kn_x ist ein Eingangsknoten des Knotens kn_y. Umgekehrt stellt der Knoten kn_y einen Ausgangsknoten des Knotens kn_x dar. Eingangs- und Ausgangsknoten heißen auch Vorgänger- bzw. Nachfolgerknoten[33].

m) Die Dualität, die zwischen den verschiedenen Objektarten der Stellen und Transitionen herrscht, äußert sich im Graphen eines Allgemeinen Netzes als die Bipartition seiner Knotenmenge KN. Ein Graph heißt bipartit[34], wenn seine Knotenmenge in genau zwei disjunkte und exhaustive Teilmengen zerlegt wird. Genau dies ist für die Graphen Allgemeiner Netze der Fall. Einerseits schöpft die Vereinigung von Stellen- und Transitionenmenge des zugrundeliegenden Netzes AN die Knotenmenge KN des Graphen vollständig aus: $S\cup T=KN$ (Exhaustionsaspekt). Andererseits stellt die Definition Allgemeiner Netze sicher, daß sich die Knotenmenge KN in ihre Teilmengen S und T der Stellen und Transitionen überschneidungsfrei zerlegen läßt: $S\cap T=\varnothing$ (Disjunktionsaspekt). Da Stellen und Transitionen für Allgemeine Netze als grundsätzlich verschiedenartige formale Objekte eingeführt wurden, werden sie auch in den korrespondierenden Graphen als verschiedenartige Knoten behandelt. Entsprechend wird von stellen- und transitionsartigen Knoten gesprochen.

n) Bipartite Graphen sind in der graphentheoretischen Literatur - abgesehen vom Petrinetz-Konzept - äußerst selten zu finden. Es herrschen die monopartiten Graphen mit genau einer Knotenart vor. Daher stellt die Bipartition der Knotenmenge ein wesentliches graphentheoretisches Charakteristikum von Allgemeinen Netzen und allen daraus abgeleiteten speziellen Netzklassen dar[35]. Allerdings existieren einige Ausnahmefälle bipartiter Graphen[36], die zwar nicht zum Petrinetz-Konzept gehören, aber mit den graphischen Netzrepräsentationen prima facie eng verwandt sind[37]. Dennoch lassen sich auch diese bipartiten graphischen Konzepte vom Petrinetz-Konzept deutlich unterscheiden. Allerdings gilt dies noch nicht für die hier behandelte Klasse Allgemeiner Netze, sondern erst für die Klasse der Stelle/Transition-Netze und für alle darauf aufbauenden komplexeren Netzklassen. Denn das zweite wesentliche Charakteristikum des Petrinetz-Konzepts liegt in der variablen Netzbeschriftung, die sich in der graphischen Netzrepräsentation als ein Fluß beweglicher Objekte (Marken) äußert. Die o.a. Ausnahmefälle bipartiter Graphen kennen dagegen keine variablen Beschriftungen mit Marken[38]. Die Darstellung der Markenflüsse bleibt jedoch der Definition von Stelle/Transition-Netzen vorbehalten. In Allgemeinen Netzen sind solche beweglichen Objekte noch nicht vorgesehen.

o) Der mathematische Graph, der ein Allgemeines Netz repräsentiert, läßt sich mit der Hilfe von gezeichneten "graphischen" Symbolen[39] veranschaulichen. In einem derart visualisierten Graphen[40] werden stellenartige Knoten durch kreisförmige Symbole ausgedrückt. Transitionsartige Knoten werden dagegen durch rechteckige[41] Symbole vertreten. Gerichtete Kanten (kn_x,kn_y), die Elemente der Flußrelation repräsentieren, werden als Pfeile zwischen den Symbolen der zugehörigen Knoten notiert. Die Pfeilspitze ist jeweils der Kantenspitze - also dem Knoten kn_y - zugeordnet. Abb. 6 auf der nächsten Seite gewährt einen Überblick über die definitorische Zuordnung zwischen den formalen Objekten eines Netzes einerseits sowie den Komponenten des korrespondierenden mathematischen und visualisierten Graphen andererseits.

p) Zwischen mathematischen und visualisierten Graphen wird fortan in der Regel nicht mehr explizit differenziert. Statt dessen wird nur noch von "der" graphischen Netzrepräsentation gesprochen. Aus dem Argumentationskontext ist jeweils ersichtlich, ob entweder das formale Konstrukt eines mathematischen Graphen oder aber dessen Veranschaulichung durch einen visualisierten Graphen gemeint ist. Der visualisierte Graph eines Netzes wird auch kurz als Netzgraphik oder Netzdarstellung bezeichnet[42].

q) Die graphentheoretische Basis von Allgemeinen Netzen begründet eine bemerkenswerte kognitive Adäquanz des Petrinetz-Konzepts. Denn die graphische Netzrepräsentation kommt den kognitiven Wahrnehmungs- und Denkmustern menschlicher Informationsverarbeitung - im Vergleich zu anderen üblichen Repräsentationsformen[43] - besonders nahe. Dies ist für die Darstellung von Wissensinhalten durch visualisierte Graphen allgemein akzeptiert[44]. Gleiches trifft auf die Wissensrepräsentation durch mathematische Graphen zu, obgleich dies seltener thematisiert wird[45]. Schließlich erfährt die Möglichkeit, Petrinetze auf graphisch visualisierte Weise zu veranschaulichen, auch in der Netzliteratur eine breite Resonanz[46]. Daher wird der graphischen Repräsentation von Aspekten des Petrinetz-Konzepts in dieser Arbeit noch mehrfach größere Beachtung gewidmet. Das gilt insbesondere für die graphische Repräsentation der dynamischen Struktur von Netzen durch Erreichbarkeitsgraphen und für die Bereicherung der graphischen Netzdarstellung um "Marken"[47]. Letzte sind als variable Netzbeschriftungen in der Lage, den Fluß von Objekten und damit dynamische Veränderungen von Netzmodellen plastisch zu veranschaulichen[48].

r) Allgemeine Netze unterstützen aufgrund ihrer kognitiven Adäquanz nicht nur unmittelbar die menschliche Informationsverarbeitung. Darüber hinaus eignet sich ihre graphische Repräsentation auch hervorragend zur Kommunikation[49] über Ergebnisse von informationsverarbeitenden Prozessen[50]. Daher erfreuen sich Netze in der Funktion von Kummunikationsmitteln großer Beliebtheit[51]. Die Präzision der formalen mathematischen Ausdrucksweise geht dabei allerdings zumeist verloren.

s) Die mengen- und relationentheoretische Definitionsbasis Allgemeiner Netze enthält keine quantitativen Ausdrücke[52]. Statt dessen gehören Allgemeine Netze zur Klasse der topologischen Konzepte. Daher wird das Definitionstupel (S,T;F) eines Allgemeinen Netzes auch als Netztopologie bezeichnet, wenn es als Netzkern an der Definition einer komplexer definierten Netzklasse teilnimmt[53]. Dabei kann der Begriff topologischer Konzepte auf zwei unterschiedliche Weisen ausgelegt werden, die jedoch beide von Allgemeinen Netzen erfüllt werden[54].

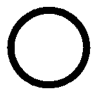
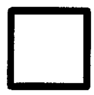
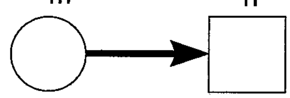
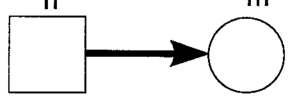
Allgemeines Netz	korrespondierender Graph	
	mathematisch	visualisiert
atomare Objekte		
Stelle s_m	stellen-artiger Knoten s_m	 s_m
Transition t_n	transitions-artiger Knoten t_n	 t_n
zusammengesetzte Objekte		
Element (s_m,t_n) der Flußrelation	Kante (s_m,t_n)	s_m t_n 
Element (t_n,s_m) der Flußrelation	Kante (t_n,s_m)	t_n s_m 

Abb. 6: Netzkonstituenten und ihre graphische Repräsentation

t) Aus relationentheoretischer Perspektive zeichnen sich topologische Konzepte[55] dadurch aus, daß ihre Komponenten zwar eine Ordnungsrelation[56] erfüllen, aber nicht der Metrik eines Abstandsmaßes[57] gehorchen. Um diese Ordnungsrelation präzise herzuleiten, werden Allgemeine Netze in der Regel auf eine axiomatische Basis der Netztheorie[58] zurückgeführt[59]. Dort läßt sich zeigen, daß für die Formulierung der Netzaxiome eine Halbordnungsrelation[60] eine entscheidende Rolle spielt. Diese Halbordnungsrelation kann als kausale Abhängigkeit der Geschehnisse von Ereignissen aufgefaßt werden. Sie wird als Kausalrelation in dieser Arbeit noch mehrfach thematisiert werden. Die Halbordnungsrelation ist aus der Flußrelation F von Allgemeinen Netzen unmittelbar abgeleitet[61]. Die charakteristische Antisymmetrie[62] der Halbordnungsrelation äußert sich in einem Allgemeinen Netz als die eindeutige Richtung aller Kanten, die im netzzugehörigen Graphen die Elemente (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation repräsentieren.

u) Aus dem Blickwinkel der Kategorientheorie[63] werden Konzepte als topologisch bezeichnet, wenn sie auf topologischen Räumen[64] beruhen. Allgemeine Netze AN=(S,T;F) lassen sich derart reformulieren, daß sie eine spezielle Ausprägung topologischer Räume darstellen[65]. Dabei erfolgt zwar keine axiomatische Fundierung der Netztheorie. Aber auf diese Weise wird die Netztheorie auf hohem Abstraktionsniveau als eine mathematische Teildisziplin mit topologischem Charakter etabliert.

v) Der topologische Charakter von Allgemeinen Netzen schlägt sich in der Auszeichnung lokaler Umgebungen von Stellen und Transitionen nieder. Diese lokalen Umgebungen bilden die Vor- und Nachbereiche VB bzw. NB der Stellen und Transitionen. Sie lassen sich anhand der oben eingeführten graphischen Netzrepräsentation verdeutlichen. Der Vorbereich (Nachbereich) eines Netzknotens ist die Menge aller Netzknoten, die mit dem Referenzknoten durch jeweils genau eine Eingangskante (Ausgangskante) unmittelbar verknüpft sind. Für jede Stelle s_m und jede Transition t_n eines Allgemeinen Netzes gilt daher:

$$\begin{aligned}
VB(s_m) &= \{t_n: t_n \in T \wedge (t_n,s_m) \in F\} \\
VB(t_n) &= \{s_m: s_m \in S \wedge (s_m,t_n) \in F\} \\
NB(s_m) &= \{t_n: t_n \in T \wedge (s_m,t_n) \in F\} \\
NB(t_n) &= \{s_m: s_m \in S \wedge (t_n,s_m) \in F\}
\end{aligned}$$

w) Analog zu den Vor- und Nachbereichen der Netzknoten läßt sich ein Vor- und ein Nachbereich der Flußrelation F definieren. Sie umfassen alle Netzknoten, die im Vor- bzw. Nachbereich mindestens eines anderen Netzknotens enthalten sind[66]:

$$\begin{aligned}
VB(F) &= \{kn_x: kn_x \in (S \cup T) \wedge (\exists (kn_y \in (S \cup T)): kn_x \in VB(kn_y))\} \\
&= \{kn_x: kn_x \in (S \cup T) \wedge (\exists (kn_y \in (S \cup T)): (kn_x,kn_y) \in F)\} \\
NB(F) &= \{kn_y: kn_y \in (S \cup T) \wedge (\exists (kn_x \in (S \cup T)): kn_y \in NB(kn_x))\} \\
&= \{kn_y: kn_y \in (S \cup T) \wedge (\exists (kn_x \in (S \cup T)): (kn_x,kn_y) \in F)\}
\end{aligned}$$

x) Zwei Netzknoten heißen inzident oder benachbart, wenn sie durch eine Kante unmittelbar miteinander verknüpft sind. Dann sind die beiden Knoten wechselseitig im Vor- oder Nachbereich des jeweils anderen Knotens enthalten. Die verknüpfende Kante heißt adjazent zu beiden Knoten. Ebenso wird jeder Knoten als adjazent zur verknüpfenden Kante bezeichnet.

y) Vor- und Nachbereich desselben Netzknotens brauchen keineswegs disjunkt zu sein. Falls für einen Netzknoten kn_x wegen $VB(kn_x) \cap NB(kn_x) \neq \emptyset$ mindestens ein inzidenter Netzknoten kn_y existiert, der sowohl zum Vor- als auch zum Nachbereich des ersten Knotens kn_x gehört, so wird das Teilnetz aus den beiden Knoten kn_x und kn_y sowie aus den beiden adjazenten, jeweils entgegengesetzt gerichteten Kanten (kn_x,kn_y) und (kn_y,kn_x) als eine 1-Schleife bezeichnet[67]. Solche 1-Schleifen können im Petrinetz-Konzept zu besonderen Schwierigkeiten führen[68]. Daher werden grundsätzlich reine Netze, die keine 1-Schiefen enthalten[69], und unreine Netze, die mindestens eine 1-Schleife umfassen, unterschieden. In dieser Arbeit werden unreine Netze grundsätzlich zugelassen.

z) Die Vereinigungsmenge von Vor- und Nachbereich eines Netzknotens heißt dessen Nachbarschaft NA. Sie ist für alle Stellen s_m und alle Transitionen t_n festgelegt durch:

$$NA(s_m) = VB(s_m) \cup NB(s_m)$$
$$NA(t_n) = VB(t_n) \cup NB(t_n)$$

A) Die Nachbarschaft jedes Netzknotens wurde ausschließlich aus der Flußrelation F abgeleitet. Daher läßt sich diese netzkonstituierende Relation auch als eine Nachbarschaftsrelation bezeichnen[70]. Die Nachbarschaften aller Netzknoten sind rein lokal definiert, weil nur diejenigen inzidenten Knoten berücksichtigt werden, die mit dem Referenzknoten jeweils durch genau eine Kante *unmittelbar* verknüpft sind. Folglich besitzt die Nachbarschaftsrelation F einen prinzipiell lokalen Charakter.

B) Der gesamte Informationsinhalt eines Allgemeinen Netzes wird durch sein Definitionstupel AN=(S,T;F) festgelegt. Da die Stellen- und Transitionenmengen jeweils aus atomaren formalen Objekten bestehen und die Flußrelation F eine rein lokale Charakteristik aufweist, läßt sich das Konzept Allgemeiner Netze als ein grundsätzlich lokal definiertes Konzept auszeichnen.

C) Alle Aspekte Allgemeiner Netze, die voranstehend definiert und erläutert wurden, gelten für alle nachfolgend vorgestellten speziellen Netzklassen unverändert, solange keine Abweichungen explizit festgestellt werden. Damit "vererben" sich die Charakteristika Allgemeiner Netze auf alle speziellen Netzklassen. Hiervon sind nur die klassenspezifischen Modifizierungen ausgenommen, die bei jeder Netzklasse separat dargelegt werden.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. BEST,E. (1985e), S. 1; FINKEL (1987b), S. 501; DITTRICH,G. (1989b), S. 5; FEHLING (1990a), S. 4.
Eine abweichende, engere Definition findet sich bei REISIG (1989a), S. 10 (auf sie wird unten in einer der nachfolgenden Anmerkungen zurückgekommen).
Die hier definierten Allgemeinen Netze werden in der Literatur zum Petrinetz-Konzept - auch in den o.a. Quellen - zumeist nur als "Netze" thematisiert. Der Verf. bevorzugt die Formulierung "Allgemeine Netze", um diese Netze von Petrinetzen deutlicher abzugrenzen. Darüber hinaus kann dann der Begriff "Netze" weiterhin als Kurzbezeichnung für beliebige Netze verwendet werden, wenn die jeweils involvierte Netzart unerheblich ist. Auf diese terminologischen Nuancierung wird fortan nicht mehr ausdrücklich hingewiesen. Quellen, die sich explizit auf "Netze" beziehen, werden als Belege für Allgemeine Netze angeführt, sofern mit beiden Begriffen die gleichen Netze gemeint sind.
Von PETRI werden Allgemeine Netze in abschwächender Weise als Prä-Netze bezeichnet; vgl. BEST,E. (1985e), S. 2. Obwohl sich diese dritte terminologische Variante ebenfalls rechtfertigen läßt, präferiert der Verf. den Namen "Allgemeine Netze". Er drückt besonders klar aus, daß alle weiteren, später eingeführten Netzvarianten *Spezialisierungen* der Allgemeinen Netze darstellen. Schließlich spricht FINKEL (1987b), S. 501, Allgemeine Netze unmittelbar als Petrinetze an.

2) Ein Objekt wird als komplex bezeichnet, wenn es aus atomaren und zusammengesetzten Objekten besteht. Ein Objekt gilt als atomar, wenn es im jeweils unterstellten Konzeptkontext so behandelt wird, als ob es in keine selbständig definierten Bestandteile zerlegt werden könnte. Das hindert nicht daran, daß ein ehemals atomares Objekt im Kontext eines anderen Konzepts durchaus in selbständige Subobjekte aufgespalten wird (vgl. dazu die spätere Zerlegung "atomarer" Attributmarken in ihre Attribute). Zusammengesetzte Objekte sind induktiv strukturiert, d.h. sie werden aus atomaren oder anderen zusammengesetzten Objekten sukzessiv aufgebaut. Als Komponente eines komplexen Objekts wird jedes atomare oder zusammengesetzte Objekt angesprochen, aus dem das erstgenannte Objekt besteht.

3) Ein Objekt heißt formal, wenn es als ein zulässiger Ausdruck aus einem formalsprachlichen Kalkül definiert ist. Der zugrundeliegende, inhaltlich schwer zu präzisierende Begriff des Formalen wird an anderer Stelle näher ausgeleuchtet. Formalsprachliche Kalküle und ihre Ausdrucksmöglichkeiten werden dort ausführlicher behandelt. Die Möglichkeit, Netze vollständig auf solche Kalküle zurückzuführen, wird in diesem Band anhand der Stelle/Transition-Netze exemplarisch nachgewiesen.

4) Die Definition Allgemeiner Netze ist eine reine Strukturdefinition: Ein Allgemeines Netz ist dadurch vollständig definiert, daß seine Struktur definiert wird. Daher können Allgemeine Netze mit ihren Strukturen identifiziert werden. Dies ist aus zwei Gründen keineswegs selbstverständlich. Erstens lassen sich durchaus andere Definitionsansätze vorstellen, wie etwa die Definition eines Objekts durch seine Funktion (im Kontext eines übergeordneten Funktionszusammenhangs) oder durch seine Intention (im Falle von autonom aktionsfähigen Objekten). Solche Definitionsalternativen werden im Petrinetz-Konzept jedoch nicht berücksichtigt.
Zweitens werden später Varianten des Petrinetz-Konzepts vorgestellt, die durch die Definition ihrer K-Tupel-Struktur nur unvollständig definiert werden. Der Verf. wird dies anhand der Stelle/Transition-Netze ausführlicher behandeln. Sie sind erst dann vollständig definiert, wenn - neben ergänzenden Integritätsbedingungen - auch die Schaltregel für das Netzverhalten definiert wird. Diese Schaltregel ist im Definitionstupel von Stelle/Transition-Netzen aber nicht enthalten. Allerdings läßt sich die Schaltregel von Stelle/Transition-Netzen ebenso als Strukturkomponente auffassen, und zwar als Konstituente der *dynamischen* Netzstruktur. Durch die Differenzierung zwischen statischer und dynamischer Netzstruktur wird es später möglich, eine vollständige Definition auch für Stelle/Transition-Netze vorzulegen, die weiterhin eine Strukturdefinition darstellt. Aus dieser erweiterten Perspektive lassen sich tatsächlich alle Netzdefinitionen, die in dieser Arbeit entfaltet werden, als reine Strukturdefinitionen formulieren.

5) Ein K-Tupel ist ein komplexes formales Objekt $tup=(ob_1,...,ob_K)$, in dem K andere formale Objekte ob_k mit $k\in\{1,...,K\}$ und $K\in\mathcal{N}_0$ zu einer Einheit zusammengefaßt werden. Dabei notiert $\mathcal{N}_0$ die Menge aller natürlichen Zahlen einschließlich der Null. $\mathcal{N}_+$ bezeichnet dagegen die Menge aller natürlichen Zahlen ausschließlich der Null. Wegen $K\in\mathcal{N}_0$ sind auch die beiden Grenzfälle des leeren Tupels oder Nulltupels $tup=()$ für $K=0$ einerseits sowie des degenerierten Tupels $tup=(ob_1)$ für $K=1$ andererseits definiert. 2- und 3-Tupel werden auch als Paare bzw. Tripel bezeichnet. Für jedes degenerierte Tupel werden zwei notationelle Vereinfachungen zugelassen. Auf den Index des einen formalen Objekts, aus dem das degenerierte Tupel besteht, kann ebenso verzichtet werden wie auf die Einklammerung dieses Objekts; vgl. DIN 5474 (1973), S. 5; STEGMÜLLER (1984b), S. 36. Daraus ergeben sich folgende erlaubte Notationsvarianten: $tup=(ob_1)=(ob)=ob_1=ob$. Alle formalen Objekte, die in einem Tupel zu einer Einheit zusammengefaßt werden, heißen dessen Komponenten. Diese Tupelkomponenten können sowohl atomare als auch zusammengesetzte formale Objekte darstellen. Vgl. zur Konstruktionsweise von Tupeln auch ROGERS,H. (1967), S. XVI; STEGMÜLLER (1984b), S. 35f.

Der Tupelbegriff wird hier als Verallgemeinerung von Mengen- und Vektorbegriff benutzt. Eine Menge ist eine ungeordnete Zusammenfassung von paarweise verschiedenen atomaren formalen Objekten (Elementen). Ein Vektor stellt dagegen eine geordnete Zusammenfassung von atomaren formalen Objekten (Komponenten) dar, die nicht verschieden sein müssen. Ein Tupel ist jede Zusammenfassung von formalen Objekten (Komponenten) zu einer formalen Einheit. Diese Objekte können sowohl geordnet als auch ungeordnet sein; sie dürfen sowohl paarweise verschieden als auch identisch sein. Daher lassen sich alle Mengen und Vektoren als Tupel notieren. Falls keine ausdrücklich abweichenden Festlegungen erfolgen, wird jedes Tupel als geordnete Zusammenfassung seiner Komponenten behandelt, die paarweise verschieden sein können, aber keineswegs müssen. Die Bezeichnung "geordnetes Tupel" besitzt daher pleonastischen Charakter, wird aber in verdeutlichender Funktion verwendet. Falls die Komponenten eines Tupels dagegen paarweise verschieden sein sollen, so muß dies explizit konstatiert werden. Dies trifft z.B. auf die Disjunktheitsforderung für die Paare aus der Flußrelation F zu.
Durch Mengen und Vektoren werden gewöhnlich nur atomare formale Objekten zusammengefaßt. Tupel erlauben dagegen auch, ihre Komponenten als zusammengesetzte formale Objekte anzusetzen. Hierdurch lassen sich komplex verschachtelte, hierarchisch strukturierte Tupel bilden. Dieses zusätzliche Ausdruckspotential spielt hier noch keine Rolle, wird aber später bei der Definition von Prädikatsargumenten und Marken genutzt. Darüber hinaus können Tupel aus Komponenten beliebiger, vor allem auch unterschiedlicher Art bestehen. Im Gegensatz dazu bestehen Mengen und Vektoren im Regelfall aus gleichartigen Elementen bzw. Komponenten.
Zwecks formaler Eindeutigkeit werden Tupel und Mengen durch unterschiedliche Einklammerungen "(...)" bzw. "{...}" differenziert. Tupel und Vektoren lassen sich dagegen durch normale (tup) bzw. unterstrichene ($\underline{\text{vek}}$) Notation ihrer Namen unterscheiden. Für Vektoren $\underline{\text{vek}}$ wird als Standardfall eine spaltenweise Notation festgelegt. Die zeilenweise Präsentation aller Komponenten eines Spaltenvektors wird als transponierter Sonderfall $\underline{\text{vek}}^{tr}$ dargestellt. Die Komponenten eines Tupels werden dagegen - wie die Elemente einer Menge - zeilenweise aufgelistet.

6) Ein ironischer Reflex auf diese Definitionspraxis findet sich bei GENRICH (1980a), S. 144: "... one may think of a net as an ... *h-tuple* - 'h' *for horrible* ..." (kursive Hervorhebungen durch den Verf.).

7) Vgl. zu Grundlagen der Mengentheorie CARNAP (1960a), S. 179ff.; MESCHKOWSKI (1967), S. 178ff.; STEGMÜLLER (1984b), S. 29ff.; BUCHER (1987), S. 18ff., insbesondere S. 22ff.; TIETZE,J. (1988), S. 1ff.
Näheres zur Relationentheorie findet sich z.B. bei BUCHER (1987), S. 197ff., insbesondere S. 226ff.

8) Mengen ME mit indizierten Elementen e_i werden als Ausdrücke $ME=\{e_i: i=i_{min},...,i_{max}\}$ dargestellt, in denen der Index "i" alle ganzzahligen Werte zwischen dem minimalen Wert i_{min} und dem maximalen Wert i_{max} durchläuft:

$$ME = \{e_i: i=i_{min},...,i_{max}\}$$

$$:\Leftrightarrow \quad \underline{\exists}(i_{min}\in \mathcal{N}_0)\ \underline{\exists}(i_{max}\in \mathcal{N}_0): i_{min}\leq i_{max} \wedge (\forall(i\in \mathcal{N}_0): i_{min}\leq i\leq i_{max} \rightarrow e_i\in ME)$$

Die hierbei verwendeten Eins- und Allquantoren "$\underline{\exists}$" bzw. "$\forall$" sowie aussagenlogischen Operatoren "$\wedge$" und "$\rightarrow$" werden im prädikatenlogischen Zusammenhang präzisiert. Gleiches gilt für das Symbol "$:\Leftrightarrow$", das die definitorische Äquivalenz zwischen denjenigen Ausdrücken bezeichnet, die links und rechts von dem Symbol notiert sind. Die Indexmenge $I=\{i_{min},...,i_{max}\}$ umfaßt die Indizes "i" aller Elemente e_i aus der jeweils betrachteten Menge ME. Im Regelfall wird $i_{min}=1$ gesetzt. Dann gibt i_{max} mit $i_{max}=\#(I)=\#(ME)$ zugleich die Anzahl aller indizierten Elemente an, die in der Menge ME enthalten sind. Die hierbei gebrauchte Zählfunktion # bildet jede Menge ME auf die Anzahl #(ME) ihrer Elemente ab. Sie wird im Zusammenhang mit dem Konzept der Multimengen ausführlicher erläutert. Als Sonderfall werden auch leere Indexmengen mit $\#(I)=0$ zugelassen. Sie korrespondieren jeweils mit der leeren Menge "$\emptyset$": $\#(I)=0 :\Leftrightarrow ME=\emptyset$. Einelementige Mengen zeichnen sich dagegen dadurch aus, daß ihre größten und kleinsten Indizes jeweils zusammenfallen: $\#(I)=1 :\Leftrightarrow i_{min}=i_{max} \wedge ME=\{e_i\}$.
Durch die o.a. Äquivalenz wird auch der Mengenbildungsoperator ":" präzise festgelegt. Er drückt aus, daß *alle* formalen Objekte, deren generische Kennzeichnung links vom Operator notiert ist, Elemente der jeweils betrachteten Menge sind, sofern sie den rechts vom Operator stehenden formalen Ausdruck erfüllen.
Der Hinweis auf diese Operatorfestlegung ist insofern wichtig, als später im Zusammenhang mit dem allgemeineren Konzept der Multimengen ein abgeschwächter Mengenbildungsoperator "::" benutzt wird. Er drückt aus, daß alle formalen Objekte, deren generische Kennzeichnung links vom Operator notiert ist, den rechts vom Operator stehenden formalen Ausdruck erfüllen, *falls* sie Elemente der jeweils betrachteten Menge sind. Im Sinne dieses zweiten Operators kann es also durchaus formale Objekte geben, welche den rechtsstehenden Ausdruck erfüllen, aber dennoch keine Elemente aus der jeweils betrachteten Menge darstellen. Für zwei Mengen $ME=\{e_i:...\}$ und $ME^*=\{e_i::...\}$, die mit Hilfe des konventionellen Operators ":" bzw. durch den abgeschwächten Operator "::" gebildet worden sind, gilt daher: Die Menge ME umfaßt *alle*, die Menge ME^* dagegen *einige* der formalen Objekte, welche den rechts vom Operator notierten formalen Ausdruck "..." erfüllen.
Bei dem abgeschwächten Mengenbildungsoperator "::" handelt es sich allerdings um kein neuartiges Konzept, sondern nur um eine Notationsvereinfachung. Denn er läßt sich mit Hilfe von Indexteilmengen IT stets auf den konventionell definierten Mengenbildungsoperator ":" zurückführen. Hierfür gilt mit "pot" als Potenzmengenoperator, der jede Menge auf die Menge aller ihrer Teilmengen abbildet:

$$ME^* = \{e_i :: i = i_{min}, \ldots, i_{max}\}$$

$$:\Leftrightarrow \quad \exists(i_{min} \in \mathcal{N}_0)\ \exists(i_{max} \in \mathcal{N}_0): i_{min} \leq i_{max} \wedge (\exists(IT \in (pot(\mathcal{N}_0))\ \forall(i \in IT): i_{min} \leq i \leq i_{max} \wedge e_i \in ME^*)$$

$$\Leftrightarrow \quad \exists(i_{min} \in \mathcal{N}_0)\ \exists(i_{max} \in \mathcal{N}_0): i_{min} \leq i_{max} \wedge (\exists(IT \in (pot(\mathcal{N}_0)): ME^* = \{e_i: i = i_{min}, \ldots, i_{max} \wedge i \in IT\})$$

$$\Leftrightarrow \quad ME^* \subseteq ME$$

Das Symbol "$\Leftrightarrow$" für die Äquivalenz formaler Ausdrücke, die nicht definitorisch gesetzt wird wie durch das Symbol "$:\Leftrightarrow$", wird ebenso noch näher erklärt werden. Die Teilmenge "$\subseteq$" basiert auf dem Teilmengenbegriff i.w.S., der sowohl die Gleichheit von Teilmenge und Referenzmenge als auch die leere Menge "$\emptyset$" als Teilmenge umfaßt. (Wenn der Teilmengenbegriff i.e.S. gemeint ist, der die Gleichheit von Teil- und Referenzmenge ausschließt, wird dagegen von einer echten Teilmenge "$\subset$" gesprochen.) Die Rückführung des abgeschwächten Mengenbildungsoperators "::" auf den Teilmengenbegriff i.w.S. läßt die Grenzfälle $ME^* = ME$ und $ME^* = \emptyset$ zu. Im Hinblick auf den letztgenannten Fall wurden oben degenerierte Indexmengen mit $\#(IT) = 0$ eingeführt.

9) Für M=0 gilt aufgrund der Vereinbarung für Indexmengen, die in der voranstehenden Anmerkung getroffen wurde, daß die Stellenmenge leer ist: $S = \emptyset$.

10) Analog zur voranstehenden Anmerkung gilt $T = \emptyset$ für N=0.

11) "x" bezeichnet den Produktmengenoperator, der aus seinen beiden benachbarten Mengen deren kartesisches Produkt erzeugt. Falls der Operator zwischen K Mengen mit $K \in \mathcal{N}_+$ und $K \geq 2$ insgesamt (K-1)-fach angeführt wird, liegt eine K-faches kartesisches Produkt der beteiligten Mengen vor. Vgl. zur detaillierten Definition kartesischer Produkte, die hier als bekannt vorausgesetzt werden, MESCHKOWSKI (1967), S. 197ff.; STEGMÜLLER (1984b), S. 37; TIETZE,J. (1988), S. 18.

12) Zwei Mengen heißen disjunkt, wenn ihre Schnittmenge die leere Menge "$\emptyset$" ist. Der Operator "$\cap$" bezeichnet in dieser Arbeit die Bildung einer Schnittmenge. Analog dazu wird der Operator für die Erzeugung der Vereinigungsmenge zweier Mengen als "$\cup$" notiert.

13) Unter Überformungen werden *zusätzliche Anforderungen* verstanden, die von den Komponenten S, T und F eines Allgemeinen Netzes AN=(S,T;F) in speziellen Netzklassen erfüllt werden müssen.

14) Als Ergänzungen werden *zusätzliche Komponenten* betrachtet, die neben die drei Komponenten S, T und F eines Allgemeinen Netzes AN=(S,T;F) treten. Dadurch werden spezielle Netzklassen geschaffen, die durch K-Tupel (S,T;F,...) mit $K \geq 4$ definiert werden.

15) Dies gilt im Vergleich zu den Netzklassen, die aus den Allgemeinen Klassen abgeleitet werden.

16) Der Begriff "Netz" wird in der Literatur des öfteren - auch außerhalb der Netzplantechnik - verwendet. Dabei wird der zugrundegelegte Netzbegriff jedoch in der Regel nicht präzise definiert. Aus den dort diskutierten "Netzen" läßt sich aber erkennen, daß stets mathematische Graphen gemeint sind. So "definiert" z.B. ROPOHL ein Netz als "fadenumgrenztes Nichts", das aus "Fäden und Knoten" besteht (zitiert nach O.V. (1988i), S. 7). Dabei sind mit den "Fäden" wohl die Kanten von mathematischen Graphen gemeint.
Der Verf. bevorzugt dagegen eine klare Unterscheidung zwischen Netzen und Graphen. Sie kann allerdings hier noch nicht dargelegt werden, weil sie das Konzept der Erreichbarkeitsgraphen voraussetzt. Dies wird aber an späterer Stelle nachgeholt.
Vgl. darüber hinaus die Anmerkung, in der auf bipartite Graphen verwiesen wird, die zwar in ihrer Darstellungsweise Allgemeinen Netzen gleichen. Doch läßt sich aufgrund ihres fehlenden Markierungsbezugs rechtfertigen, sie nicht zum Petrinetz-Konzept zu rechnen.

17) Auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Netzplantechnik und Petrinetz-Konzept wird an späterer Stelle ausführlich eingegangen. Dort wird u.a. herausgestellt, daß die "Netze" der Netzplantechnik stets monopartite Graphen darstellen. Allgemeine Netze und alle daraus abgeleiteten speziellen Netzklassen werden dagegen durch bipartite Graphen repräsentiert. Folglich sind Netzpläne und Allgemeine Netze grundsätzlich inkompatibel.

18) Strenggenommen werden Stellen und Transitionen erst durch die Klasse der Stelle/Transition-Netze definiert. Daher müßte vorläufig für die atomaren formalen Objekte s_m und t_n aus Allgemeinen Netzen eine andere Bezeichnung gewählt werden. Z.B. könnten sie als S- bzw. T-Elemente bezeichnet werden. Diese S- und T-Elemente werden aber in allen Netzklassen, die in dieser Arbeit thematisiert werden, in derselben Weise behandelt. Daher führt der Verf. von vornherein die Bezeichnungen "Stellen" und "Transitionen" ein, um eine durchgängige Terminologie zu benutzen.

19) Stellen und Transitionen stellen bei dem hier eingeführten Schema Allgemeiner Netze keine formalen Objekte im Sinne von Konstanten dar. Vielmehr handelt es sich um Konstantensymbole. Der Symbolcharakter der Konstituenten abstrakter Schemata wurde bereits erläutert. Es wurde allerdings vereinbart, auf solche Schemata die Termi-

nologie der Schemakonkretisierungen anwenden zu dürfen, wenn abstrakte Schemata und deren konkreten Ausprägungen unter ihre gemeinsame generische Kennzeichnung subsumiert werden. Dies ist auch hier der Fall. Denn in der Definition Allgemeiner Netze wurde nicht auf das Schema für alle konkret ausgeprägten Allgemeinen Netze Bezug genommen, sondern nur auf deren generische Kennzeichnung durch "ein" (beliebiges) Allgemeines Netz. Daher ist es zulässig, nachfolgend Stellen und Transitionen als atomare formale Objekte anzusprechen, anstatt sie als Konstantensymbole zu bezeichnen. Darüber hinaus wird zwecks Diktionsvereinfachung mitunter auch auf das Attribut "formal" verzichtet, weil hier ausschließlich formale Objekte betrachtet werden.

20) Dies gilt allerdings nur für Allgemeine Netze und Petrinetze. Bereits Stelle/Transition-Netze beruhen auf einer zusätzlichen, eigenständigen Kategorie formaler Objekte: den natürlichen Zahlen. Die später vorgestellten Synthetischen Netze erweitern diese arithmetische Objektkategorie in algebraischer Weise. Mit Hilfe des dort zugrundegelegten Signaturkonzepts können im Prinzip beliebige Kategorien formaler Objekte originär eingeführt werden.

21) Stellen und Transitionen behalten für das Petrinetz-Konzept ihre zentrale Rolle auch dann, wenn weitere originär definierte Objektkategorien berücksichtigt werden (vgl. dazu die voranstehende Anmerkung). Erstens stellen sie in *allen* Netzklassen eigenständige Objektkategorien dar. Zweitens handelt es sich um "typische" Objektkategorien, durch die sich das Petrinetz-Konzept von anderen formalsprachlichen Modellierungskonzepten unterscheidet. Die übrigen oben angesprochenen Objektkategorien erfüllen dagegen niemals die *beiden* vorgenannten Aspekte zugleich. Entweder besitzen sie nur konzeptunspezifischen Charakter, wie z.B. die Kategorie der natürlichen Zahlen. Oder die Objektkategorie verhält sich zwar netzspezifisch, erstreckt sich aber nicht über alle hier thematisierten Netzklassen. Das trifft vor allem auf die Marken zu, die erst für Synthetische Netze als eigenständige Objektkategorie eingeführt werden. In Allgemeinen Netzen und Petrinetzen sind diese Marken überhaupt nicht berücksichtigt. In Stelle/Transition-Netzen kommen sie nur in der degenerierten Variante der Basismarke vor. Sie werden dort auch nicht als eigenständige Objektkategorie behandelt, sondern nur als graphische Veranschaulichungen von natürlichzahligen Bildern der Markierungsfunktion.

22) Die Notationen $s_{m(k)}$ und $t_{n(k)}$ mit $k \in \{1,...,K\}$ und $K \in \mathcal{N}_0$ werden eingeführt, um bezüglich eines K-Tupels $tup = (ob_1,...,ob_K)$ auszudrücken, daß die k-te Tupelkomponente eine Stelle $s_{m(k)}$ bzw. eine Transition $t_{n(k)}$ darstellt. Mit "$\underline{\exists}$" als Symbol für den prädikatenlogischen Einsquantor und "$:\Leftrightarrow$" als Symbol für die definitorische Äquivalenz zweier Ausdrücke läßt sich diese Notation formal definieren durch:

$$s_{m(k)} :\Leftrightarrow k \in \mathcal{N}_+ \wedge (\underline{\exists}(h \in \mathcal{N}_+): h=m(k) \wedge s_h \in S)$$

$$t_{n(k)} :\Leftrightarrow k \in \mathcal{N}_+ \wedge (\underline{\exists}(h \in \mathcal{N}_+): h=n(k) \wedge t_h \in T)$$

Auf diese Weise ist es einerseits möglich, die Tupelkomponenten von 1 bis K eindeutig und durchlaufend zu indexieren. Andererseits wird hierdurch ebenso die Formulierungsfreiheit gewahrt, die k-te Tupelkomponente durch ein beliebig indiziertes Objekt $s_{m(k)}$ bzw. $t_{n(k)}$ zu ersetzen. Dabei werden die komplexen Indices m(k) und n(k) als Bilder von Indexfunktionen "m" bzw. "n" aufgefaßt, die den Index "k" der jeweils betrachteten Tupelkomponente auf einen Stellenindex $m(k) \in \{1,...,M\}$ bzw. auf einen Transitionenindex $n(k) \in \{1,..,N\}$ abbilden. Beispielsweise läßt sich das 2-Tupel eines Elements $(s_{m(1)},t_{n(2)})$ aus der Flußrelation F genau dann als ein Paar (s_7,t_5) aus der Stelle s_7 und aus der Transition t_5 identifizieren, wenn $m(1)=7$ und $s_7 \in S$ sowie $n(2)=5$ und $t_5 \in T$ gelten.

23) Abweichender Ansicht ist REISIG (1989a), S. 10. Er fordert, sowohl die Stellen- als auch die Transitionenmenge dürften nicht leer sein. Der Verf. folgt dieser Auffassung nicht, sondern führt sie erst für Petrinetze ein.

24) Die Flußrelation F atomarer Allgemeiner Netze ist notwendig leer. Denn jedes Paar (kn_x,kn_y), das Element der Flußrelation ist, muß per definitionem aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten bestehen. Da für atomare Allgemeine Netze jeweils nur genau ein atomares formales Objekt definiert ist, kann kein solches Paar (kn_x,kn_y) definiert sein. Folglich gilt $F=\emptyset$; q.e.d.

25) Die Finitheitseigenschaft von Netzkonstrukten erleichtert wesentlich den praktischen Umgang mit dem Petrinetz-Konzept. Denn die Behandlung infiniter Konstrukte kann zu erheblichen Schwierigkeiten führen. Es liegt außerhalb des Erkenntnisrahmens dieser Arbeit, solche Schwierigkeiten im einzelnen aufzuzeigen. Als pars pro toto wird aber auf das Problem unendlicher Inferenzräume und die damit zusammenhängende Fragwürdigkeit des "negation by failure"-Prinzips verwiesen. (Das Problem unendlicher Inferenzräume kann zwar durch endliche Netzkonstrukte nicht verhindert werden. Aber die Anzahl der denkmöglichen Konstellationen, in denen solche Inferenzräume auftreten, wird durch Vermeidung infiniter Netzkonstrukte reduziert.) Darüber hinaus wird auf entsprechende Finitheitsempfehlungen oder -postulate in der Literatur verwiesen; vgl. HILBERT (1925), S. 171, 173 u. 190; FRAENKEL (1930), S. 286; VON NEUMANN (1931), S. 116ff.; GENTZEN (1938), S. 18 u. 44; ACKERMANN,W. (1957), S. 16; CARNAP (1960a), S. 165; LORENZEN,P. (1962), S. 85 u. 94; KÖRNER,S. (1968), S. 89, 93f., 99f., 132ff., 144 u. 147; HEYTING (1968a), S. 314; LENK (1973), S. 100; KLEENE (1976), S. 767; ESSER,H. (1977a), S. 181; GANDY (1980), S. 127, 130 u. 145; GETHMANN (1980b), S. 17ff.; MITTELSTAEDT (1983), S. 42; DAUBEN (1983), S. 118.
Das Petrinetz-Konzept selbst ist keineswegs frei von der Zulässigkeit infiniter Netzkonstrukte. Vielmehr gestattet es die Formulierung unbeschränkter Markenkapazitäten, die zu unendlichen Erreichbarkeitsgraphen führen können.

Der Verf. wird diese infiniten Netzkonstrukte nicht ausschließen, um die Kompatibilität seiner Netzdefinitionen mit der etablierten Literatur zum Petrinetz-Konzept zu wahren. Statt dessen wird er aber in seinen Modellierungen stets darauf achten, nur finite Netzkonstrukte zu verwenden. Dazu gehört vor allem die Festlegung auf endliche Markenkapazitäten und endliche Erreichbarkeitsgraphen.

26) Da die Stellen- und Transitionenmengen S bzw. T jeweils endlich sind, ist auch jedes ihrer kartesischen Produkte SxT und TxS endlich. Die Vereinigungsmenge dieser beiden endlichen kartesischen Produktmengen ist ebenso endlich. A fortiori ist auch die Flußrelation, die als eine Teilmenge dieser Vereinigungsmenge definiert ist, endlich; q.e.d. Daher war es oben in der Definition Allgemeiner Netze keineswegs erforderlich, auch die Endlichkeit der Flußrelation explizit zu fordern. Denn die Endlichkeit der Flußrelation ist schon immer durch endliche Stellen- und Transitionenmengen implizit garantiert. Dennoch wurde die Endlichkeitsforderung auch für die Flußrelation ausdrücklich formuliert, um den finiten Charakter der Allgemeinen Netze herauszustreichen.

27) Diese Separation wird in den Definitionstupeln von komplexer definierten Netzklassen später fortgesetzt. Tupelkomponenten werden immer dann durch ein ";" voneinander getrennt, wenn die jeweils nachfolgenden Komponenten Mengen darstellen, deren Elemente aus den Elementen der jeweils voranstehenden Komponenten zusammengesetzt sind. Auf diese Weise veranschaulicht die ";"-Notation, wie durch das Definitionstupel eines Netzes sukzessiv immer komplexere Netzkonstrukte eingeführt werden. Diese Darstellungsweise erlaubt es, den hierarchischen Zusammenhang der Netzkonstrukte anzudeuten, obwohl die Definitionstupel der Netze weiterhin auf eine "flache", zeilenweise Auflistung der Tupelkomponenten beschränkt bleiben.

28) Die Theorie mathematischer Graphen wird hier als bekannt vorausgesetzt; vgl. zu Überblicksdarstellungen z.B. STEFFENS (1969), S. 33ff.; PAGNONI (1990), S. 35ff.

29) Ein Allgemeines Netz und sein repräsentierender Graph werden hinsichtlich ihres wechselseitigen Bezugs als korrespondierend bezeichnet. Ebenso wird von einem netzzugehörigen oder netzrepräsentierenden Graphen sowie von demjenigen Netz gesprochen, das dem jeweils betrachteten Graphen zugrundeliegt.

30) Die Formulierung "graphische Repräsentation" ist zweideutig. Hiermit kann einerseits die Repräsentation eines Netzes durch einen mathematischen Graphen gemeint sein. Ein solches Graph ist ein formalsprachliches, zunächst unanschauliches Konstrukt aus Knoten und kanten. Jeder mathematische Graph läßt sich aber andererseits "graphisch" veranschaulichen als ein Gebilde aus gezeichneten - "graphischen" - Symbolen. Diese graphischen Symbole sind im allgemeinen Kreise oder Rechtecke für die formalen Knotenkonstrukte sowie Linien oder Pfeile für die formalen Kantenkonstrukte. Die graphische Repräsentation eines Netzes kann sich daher sowohl unmittelbar auf das formalsprachliche Konstrukt eines mathematischen Graphen als auch mittelbar auf dessen Veranschaulichung durch gezeichnete graphische Symbole beziehen. Welche von beiden Repräsentationsformen gemeint ist, läßt sich jeweils aus dem Argumentationskontext entnehmen. Falls eine der beiden Repräsentationsalternativen explizit hervorgehoben werden soll, wird bei der formalsprachlichen Darstellung von einem mathematischen Graphen und bei der gezeichneten Veranschaulichung von einem visualisierten Graphen gesprochen.

31) Wegen $KN=(S\cup T)$, $KA=F$ und $F\subseteq((SxT)\cup(TxS))$ gilt stets auch $KA\subseteq(KNxKN)$. Daher reicht es hier aus, den Graphen GR, der einem Allgemeinen Netz $AN=(S,T;F)$ zugeordnet ist, durch das 2-Tupel $GR=(KN,KA)$ zu definieren. Andernfalls - wenn KA (KNxKN) nicht garantiert wäre - müßte zusätzlich sichergestellt werden, daß jede Kante mit einem Knotenpaar assoziiert wird. Dies ist beispielsweise dadurch möglich, daß als dritte definitorische Konstituente von Graphen eine Funktion "gra" eingeführt wird, die jeder Kante "ka" aus der Kantenmenge KA eine Knotenpaar (kn_x,kn_y) aus dem kartesischen Produkt der Knotenmenge KN zuordnet. Dann wäre für jedes Allgemeine Netz $AN=(S,T;F)$ ein Graph $GR^*=(KN,KA;gra)$ definiert, für den gilt:

- die Knotenmenge ist nicht-leer: $KN\neq\emptyset$
- Knoten- und Kantenmenge sind disjunkt: $KN\cap KA=\emptyset$
- gra: $KA \rightarrow KN \times KN$
  $ka \rightarrow gra(ka)=(kn_x,kn_y)$

Vgl. zu einer solchen Definition von Graphen durch 3-Tupel z.B. STEFFENS (1969), S. 35. Diese Definition wird von den oben eingeführten Graphen $GR=(KN,KA)$ aller Allgemeinen Netze $AN=(S,T;F)$ erfüllt, sofern es sich nicht um das degenerierte Allgemeine Netz $AN\emptyset$ handelt. Denn für alle nicht-degenerierten Allgemeinen Netze gilt $KN\neq\emptyset$ wegen $KN=(S\cup T)$ und $S\cup T\neq\emptyset$. $KN\cap KA=\emptyset$ ist wegen $KA=F$ und $F\subseteq((SxT)\cup(TxS))$ per constructionem immer erfüllt. Die Funktion "gra" läßt sich rekonstruieren, indem jedes Element (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation F als eine Kante $ka_{x.y}$ identifiziert wird, der dann das Knotenpaar $gra(ka_{x.y})=(kn_x,kn_y)$ zugeordnet ist. Auf den zusätzlichen Aufwand der Funktion "gra" kann jedoch im Rahmen des Petrinetz verzichtet werden, weil die graphenkonstituierende Relation $KA\subseteq(KNxKN)$ von jedem netzassoziierten Graphen $GR=(KN,KA)$ notwendig erfüllt wird. Daher wird auf die Definitionsvariante, die Graphen als 3-Tupel $GR^*=(KN,KA;gra)$ festgelegt, nicht weiter eingegangen.

32) Knoten und Kanten eines Netzes können ebenso als dessen Netzknoten bzw. -kanten angesprochen werden.

Strenggenommen dürften Stellen und Transitionen (Elemente der Flußrelation) nicht unmittelbar als Knoten (Kanten) bezeichnet werden. Vielmehr handelt es sich bei allen Knoten (Kanten) um *graphische Repräsentationen* der jeweils zugrundeliegenden Stellen und Transitionen (Elemente der Flußrelation). Auf diese präzise semantische Differenzierung wird aber in dieser Arbeit verzichtet, um die Diktion zu vereinfachen. Erst aufgrund dieser Vereinbarung ist es ohne Schwierigkeiten möglich, Bezugnahmen auf Netzknoten (Netzkanten) durch Rekurse auf Stellen oder Transitionen (Elemente der Flußrelation) zu ersetzen und umgekehrt.

33) Vorgänger- und Nachfolgerknoten bezeichnen jeweils nur einen *unmittelbaren* Vorgänger bzw. Nachfolger, der mit dem Referenzknoten durch genau eine Kante verknüpft ist. *Mittelbare* Vorgänger- oder Nachfolgerknoten, die mit dem Referenzknoten durch mehrere Kanten und zusätzliche, dazwischen liegende Knoten verbunden sind, werden dagegen als vor- bzw. nachgelagerte Knoten angesprochen.

34) Bipartite (gerichtete) Graphen werden näher behandelt bei PAGNONI (1990), S. 37f.

35) Vgl. dazu in Band 8 die zusammenfassende Charakterisierung des Petrinetz-Konzepts aus graphentheoretischer Sicht.

36) Vgl. zu solchen netzähnlichen bipartiten Graphen SOWA (1984), S. 73 u. 187ff.; GRABER (1987), S. 587f. u. 591; WEDEKIND (1988a), S. 36; CUGINI (1989), S. 91ff. (transition networks).
Eine herausragende Rolle spielen unter solchen Graphen die Aktivitäts-Zyklus-Diagramme, die oftmals angewendet werden, um Simulationen von Produktionsprozessen zu spezifizieren oder zu veranschaulichen. Vgl. zu solchen Aktivitätszyklen-Diagrammen HARTLEY (1984), S. 255; KOCHAN,D. (1986), S. 134, 138f. u. 141; BLIGHTMAN (1986), S. 738ff.; GRABER (1987), S. 587f. u. 591; FALSTER (1987), S. 244f. u. 248ff.

37) Die Ähnlichkeit besteht zunächst hinsichtlich der graphischen Darstellungsweise. Die Quellen, die in der voranstehenden Anmk. angeführt wurden, teilen den Ansatz des Petrinetz-Konzepts, zwei grundverschiedene Knotenarten als Kreise und Rechtecke zu repräsentieren. (Nur WEDEKIND (1988a), S. 36, weicht davon ab.) Darüber hinaus erstrecken sich die Kanten jener Graphen immer zwischen zwei artverschiedenen Knoten. Damit entsprechen sie auf den ersten Blick genau denjenigen bipartiten Graphen, die zur Repräsentation von Allgemeinen Netzen eingeführt worden sind.

38) Eine Ausnahme stellt lediglich FALSTER (1987) dar. Auf S. 244 u. 263f. verwendet er objektrepräsentierende "token". Sie belegen genau so, wie es für die Marken von Stelle/Transition-Netzen der Fall ist, die kreisförmigen (stellenartigen) Knoten. Allerdings scheint FALSTER diese markenartigen Gebilde nur als "Accessoirs" ohne substantielle Bedeutung zu verwenden. Denn er geht in seinen verbalen Erläuterungen auf diese Gebilde überhaupt nicht näher ein. Ab S. 245ff. (ab dem 3. Kapitel) verschwinden die markenartigen Gebilde auch aus den Visualisierungen der bipartiten Graphen. Erst im - nicht weiter kommentierten - Anhang (S. 263ff.) tauchen sie wieder sporadisch auf. Diese Merkwürdigkeiten lassen darauf verschließen, daß FALSTER die markenartigen Gebilde hinsichtlich ihrer potentiellen Gestaltungskraft für variable beschriftete (bipartite) Graphen noch nicht durchschaut hat. Jedoch klingt in der anschließenden Diskussion an, daß FALSTER die Möglichkeit, mit Marken Objektflüsse zu repräsentieren, durchaus sieht (S. 267).

39) Sie werden fortan auch kurz als Graphiksymbole bezeichnet.

40) Visualisierte Graphen gehören zur Klasse der Darstellungsmodelle im Sinne von STACHOWIAK (1973), S. 165ff. Er rechnet dazu ausdrücklich "Veranschaulichungs- oder Darstellungsgraphen (... Pfeildiagramme ...) zur Visualisierung formal(wissenschaftlich)er, also mathematischer und logischer Zusammenhänge" (S. 166; kursive Hervorhebungen des Originals hier unterlassen).
Die Bezeichnung "Visualisierung" etabliert sich im Bereich der Automatischen Informationsverarbeitung zunehmend als ein Terminus technicus; vgl. z.B. KOCH,M. (1990), S. 550 (mit dem Hinweis, daß der Visualisierungsbegriff im Jahr 1987 in den USA seitens der National Science Foundation durch die Initiative "Visualization in Scientific Computation" offiziell eingeführt worden sei); MOSNER (1991), S. 137; BRÜGGEMANN (1991), S. 229.

41) Sofern es die Gestaltung einer graphischen Netzvisualisierung zuläßt, werden im Normalform alle Transitionen durch quadratische Symbole repräsentiert. Umfangreiche Beschriftungen von Transitionen können allerdings später - im Rahmen Synthetischer Netze - dazu führen, daß auch auf nicht-quadratische Rechtecke zurückgegriffen werden muß, um die Beschriftungen übersichtlich darstellen zu können.

42) Ebenso wird von der graphischen Visualisierung eines Netzes oder von einem graphisch visualisierten Netz gesprochen. Diese Formulierungen dienen ausschließlich einer aufgelockerten Diktion. Dabei drückt die nähere Bestimmung der Visualisierung eines Netzes durch das Attribut "graphisch" *keine* sachlogische *Reihenfolge* derart aus, daß zuerst eine Visualisierung des Netzes erfolgt, an die sich eine graphische Aufbereitung anschließt. Vielmehr ergibt sich aus dem oben Gesagten, daß die graphische Repräsentation eines Netzes zunächst die Qualität eines wohldefinierten mathematischen Graphen besitzt. Erst wenn dieser Graph vorliegt, ist seine Präsentation in einer visuellen Darstellungsform möglich. Die Begriffsverknüpfung von "visualisiert" und "graphisch" verweist auf der

semantischen Ebene stets auf diesen Sachzusammenhang. Die syntaktische Verknüpfung der beiden Begriffe zielt hingegen nur darauf ab, eine möglichst "flüssig" anmutende Formulierungsweise zu gestatten.

43) Gedacht ist hier z.B. an OR-Programme, die bereits als Konglomerate aus Variablen und Relationen charakterisiert wurden, oder an Differentialgleichungssysteme, wie sie bei der Repräsentation naturwissenschaftlichen Wissens vorherrschen.

44) Dabei wird die kognitive Adäquanz unter vielfach variierenden Bezeichnungen gewürdigt. Zu den oftmals angeführten gehören: die Anschaulichkeit, die Übersichtlichkeit, die leichte Verständlichkeit, die Natürlichkeit sowie die Intelligibilität von visualisierten Graphen. Vgl. zur kognitiven Vorteilhaftigkeit von Wissensinhalten, die als visualisierte Graphen dargeboten werden, beispielsweise PRITSKER (1966b), S. 273; WHITEHOUSE (1973), S. 9; AGERWALA (1978b), S. 309 ("a graphic representation ... which the human eye can very easily assimilate"); TAYLOR,B. (1982), S. 846 u. 853; ROSENSTENGEL (1983); GELLER (1987), S. 545ff., insbesondere S. 547 (bezüglich des dort aufgestellten projektiven Adäquanzkriteriums); IGEL (1986b), S. 1 ("Die graphische Darstellung ... erfreut sich ... einer großen Akzeptanz, da sie anschaulich und leicht verständlich ist."); GLOVER (1990), S. 9, S. 21 ("These netform representations ... replace the obscure and unilluminating algebraic representation by an equivalent, but much easier to understand, pictorial representation.") u. S. 24 ("Because we tend to express complex relationships by pictures and diagrams, technology is relying increasingly on pictorial representations as an indispensable element of new advances. Netforms are being drawn into this process in a natural fashion ..." usw.); HENNICKE (1991), S. 14 ("Die netzartige Darstellungsweise ermöglichst eine ... verständliche und anschauliche Abbildung komplexer ... Abhängigkeiten ...") sowie S. 18 u. 60; PERRIDON (1991), S. 127.
Vgl. auch allgemein zu der großen Bedeutung, die visualisierten Repräsentationsformen bei der Modellierung von Problemen eingeräumt wird, GUPTA,J. (1977), S. 86f. (aus der Perspektive des Operations Research); SCHUMACHER (1978), S. 2 u. 18; PRESSMAR (1982), S. 340 u. 342f.; DIRUF (1983), S. 240 u. 242ff.; DIRUF (1984), S. 120 u. 126; MULLER,H. (1987), S. 1665; ELORANTA (1988), S. 188ff.; DITTRICH,G. (1989b), S. 9; PAGNONI (1990), S. 33 u. 85 (in bezug auf Planrepräsentationen); KOCH,M. (1990), S. 550f.; REMBOLD (1990), S. 161; MOSNER (1991), S. 137f. u. 142ff.; DÖRNHÖFER (1991), S. 126 u. 129ff.; WECK (1991e), S. 116ff.; BACK-HOCK (1991a), S. 98; WINTER,RO. (1991), S. 195 (allerdings mit Skepsis gegenüber dem Visualisierungsaufwand).

45) Vgl. zu den selten Ausnahmen KÖNIG,D. (1936), Vorwort (Die "graphentheoretische Terminologie hat einen großen heuristischen Wert: sie liefert 'natürliche' Probleme und verbindet dabei recht abstrakte Dinge mit klaren Vorstellungen, wodurch oft neue Zusammenhänge zwischen voneinander scheinbar entfernt liegenden ... Problemen zutage treten".); STEFFENS (1969), S. 33 ("... besitzt die Graphentheorie für die Wirtschaftswissenschaft vor allem methodischen Wert, der schon dadurch begründet ist, daß zufolge ihres genuinen Begriffsapparates ökonomische Beziehungsgefüge darstellbar und analysierbar werden, deren Erfassung sich anderen methodischen Mitteln verschließt."); SZYPERSKI (1983), S. 110; ZELEWSKI (1989e), S. 68.
Weitere, ausführliche Würdigungen der Graphentheorie für Modellierungszwecke finden sich bei MÜLLER-SILVA (1984a), S. 37ff., insbesondere S. 38, u. S. 47f. Allerdings stellt er den Aspekt der kognitiven Adäquanz nicht in den Vordergrund.

46) Vgl. HOLT,A. (1971), S. 202; HACK,M. (1972), S. 2 u. 7; HACK,M. (1975a), S. 13; MERLIN,P. (1976a), S. 615; PETRI,C. (1976b), S. 11; TOURRES (1976), S. 217; MURATA,TA. (1977c), S. 2; AGERWALA (1978a), S. 149; AGERWALA (1979), S. 85; PETRI,C. (1979c), S. 83; PRIESE (1979), S. 4; HAN (1979), S. 270f.; PAKAS-SKEWES (1979), S. 9; MEMMI (1979), S. 92; OBERQUELLE (1980), S. 505; RAMAMOORTHY (1980), S. 441; HACKMANN (1981), S. 372; DE CINDIO (1982), S. 269; SCHESCHONK (1982a), S. 104; GIRAULT (1982a), S. 0.1; PAGNONI (1990), S. 164.

47) Strenggenommen handelt es sich bei den formalen Objekten, die durch ein Petrinetz fließen können, um die Kopien von Marken. Von dieser Besonderheit wird in dieser Arbeit aber oftmals abstrahiert, wenn die Unterscheidung zwischen Marken und Markenkopien keine beachtliche Rolle spielt.

48) Vgl. dazu die Ausführungen zur Simulationsanalyse von Netzmodellen.

49) Auf die Bedeutung des Kommunikationsaspekts für die praktische Modellierung von Koordinierungsproblemen wurde bereits hingewiesen.

50) Es ist hier unbeachtlich, ob die Informationsverarbeitungsprozesse von Menschen oder von Automatischen Informationsverarbeitungssystemen ausgeführt werden können. Statt dessen kommt es nur darauf an, daß der Empfänger einer Ergebnispräsentation ein Mensch ist.

51) Vgl. zur Kommunikationsfunktion von Netzen GENRICH (1976b), S. 4; KWAN (1977a), S. 608; PETRI,C. (1979c), S. 83; WINAND (1980), S. 1252; BRETSCHNEIDER (1980c), S. 41; HACKMANN (1981), S. 372; KRÄMER (1981), S. 461; OBERQUELLE (1981b), S. 1.1; DE CINDIO (1982), S. 269; HACKMANN (1982), S. 1, 22 u. 85; ROSENSTENGEL (1983),; BEKHI (1989), S. 246; KIEßLER (o.J.), S. 7.
Dies kann im Extremfall dazu führen, daß Netze nur noch als *reine* Kommunikationsinstrumente ohne jede weiterreichende Funktion eingesetzt werden. Darauf wurde schon hingewiesen.

52) Die Komponenten eines Konzepts werden als quantitative Ausdrücke bezeichnet, wenn sie sich auf einer metrischen Skala (Kardinalskala) darstellen lassen. Eine solche Skala wird hier im engen Sinne von Intervallskalen ausgelegt. Auf ihnen sind Meßoperationen definiert, deren Ergebnisse sowohl Äquivalenz- und Ordnungsrelationen als auch ein Abstandsmaß erfüllen. Das Abstandsmaß ist die wesentliche Charakteristik quantitativer Konzepte, da auch schwächere Meßkonzepte auf Äquivalenz- und Ordnungsrelationen beruhen. Ein Skalen-Nullpunkt braucht nicht zu existieren. Vgl. zur Definition metrischer Skalen und darauf gründender quantitativer Konzepte SCHNEEWEIß,H. (1963), S. 185; FRANK,J. (1976), S. 89ff. Eine metrische Skala setzt nicht notwendig numerische Meßoperationen voraus, wird aber zumeist in diesem speziellen Sinn ausgelegt; vgl. FRANK,J. (1976), S. 91.

53) Dies ist bereits für Stelle/Transition-Netze der Fall.

54) Die beiden nachfolgend skizzierten topologischen Konzepte sind unabhängig voneinander definiert, indem auf verschiedenartige Basistheorien zurückgegriffen wird. Das erste Konzept beruht auf der Relationen-, das zweite auf der Kategorientheorie.

55) Ein Konzept heißt topologisch, wenn zwischen seinen Komponenten nur Äquivalenz- und Ordnungsrelationen definiert sind. Charakteristisch sind hierbei die Ordnungsrelationen. Denn Äquivalenzrelationen werden auch von noch schwächer definierten Meßkonzepten - auf der Basis von Nominalskalen - erfüllt. Meßtheoretisch entsprechen topologische Konzepte der Definition von Ordinalskalen, während sich metrische Skalen auf die Konzeptkomponenten nicht anwenden lassen. Vgl. zu topologischen Konzepten und ihren zugrundeliegenden Ordinalskalen SCHNEEWEIß,H. (1963), S. 184f.; FRANK,J. (1976), S. 89 u. 91.

Im Petrinetz-Konzept führen die charakteristischen Kausal- und Nebenläufigkeitsrelationen zu solchen Relationen. Darauf wird an späterer Stelle ausführlich eingegangen.

56) Als eine Ordnungsrelation wird hier jede transitive und antisymmetrische zweistellige Relation REL über einer relationsspezifischen Trägermenge ME bezeichnet. Dies weicht von anderen Definitionen für Ordnungsrelationen insofern ab, als hinsichtlich der Reflexivität von Ordnungsrelationen keine Festlegung erfolgt. Ordnungsrelationen können also im hier vorausgesetzten Begriffsverständnis auch irreflexiv sein. Die Reflexivität von Ordnungsrelationen wird dagegen z.B. unterstellt von CARNAP (1960a), S. 123; GERICKE,H. (1963), S. 27 u. 33; ROSENSTENGEL (1982), S. 53 u. 147. Die vom Verf. präferierte Variante, Ordnungsrelationen hinsichtlich ihrer Reflexivität nicht festzulegen, findet sich dagegen unmittelbar bei WILD (1966), S. 105; sowie mittelbar bei PETRI,C. (1980b), S. 251 (dort wird eine strikte Ordnungsrelation betrachtet, wobei Striktheit einer Relation deren Irreflexivität bedeutet). Allerdings vertritt WILD (1966), S. 105, einen noch weiter gefaßten Ordnungsbegriff, der sich auf jede Relation bezieht, die nicht symmetrisch ist. Dies erfordert einerseits keine Transitivität für Ordnungsrelationen. Andererseits brauchen diese nicht antisymmetrisch zu sein, sondern können auch asymmetrisch oder nonsymmetrisch ausfallen. Diese letztgenannte Nuancierung spielt jedoch für die Betrachtung der Ordnungsrelation eines Allgemeinen Netzes keine Rolle, während die erstgenannte Frage der Reflexivität entscheidend ist.
Eine Ordnungsrelation kann in zwei Varianten vorliegen. Jede transitive und antisymmetrische Ordnungsrelation stellt zunächst eine Halbordnungsrelation (i.w.S.) dar. Eine solche Halbordnungsrelation liegt vor, wenn von allen komplementären Paaren (e_1,e_2) und (e_2,e_1), die aus verschiedenen Elementen der Trägermenge ME kombiniert werden können, jeweils *höchstens* eines die Ordnungsrelation erfüllt. (Beide komplementären Paare können per definitionem nicht zu derselben Ordnungsrelation gehören, wenn diese - wie eingangs festgelegt - als antisymmetrische Relation ausgezeichnet wird.) Von einer Vollordnungsrelation wird erst dann gesprochen, wenn eine Ordnungsrelation nicht nur transitiv und antisymmetrisch, sondern darüber hinaus auch linear ist. In diesem Sonderfall gehört aus allen komplementären Paaren (e_1,e_2) und (e_2,e_1) jeweils *genau* eines zu der Ordnungsrelation. Voll- und Halbordnungsrelationen schließen sich also nicht wechselseitig aus. Vielmehr stellen Vollordnungsrelationen einen linearisierten Grenzfall von Halbordnungsrelationen dar. Falls dagegen bekannt ist, daß sich eine Halbordnungsrelation nicht linear verhält, so wird sie präzisierend als eine Halbordnungsrelation i.e.S., als eine echte oder als eine nicht-lineare Halbordnungsrelation klassifiziert; vgl. PUTNAM,H. (1973), S. 75.
Halbordnungsrelationen i.e.S. heißen auch echte Halbordnungen oder nicht-lineare Ordnungen. Entsprechend werden Halbordnungsrelationen i.w.S. als unechte Halbordnungen oder partielle Ordnungen angesprochen. Halbordnungsrelationen und Halbordnungen, die durch keinen Zusatz näher bestimmt sind, unterliegen jeweils dem weit gefaßten Begriffsverständnis der Halbordnungsrelationen i.w.S. bzw. unechten Halbordnungen. Vollordnungsrelationen werden dagegen als Vollordnungen, vollständige Ordnungen oder lineare Ordnungen bezeichnet. Die Trägermenge ME einer Relation REL heißt genau dann halbgeordnet, vollgeordnet (vollständig geordnet, linear geordnet), nicht-linear geordnet oder ungeordnet, falls die Relation eine Halbordnung, eine Vollordnung (lineare Ordnung), eine nicht-lineare Ordnung bzw. keine Halbordnung darstellt.
Die Unterscheidung zwischen Halb- und Vollordnungen erlangt für die Beurteilung des Petrinetz-Konzepts erhebliche Bedeutung. Denn einerseits beruhen Allgemeine Netze und alle daraus abgeleiteten speziellen Netze auf Halbordnungsrelationen. Andererseits unterstellen konventionelle betriebswirtschaftliche Koordinierungskonzepte im allgemeinen - zumindest implizit - Vollordnungsrelationen. Hieraus resultierende Besonderheiten von Koordinierungskonzepten, die auf Petrinetzen gründen, werden in dieser Arbeit noch mehrfach behandelt.

Den voranstehenden Charakterisierungen von Ordnungsrelationen und ihren Varianten liegen mit "$\forall$" als Allquantor und "$\exists$" als Existenzquantor die nachfolgenden terminologischen Vereinbarungen der Relationentheorie zugrunde. Eine zweistellige Relation REL über der Trägermenge ME heißt:

- *reflexiv* genau dann, wenn *jedes* Paar (e,e) identischer Elemente "e" aus der Trägermenge ME auch ein Element der Relation REL ist:
  $\forall(e\in ME)$: $(e,e)\in REL$
- *irreflexiv* genau dann, wenn *kein* Paar (e,e) identischer Elemente "e" aus der Trägermenge ME ein Element der Relation REL ist:
  $\forall(e\in ME)$: $(e,e)\notin REL$
- *transitiv* genau dann, wenn für alle Elemente e_1, e_2 und e_3 aus der Trägermenge ME gilt: falls die Paare (e_1,e_2) und (e_2,e_3) Elemente der Relation REL sind, dann ist auch das Paar (e_1,e_3) ein Element dieser Relation:
  $\forall(e_1\in ME)\ \forall(e_2\in ME)\ \forall(e_3\in ME)$: $((e_1,e_2)\in REL \wedge (e_2,e_3)\in REL) \rightarrow (e_1,e_3)\in REL$
- *nicht transitiv* oder nontransitiv genau dann, wenn mindestens drei Elemente e_1, e_2 und e_3 aus der Trägermenge ME existieren, für die gilt: zwar sind die Paare (e_1,e_2) und (e_2,e_3) Elemente der Relation REL, nicht aber das Paar (e_1,e_3):
  $\exists(e_1\in ME)\ \exists(e_2\in ME)\ \exists(e_3\in ME)$: $(e_1,e_2)\in REL \wedge (e_2,e_3)\in REL) \wedge (e_1,e_3)\notin REL$
- *symmetrisch* genau dann, wenn für *alle* Elemente e_1 und e_2 aus der Trägermenge ME gilt: für jedes Paar (e_1,e_2), das ein Element der Relation REL ist, gehört auch das komplementäre Paar (e_2,e_1) zu dieser Relation:
  $\forall(e_1\in ME)\ \forall(e_2\in ME)$: $(e_1,e_2)\in REL \rightarrow (e_2,e_1)\in REL$
- *nicht symmetrisch* genau dann, wenn es in der Trägermenge ME *mindestens zwei* Elemente e_1 und e_2 gibt, für die gilt: das Paar (e_1,e_2) ist ein Element der Relation REL, nicht aber das komplementäre Paar (e_2,e_1):
  $\exists(e_1\in ME)\ \exists(e_2\in ME)$: $(e_1,e_2)\in REL \wedge (e_2,e_1)\notin REL$
- *nonsymmetrisch* genau dann, wenn für *mindestens vier* Elemente e_1, e_2, e_3 und e_4 aus der Trägermenge ME gilt: einerseits gehören sowohl das Paar (e_1,e_2) als auch das komplementäre Paar (e_2,e_1) zu der Relation REL - andererseits ist das Paar (e_3,e_4) ein Element der Relation REL, nicht aber das komplementäre Paar (e_4,e_3):
  $\exists(e_1\in ME)\ \exists(e_2\in ME)\ \exists(e_3\in ME)\ \exists(e_4\in ME)$: $(e_1,e_2)\in REL \wedge (e_2,e_1)\in REL \wedge (e_3,e_4)\in REL \wedge (e_4,e_3)\notin REL$
- *asymmetrisch* genau dann, wenn für *alle* Elemente e_1 und e_2 aus der Trägermenge ME gilt: für jedes Paar (e_1,e_2), das ein Element der Relation REL ist, gehört das komplementäre Paar (e_2,e_1) nicht zu dieser Relation:
  $\forall(e_1\in ME)\ \forall(e_2\in ME)$: $(e_1,e_2)\in REL \rightarrow (e_2,e_1)\notin REL$
- *antisymmetrisch* genau dann, wenn für *alle* Elemente e_1 und e_2 aus der Trägermenge ME gilt: für jedes Paar (e_1,e_2), das ein Element der Relation REL ist und das aus verschiedenen Elementen besteht, gehört das komplementäre Paar (e_2,e_1) nicht zu dieser Relation:
  $\forall(e_1\in ME)\ \forall(e_2\in ME)$: $((e_1,e_2)\in REL \wedge (e_1\neq e_2)) \rightarrow (e_2,e_1)\notin REL$
- *linear* genau dann, wenn für *alle verschiedenen* Elemente e_1 und e_2 aus der Trägermenge ME gilt: das Paar (e_1,e_2) oder das komplementäre Paar (e_2,e_1) gehören zur Relation REL:
  $\forall(e_1\in ME)\ \forall(e_2\in ME)$: $(e_1\neq e_2) \rightarrow ((e_1,e_2)\in REL \ldots (e_2,e_1)\in REL)$
- *nicht linear* genau dann, wenn für *mindestens zwei verschiedene* Elemente e_1 und e_2 aus der Trägermenge ME gilt: weder das Paar (e_1,e_2) noch das komplementäre Paar (e_2,e_1) gehören zur Relation REL:
  $\exists(e_1\in ME)\ \exists(e_2\in ME)$: $(e_1\neq e_2) \rightarrow ((e_1,e_2)\notin REL \wedge (e_2,e_1)\notin REL)$

Vgl. zu diesen relationstheoretischen Begriffsbildungen CARNAP (1960a), S. 118ff.; WILD (1966), S. 104f.; KUYPERS (1973), S. 93ff.; GENRICH (1973b), Anhang S. 1. Ausweitungen auf k-stellige Relationen mit $k\in N_+$ und $k\geq 2$, die über k - nicht notwendig identischen - Trägermengen definiert sind, sind durchaus möglich. Sie spielen aber für diese Arbeit keine Rolle.

57) Abstandsmaße sind spezielle Ordnungsrelationen, deren Formulierung zumindest den Ausdrucksreichtum der Arithmetik voraussetzt. Denn sie beruhen stets auf einer "Dreiecksungleichung", die bestimmt, daß die *Summe* der Abstände abs(...) zwischen den Elementen zweier Paare (e_1,e_2) und (e_2,e_3) nicht größer sein darf als der Abstand zwischen den beiden Punkten des Paares (e_1,e_3): $abs(e_1,e_2)+abs(e_2,e_3) \leq abs(e_1,e_3)$.
Abstandsmaße können in das Petrinetz-Konzept erst eingeführt werden, wenn die Allgemeinen Netze durch die Ergänzung arithmetischer Konstrukte zu Stelle/Transition-Netzen erweitert worden sind. Dann läßt sich ein netzspezifisches Abstandsmaß als "Synchronieabstand" definieren. Dieser Synchronieabstand spielt im Petrinetz-Konzept jedoch nur eine inferiore Rolle und wird hier nicht weiter berücksichtigt. Da er für Allgemeine Netze nicht definiert werden kann, stellen diese weiterhin rein topologische Konzepte dar. Nähere Erörterungen des Synchronieabstands für Stelle/Transition-Netze finden sich bei ROSENSTENGEL (1991), S. 66ff. u. 95.

58) Axiomatisierungen der Netztheorie werden in dieser Arbeit nicht näher ausgeführt. Sie sind zwar für das theoretische Verständnis des Petrinetz-Konzepts und seine formale Beurteilung bedeutsam, spielen aber für die Konzeptanwendung bei der Modellierung von Realproblemen keine Rolle. Denn die Axiome sind derart abstrakt formuliert, daß sich kein unmittelbarer Zusammenhang mit den hier interessierenden Stelle/Transition-Netzen und ihren späteren Erweiterungen zu Synthetischen Netzen erkennen läßt. Statt dessen wird auf die einschlägige Literatur verwiesen, die sich mit Axiomatisierungen der Netztheorie befaßt. Vgl. z.B. PETRI,C. (1980b), S. 251ff.; vgl. auch die späteren Ausführungen zur Axiomatisierung des Petrinetz-Konzepts und die nachfolgende Anmerkung zu Geschehnisnetzen.

59) Allgemeine Netze AN=(S,T;F) werden bei axiomatischen Untersuchungen des Petrinetz-Konzepts zwar weiterhin als 3-Tupel (S,T;F) definiert, aber zumeist als eigenständige Netzklasse (occurrence nets) behandelt. Auf solche Geschehnisnetze wurde bereits (mit weiterführenden Literaturangaben) hingewiesen. In dieser Netzklasse werden die Elemente aus den netzkonstituierenden Mengen S, T und F in einer speziellen Weise interpretiert, die sich an der kausalen Unabhängigkeit der Geschehnisse (occurrences) von Ereignissen ausrichtet. Aus der kausalen Unabhängigkeit von Ereignisgeschehnissen wird eine Nebenläufigkeitsrelation "co" (für: concurrency relation) abgeleitet, die für die gesamte Netztheorie fundamentale Bedeutung besitzt. Denn alle Axiomatisierungen der Netztheorie erfolgen dadurch, daß für die Nebenläufigkeitsrelation "co" bestimmte Relationseigenschaften postuliert werden. Vgl. dazu die Quellen, die in der voranstehenden Anmerkung für Axiomatisierungen der Netztheorie angegeben wurden. Auf die Nebenläufigkeitsrelation wird in dieser Arbeit hinsichtlich des "nebenläufigen" Schaltens von Transitionen noch ausführlicher eingegangen. Vertiefende Darstellungen der Nebenläufigkeitsrelation in Geschehnisnetzen (occurrence nets) finden sich z.B. bei PETRI,C. (1980b), S. 251ff.; ROSENSTENGEL (1982), S. 67ff., insbesondere S. 70ff.; ROSENSTENGEL (1991), S. 45f., 48ff. u. 67.

60) Es handelt sich um eine irreflexive, transitive und antisymmetrische Relation. Sie wird z.B. von PETRI,C. (1980b), S. 251, als Relation "$<$" eingeführt. Als Komplement dieser Halbordnungsrelation "$<$" wird die Nebenläufigkeitsrelation "co" definiert. Sie wurde bereits hinsichtlich der axiomatischen Fundierung der Netztheorie angesprochen.
Die Transitivität und Antisymmetrie wurden schon als konstitutive Eigenschaften jeder Ordnungsrelation eingeführt. Sie gelten ebenso für die Halbordnungsrelation "$<$", weil jede Ordnungsrelation zugleich eine Halbordnungsrelation ist. Hinzu kommt als fakultative Eigenschaft von Ordnungsrelationen die Irreflexivität der Relation "$<$". Auf die Irreflexivität läßt sich im Kontext der Netztheorie grundsätzlich nicht verzichten, weil die Relation "$<$" aus der Flußrelation F abgeleitet ist. Da die Elemente (kn_x,kn_y) der Flußrelation per definitionem jeweils nur aus artverschiedenen atomaren Objekten kn_x und kn_y bestehen dürfen, kann kein Paar (kn_x,kn_y) mit identischen atomaren Objekten $kn_x = kn_y$ ein Element der Flußrelation sein. Folglich ist die Flußrelation F irreflexiv. Gleiches gilt per constructionem auch für die Relation "$<$", weil sie mit Hilfe einer Kompositionsoperation abgeleitet wird und die Eigenschaft der Irreflexivität unter dieser Operation erhalten bleibt.
Mitunter wird auch von einer reflexiven, transitiven und antisymmetrischen Relation "$\leq$" ausgegangen. Vgl. dazu PLÜNNECKE (1985b), S. 396; PLÜNNECKE (1987), S. 387. Mit Hilfe dieser Relation wird über einer - zunächst beliebigen - Menge X eine Halbordnung $(X,\leq)$ konstituiert. Solche Halbordnungen werden oftmals als "posets" (partially ordered sets) thematisiert. Dabei geht es vor allem darum, im Zusammenhang mit der axiomatischen Fundierung des Petrinetz-Konzepts die formalen Eigenschaften solcher Halbordnungen zu erforschen. An dieser Stelle interessieren aber nur zwei Aspekte. Einerseits stimmt die Relation "$\leq$" mit der o.a. Relation "$<$" hinsichtlich der charakteristischen Antisymmetrie und Transitivität überein. Andererseits weicht die Relation "$\leq$" aufgrund ihrer Reflexivität von der irreflexiven Relation "$<$" ab. Diese Devianz unterstreicht nochmals die Vereinbarung, Ordnungsrelationen hinsichtlich ihrer Reflexivität oder Irreflexivität nicht einzuschränken. Zwar könnte der Einwand erhoben werden, daß die Reflexivität der Relation "$\leq$" der voranstehenden Argumentation widerspreche, die Flußrelation F von Netzen erfordere eine irreflexive relationale Grundlage. Doch der Einwand greift nicht. Denn die Thematisierung von Halbordnungen $(X,\leq)$ erfolgt in den oben erwähnten Quellen ohne direkten Bezug auf die Flußrelation F. Statt dessen ist es dort sogar notwendig, aus der Relation "$\leq$" durch Ausschluß der Identität eine irreflexive Relation "$<$" abzuleiten; vgl. abermals PLÜNNECKE (1985b), S. 396; PLÜNNECKE (1987), S. 387. Dieser Sachverhalt deutet an, daß der Übergang zur irreflexiven Flußrelation F von Netzen eine irreflexive relationale Komponente erfordert. Vgl. zu ausführlicheren Diskussionen von Halbordnungen - "posets" - $(X,\leq)$ und ihrer formalen Eigenschaften PLÜNNECKE (1985b), S. 396ff.; PLÜNNECKE (1987), S. 387ff.

61) Die Halbordnungsrelation "$<$" der Netztheorie ist als die transitive Hülle F^+ der Flußrelation F eines Geschehnisnetzes (S,T;F) definiert; vgl. PETRI,C. (1980b), S. 251.
Die transitive Hülle REL^+ einer beliebigen zweistelligen transitiven Relation REL ist wie folgt in induktiver Weise definiert:

- Für die Komposition "o" zweier Relationen REL_1 und REL_2, die über derselben Trägermenge ME als zweistellige Relationen definiert sind und nicht verschieden sein müssen, gilt:
  $REL_1 o REL_2 = \{(e_1,e_3): \exists(e_2 \in ME): (e_1,e_2) \in REL_1 \wedge (e_2,e_3) \in REL_2\}$.

- $REL^1 = REL$.
- Für jedes K mit $K \in \mathcal{N}_+$ ist die Komposition K-ter Stufe für die Relation REL erklärt durch: $REL^{K+1} = REL^K \circ REL$.
- Die transitive Hülle REL^+ ist die Vereinigungsmenge der Kompositionen K-ter Stufe der Relation REL für alle $K \in \mathcal{N}_+$:
  $REL^+ = \bigcup(K \in \mathcal{N}_+)$: REL^K.

Vgl. dazu die Konstruktdefinitionen bei GENRICH (1976b), S. 29; PETRI,C. (1979d), S. 150; GENRICH (1980b), S. 519; HEINEMANN (1980), S. 9; REISIG (1986a), S. 165.

62) Vgl. dazu die terminologischen Präzisierungen der Eigenschaften von Ordnungsrelationen.

63) Vgl. zu Überblicken über die Kategorientheorie MAC LANE (1968), S. 286ff.; MAC LANE (1971), insbesondere S. 7ff.; BANDLER (1978), S. 243ff.; GENRICH (1980a), S. 139ff.; BELL,J. (1986a), S. 409ff.; SLAHOR (1988), S. 29ff. Grob gesprochen stellen Kategorien Zusammenfassungen aus abstrakten mathematischen Objekten und denjenigen Transformationen dar, die auf jene Objekte angewendet werden können, ohne die mathematische Struktur der Objekte zu verändern. Solche strukturerhaltenden Objekttransformationen werden in der Kategorientheorie als Morphismen bezeichnet. Welche Objektstrukturen als invariant vorausgesetzt werden, hängt von der jeweils betrachteten Kategorie ab. Strukturerhaltende Morphismen erlangen auch in der Netztheorie besondere Beachtung. Dort werden sie als Netzmorphismen diskutiert, die zur Vergröberung oder Verfeinerung von Netzen angewendet werden können, ohne hierbei die Netzstruktur zu modifizieren. Vgl. zu solchen Netzmorphismen GENRICH (1980a), S. 147ff.

64) Topologische Räume sind abstrakte mathematische Objekte, deren Strukturen gegenüber kontinuierlichen Transformationen erhalten bleiben. Sie werden seitens der "Topologie", die eine Spezialisierung der Kategorientheorie auf kontinuierliche Morphismen darstellt, untersucht. Übersichten über diese mathematische Disziplin "Topologie" finden sich bei SEIFERT (1934), S. 1ff.; KELLEY (1961), S. 37ff.; SEIFERT (1980), S. 1ff.; URSPRUNG (1982), S. 26ff.; THURSTON (1984), S. 110ff. Vgl. auch am Rande MESCHKOWSKI (1967), S. 42ff.; MAC LANE (1968), S. 287; WINFREE (1983), S. 101. Ihr spezielles Erkenntnisobjekt, die topologischen Räume, werden z.B. definiert von KELLEY (1961), S. 37; FERNANDEZ (1976a), S. 2f.; GENRICH (1980a), S. 144; URSPRUNG (1982), S. 33.

65) Vgl. zur Einbettung der 3-Tupel (S,T;F) von Allgemeinen Netzen in das Konzept topologischer Räume PETRI,C. (1973), S. 142; FERNANDEZ (1975), S. 5ff.; FERNANDEZ (1976a); PETRI,C. (1976b), S. 30; GENRICH (1976b), S. 27, Abb. 17; SCHIFFERS (1977), S. 1f.; GENRICH (1980a), S. 144f.; ZELEWSKI (1987a), S. 45ff.

66) In der Petrinetz-Literatur werden Vor- und Nachbereich der Flußrelation F gewöhnlich mit dom(F) (dom für "domain") bzw. cod(F) oder range(F) (cod für "co-domain") bezeichnet; zwecks symbolischer Einheitlichkeit der vorliegenden Arbeit wird diese Notation hier nicht übernommen.

67) Eine 1-Schleife ist also definiert als ein Allgemeines (Teil-)Netz AN_{1S}, für das gilt:

$$AN_{1S}=(\{s_m\},\{t_n\},\{(s_m,t_n),(t_n,s_m)\})$$

Im korrespondierenden Graphen bilden die beiden inzidenten Knoten kn_x und kn_y zusammen mit ihren zwei adjazenten Kanten (kn_x,kn_y) und (kn_y,kn_x) einen in sich geschlossenen, zyklischen Weg (kn_x,kn_y,kn_x). Ein solcher Weg heißt eine Schleife. Es handelt sich um eine 1-Schleife mit der Zykluslänge "1", weil der Weg (kn_x,kn_y,kn_x) den kleinstmöglichen in sich geschlossenen Weg darstellt, der im Graphen eines beliebigen Allgemeinen Netzes definiert werden kann.
Der Weg (kn_x) wäre zwar noch kürzer, stellt aber keinen zulässigen zyklischen Weg mehr dar. Er würde nur dann einen in sich geschlossenen Weg bilden, wenn der Knoten kn_x mit sich selbst verknüpft wäre. Eine solche "0-Schleife" erfordert eine Kante (kn_x,kn_x). Da diese Kante keine artverschiedenen, sondern sogar identische Ursprungs- und Zielknoten besitzt, verstößt sie gegen das Definitionspostulat $F \subseteq ((S\times T) \cup (T\times S))$ für alle zulässigen Netzkanten. Folglich ist jeder "0-Zyklus" für Allgemeine Netze verboten.
1-Schleifen werden oftmals auch unter anderen Bezeichnungen angesprochen, z.B. als Selbstschleifen, als Schlingen, als "loops" oder als Nebenbedingungen. Von solchen Bezeichnungsvarianten wird im folgenden abgesehen. Lediglich auf Nebenbedingungen wird später zurückgekommen: Dann werden aber 1-Schleifen und Nebenbedingungen inhaltlich differenziert.

68) Umgekehrt erlauben Netze, die mit Sicherheit keine 1-Schleifen enthalten, manche Netzkonstrukte in erheblich vereinfachter Weise zu definieren; vgl. z.B. VALMARI (1988a), S. 100 i.V.m. S. 97 (in bezug auf "semistubborn"-Teilmengen von Transitionen).

69) Ein reines Netz läßt sich dadurch charakterisieren, daß Vor- und Nachbereich für jede seiner Transitionen t_n disjunkt sind:

$\forall(t_n \in T)$: $VB(t_n) \cap NB(t_n) = \emptyset$

Da jede 1-Schleife genau eine Transition und genau eine Stelle enthält, kann diese Definitionsbedingung ebenso für alle Stellen s_m oder für alle Netzknoten aus der Menge $KN = S \cup T$ aufgestellt werden.
Vgl. zu solchen reinen, mitunter auch als "pur" bezeichneten Netzen ABEL,D. (1990), S. 5.

70) Diese Redeweise besitzt den Vorzug, auch für spätere Erweiterungen des Petrinetz-Konzepts unverändert zu gelten, während sich der Begriff der Flußrelation inhaltlich nicht mehr aufrechterhalten läßt. Denn es werden Sonderfälle aufgezeigt, in denen über eine Kante zwischen zwei Knoten keine Marken fließen, obwohl die Knoten gemäß der "Fluß"relation F verknüpft sind. Solche inzidenten Knoten sind zwar weiterhin "benachbart", nehmen aber an keinem Markenfluß über ihre adjazente Kante teil. Vgl. dazu die spätere Erörterung von Informationskanten.

3.2.2 Petrinetze

Petrinetze[1)] lassen sich aus der Definition Allgemeiner Netze unmittelbar ableiten. Aufgrund der Vererbung aller nicht explizit modifizierten Netzaspekte fällt die Definition von Petrinetzen wesentlich kompakter als die Charakterisierung Allgemeiner Netze aus. Es werden lediglich zwei zusätzliche Bedingungen eingeführt, die von der Knoten- und der Kantenmenge jedes Petrinetzes erfüllt werden müssen. Zusammen mit der Disjunktheitsbedingung, die schon für Allgemeine Netze aufgestellt wurde, stellen sie Integritätsbedingungen dar. Bei solchen Integritätsbedingungen handelt es sich um formalsprachliche Konstrukte, die es gestatten, zwischen zulässigen und unzulässigen Ausprägungen eines Netzschemas in rein formaler Weise und trennscharf zu unterscheiden. Zulässige Schemaausprägungen werden auch als wohlgeformte Netze bezeichnet. Das Konzept der Integritätsbedingungen wird im Verlauf dieser Arbeit sukzessiv ausgebaut, um immer komplexere Anforderungen an die Wohlgeformtheit von Netzen zu spezifizieren.

Definition: Petrinetz

Ein Petrinetz ist ein geordnetes 3-Tupel PN=(S,T;F), für das gilt[2)]:

- Die Stellenmenge $S=\{s_m:m=1,...,M\}$ mit $M\in\mathcal{N}_0$ ist eine endliche Menge aus atomaren formalen Objekten s_m der Objektart "Stelle".
- Die Transitionenmenge $T=\{t_n:n=1,...,N\}$ mit $N\in\mathcal{N}_0$ ist eine endliche Menge aus atomaren formalen Objekten t_n der Objektart "Transition".
- Die Flußrelation $F\subseteq((SxT)\cup(TxS))$ ist eine endliche Menge von zusammengesetzten formalen Objekten, die jeweils Paare (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten darstellen.
- Disjunktheitsbedingung IB_D: $S\cap T=\varnothing$.
- Existenzbedingung IB_E: $S\cup T\neq\varnothing$ [3)].
- Verknüpftheitsbedingung IB_V: $S\cup T=VB(F)\cup NB(F)$.

<u>Erläuterungen und Ergänzungen zur Petrinetz-Definition:</u>

a) Petrinetze, die aus der voranstehenden Petrinetz-Definition hervorgehen, werden auch als Petrinetze i.e.S. bezeichnet. Petrinetze i.w.S. umfassen dagegen alle netzartigen Konstrukte, die durch das "Petrinetz"-Konzept abgedeckt werden[4)]. Da das Petrinetz-*Konzept* selbst nicht streng definiert ist, handelt es sich bei Petrinetzen i.w.S. grundsätzlich um einen vagen, hinsichtlich seiner Extension erweiterbaren Begriff. Hierdurch wird erreicht, das Petrinetz-Konzept nicht durch eine starre Definition einzuschränken, sondern gegenüber konzeptionellen Fortentwicklungen offenzuhalten. Trotz dieser Begriffsöffnung handelt es sich bei Petrinetzen i.w.S. keineswegs um einen vollständig unbestimmten Begriff. Vielmehr wird für alle Petrinetze i.w.S. vorausgesetzt, daß sie das Definitionstupel (S,T;F) der Petrinetze i.e.S. als Teiltupel (Netzkern) umfassen und dabei alle definitorischen Anforderungen an Petrinetze i.e.S. erfüllen[5)]. Alle Netzklassen, die sich im Rahmen des Petrinetz-Konzepts bewegen, müssen also einen Netzkern (S,T;F) besitzen, der selbst ein Petrinetz i.e.S. darstellt[6)]. Petrinetze i.e.S. fallen mit diesem Netzkern zusammen. Sie stellen daher einen Grenzfall der Petrinetze i.w.S. dar.

b) Aufgrund der voranstehenden Erläuterung besteht jede Netzklasse des Petrinetz-Konzepts aus einem Petrinetz i.e.S. als Netzkern und einem klassenspezifischen Zusatz. Bei der Klasse der Petrinetze i.e.S. ist dieser Zusatz leer. Bei allen anderen Netzklassen stellt der Zusatz eine Einschränkung oder eine Erweiterung des Netzkerns dar[7)]. Einschränkungen des Netzkerns können erstens dadurch erfolgen, daß seine Knoten und Kanten auf spezielle Interpretationen dieser formalen Objekte festgelegt werden. Zweitens ist es möglich, zusätzliche Integritätsbedingungen einzuführen. Spezielle Interpretationen der formalen Objekte des Netzkerns sind im Petrinetz-Konzept oftmals üblich. Eine Variante wird später anhand der Kanal/Instanz-Netze vorgestellt. Zusätzliche Integritätsbedingungen für den Netzkern sind dem Verf. aus der Literatur zum Petrinetz-Konzept dagegen nicht bekannt. Erweiterungen des Netzkerns existieren dagegen in einer kaum noch zu überblickenden Vielfalt. Sie bestehen jeweils darin, neuartige Netzkonstrukte einzuführen, die zu den Stellen, Transitionen und Flußrelationselementen der Petrinetze i.e.S. hinzutreten[8)]. Aufgrund der oben skizzierten Offenheit des Begriffs der Petrinetze i.w.S. sind solchen Kernerweiterungen grundsätzlich keine Grenzen gesetzt[9)]. Auch die Stelle/Transition-Netze, die im nächsten Kapitel vorgestellt werden, und die später entfalteten Synthetischen Netze beruhen auf Erweiterungen des Netzkerns (S,T;F) um neuartige Netzkonstrukte.

c) Petrinetze (i.e.S.[10)]) stellen Allgemeine Netze dar, die zusätzlich die Existenz- und die Verknüpftheitsbedingung erfüllen müssen. Allgemeine Netze, die mindestens eine dieser beiden Bedingungen verletzen, sind keine zulässigen Petrinetze. Umgekehrt ist aber jedes Petrinetz zugleich ein Allgemeines Netz[11)]. Daher konstituieren die Existenz- und die Verknüpftheitsbedingung eine Spezialisierung der Klasse Allgemeiner Netze. Das Spezialisierungsergebnis ist die Teilklasse der Petrinetze[12)].

d) Disjunktheits-, Existenz- und Verknüpftheitsbedingung werden unter den Oberbegriff der Integritätsbedingungen subsumiert. Die Integritätsbedingungsmenge IB mit $IB=\{IB_D,IB_E,IB_V\}$ umfaßt alle Integritätsbedingungen, die für Petrinetze definiert sind.

e) Die Disjunktheitsbedingung wird aus der Definition Allgemeiner Netze unverändert übernommen. Sie wird lediglich in den neuartigen Kontext von Integritätsbedingungen eingebunden.

f) Die Existenzbedingung fordert, daß jedes zulässige Petrinetz mindestens eine Stelle oder eine Transition umfassen muß. Hierdurch werden degenerierte Allgemeine Netze $AN_\varnothing=(\varnothing,\varnothing,\varnothing)$ als Petrinetze ausgeschlossen.

g) Die Verknüpftheitsbedingung schreibt vor, daß in einem Petrinetz keine isolierten Knoten existieren dürfen[13)]. Denn jeder isolierte Knoten würde dazu führen, daß die Vereinigungsmenge $S\cup T$ eine echte Obermenge der vereinigten Vor- und Nachbereiche der Flußrelation F wäre[14)]. Dies widerspricht jedoch der Verknüpftheitsbedingung, welche die Gleichheit der beiden Vereinigungsmengen $S\cup T$ und $VB(F)\cup NB(F)$ fordert. Daher werden die atomaren Allgemeinen Netze $AN_s=(\{s_m\},\varnothing,\varnothing)$ und $AN_t=(\varnothing,\{t_n\},\varnothing)$ als Petrinetze ausgeschlossen. Ihre isolierten Stellen s_m bzw. Transitionen t_n verletzen die Verknüpftheitsbedingung. Auch das zulässige Allgemeine Netz $AN_{st}\varnothing=(\{s_m\},\{t_n\},\varnothing)$ stellt kein Petrinetz dar, weil seine Knoten isoliert bleiben.

h) Eine gemeinsame[15)] Folge von Existenz- und Verknüpftheitsbedingung ist die Auszeichnung zweier elementarer Netze PN_{st} und PN_{ts}. Sie stellen die beiden kleinsten zulässigen Petrinetze dar[16)]. Jedes elementare Netz besteht aus genau einer Stelle, einer Transition und einem Element der Flußrelation, das die Stelle mit der Transition als gerichtet Kante verknüpft. Die beiden elementaren Netze unterscheiden sich nur durch ihre jeweils entgegengesetzte Kantenrichtung. Für diese beiden elementaren Netze gilt:

$$PN_{st} = (\{s_m\},\{t_n\},\{(s_m,t_n)\})$$
$$PN_{ts} = (\{s_m\},\{t_n\},\{(t_n,s_m)\})$$

Abb. 7 gibt die graphischen Repräsentationen dieser beiden elementaren Netze wieder.

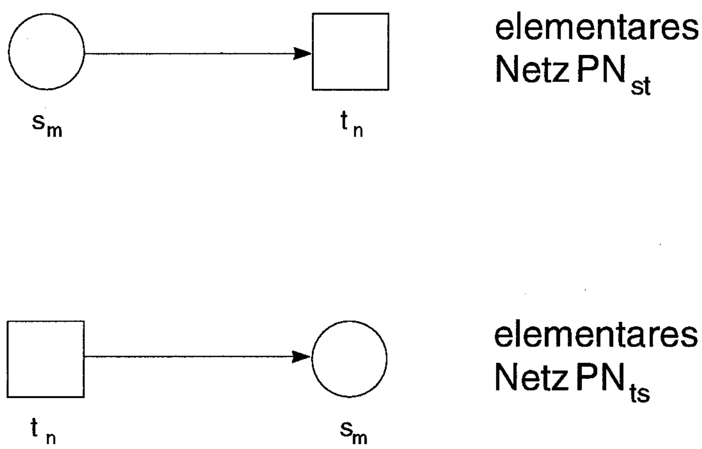


Abb. 7: Die zwei elementaren Netze PN_{st} und PN_{ts}

i) Da die beiden elementaren Petrinetze die kleinsten zulässigen Petrinetze darstellen, muß jedes Petrinetz eine nicht-leere Stellenmenge S, eine nicht-leere Transitionenmenge T und eine nicht-leere Flußrelation F besitzen[17)]. Dieser Sachverhalt wird fortan in der Definition aller Netzklassen dadurch hervorgehoben, daß die Mengen S, T und F von vornherein als nicht-leere Mengen eingeführt werden. Diese Mengencharakterisierung ist zwar redundant, weil sie durch die Kombination aus Existenz- und Verknüpftheitsbedingung impliziert wird. Zwecks größerer Transparenz nimmt der Verf. diese Redundanz bewußt in Kauf[18)].

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. zu den nachfolgend dargestellten Petrinetzen (i.e.S.) BEST,E. (1985e), S. 3; PAGNONI (1990), S. 121ff.; ROSENSTENGEL (1991), S. 53.
Des öfteren werden die hier definierten Petrinetze schlicht als "Netze" bezeichnet; vgl. BEST,E. (1985e), S. 3 (distanziert); PAGNONI (1990), S. 121; ROSENSTENGEL (1991), S. 53 (mit dem Präzisierung, es handele sich um gerichtete Netze).
Bei BEST,E. (1985e), S. 3, sind jedoch überzeugende Gründe angeführt, die für eine Differenzierung zwischen Allgemeinen Netzen und speziellen Petrinetzen sprechen. Diese Gründe hängen jedoch vor allem mit den Geschehnisnetzen (occurrence nets) zusammen, die in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt werden. Daher verzichtet der Verf. darauf, diese Gründe näher darzulegen.

2) Vgl. BEST,E. (1985e), S. 3.

3) Bei ROSENSTENGEL (1991), S. 53, findet sich die stärkere Anforderung, daß weder die Stellen- noch die Transitionenmenge leer sein dürfe.

4) Fortan werden alle Petrinetze i.w.S. - sprachlich vereinfachend - als "Netze" bezeichnet, wenn aus dem Argumentationskontext ersichtlich ist, daß solche Petrinetze und keine Allgemeinen Netze gemeint sind.

5) Dies bedeutet u.a. die Einhaltung der o.a. Endlichkeitspostulate und Integritätsbedingungen.

6) Die Allgemeinen Netze, die im vorigen Kapitel vorgestellt wurden, liegen daher strenggenommen außerhalb des Petrinetz-Konzepts. Dies legt ihre Bezeichnung als "Prä-Netze" nahe, die bereits in einer früheren Anmerkung erwähnt wurde. Sie wurden dennoch ausführlicher dargestellt, weil sie einen wohldefinierten formalen Bezugsrahmen bilden. In ihn lassen sich sowohl die Petrinetze i.e.S. als auch die Petrinetze i.w.S. einbetten. Zugleich gestatten sie, die potentiellen Fragen zu beantworten, was Netze "an sich" seien und worin die Besonderheit der *Petri*netze bestehen.

7) Das inklusive "oder" läßt auch die Kombination von Kerneinschränkungen und -erweiterungen zu.

8) Diese Konstrukte können auch dazu führen, weitere Integritätsbedingungen festzulegen, damit die Konstrukte untereinander und mit den Konstrukten des Netzkerns verträglich sind.

9) In metaphorischer Sprechweise lassen sich alle Netzklassen des Petrinetz-Konzepts, die über die Klasse der Petrinetze i.e.S. hinausgehen, als Schalen vorstellen, die den gemeinsamen Netzkern der Petrinetze i.e.S. umhüllen. Dabei können je zwei Schalen sowohl alternativ formuliert sein als auch aufeinander aufbauen. Zwei Schalen schließen sich gegenseitig aus, wenn jede Kernerweiterung zusätzliche Netzkonstrukte umfaßt, die in der jeweils anderen Kernerweiterung nicht enthalten sind. Zwei Schalen bauen dagegen aufeinander auf, wenn eine von ihnen alle Netzkonstrukte aus der Kernerweiterung der anderen Schale enthält und zusätzliche Netzkonstrukte einführt. Dies ist auch in dieser Arbeit der Fall: Die später vorgestellten Synthetische Netze umschließen alle Konstrukte der Stelle/Transition-Netzen, ergänzen aber eine breite Palette weiterer Netzkonstrukte. Die Netzschalen können um den Netzkern der Petrinetze i.e.S. herum in beliebigen Richtungen (alternative Schalen) und in beliebigem Ausmaß (aufbauende Schalen) weiterwachsen. Dies folgt aus der o.a. Offenheit der Petrinetze i.w.S.

10) In den nachfolgenden Erläuterungen werden nur noch die Petrinetze i.e.S. der eingangs vorgestellten Petrinetz-Definition behandelt. daher wird auf den differenzierenden Zusatz "i.e.S." verzichtet.

11) Wenn ein Netz nicht ausdrücklich als zulässig oder unzulässig qualifiziert wird, gilt es stets als ein zulässiges - oder synonym: wohlgeformtes - Netz.

12) Daher stellen alle Netzklassen des Petrinetz-Konzepts unabhängig davon, wie ihre klassenspezifischen Zusätze formuliert worden sind, spezielle Netzklassen dar. Denn sie beruhen stets auf dem Netzkern (S,T;F), der als Petrinetz i.e.S. eine Spezialisierung des Konzepts Allgemeiner Netze bedeutet.

13) Positiv gewendet bedeutet die Verknüpftheitsbedingung: Jeder Netzknoten muß mit mindestens einem anderen, artverschiedenen Netzknoten verknüpft sein.

14) Ein isolierte Stelle oder eine isolierte Transition würden einen Netzknoten "kn" darstellen, der durch keine Kante mit einem anderen Netzknoten verknüpft wäre. Folglich gehörte er weder zum Vor- noch zum Nachbereich der Flußrelation: $kn \notin (VB(F) \cup NB(F))$. Als Netzknoten wäre er jedoch ein Element aus der Knotenmenge $KN = S \cup T$. Folglich müßte mit "$\supset$" als Notation für echte Obermengen $(S \cup T) \supset (VB(F) \cup NB(F))$ gelten, falls mindestens ein isolierter Knoten existierte. Dies widerspräche jedoch der Verknüpftheitsbedingung $(S \cup T) = (VB(F) \cup NB(F))$. Daher sind isolierte Knoten ausgeschlossen; q.e.d.
Der umgekehrte Fall $(S \cup T) \subset (VB(F) \cup NB(F))$, in dem die Knotenmenge eine echte Teilmenge der vereinigten Vor- und Nachbereiche der Flußrelation darstellt, kann grundsätzlich nicht eintreten. Denn die Flußrelation F ist nur über den Produktmengen aller Netzknoten definiert. Daher können ihre Vor- und Nachbereiche keine Elemente umfassen, die nicht in der Knotenmenge $S \cup T$ enthalten sind.

15) Aus der Verknüpftheitsbedingung alleine folgen die beiden elementaren Netze als kleinste zulässige Petrinetze keineswegs. Denn das degenerierte Allgemeine Netz $AN_{\emptyset}=(\emptyset,\emptyset,\emptyset)$ erfüllt mit $S=T=\emptyset$ und $VB(F)=NB(F)=\emptyset$ die Verknüpftheitsbedingung $S\cup T=VB(F)\cup NB(F)$. Es läge der kontraintuitive, aber formal zulässige Grenzfall vor, daß "alle" Netzknoten aus der Knotenmenge $S\cup T$ "verknüpft" sind. Über die leere Knotenmenge $S\cup T=\emptyset$ läßt sich jede beliebige Aussage treffen. Erst das Verbot des degenerierten Allgemeinen Netzes $AN_{\emptyset}$ durch die Existenzbedingung schließt diesen kontraintuitiven Grenzfall auch formal aus.

16) Vgl. GENRICH (1990b), der von minimalen Netzen spricht. Allerdings bezieht sich GENRICH explizit nur auf die erste Variante des Netzes PN_{st}, während er das komplementäre Netz PN_{ts} unerwähnt läßt. Dagegen irrt THOME,R. (1990), Abschnitt H 16.4, S. 43. Er hält (Bedingung/Ereignis-)Netze für minimal, die aus einer Transition (einem Ereignis) mit einer Eingangsstelle (einer Vorbedingung) *und* einer Ausgangsstelle (einer Nachbedingung) bestehen.

17) REISIG (1989a), S. 10, fordert von vornherein für jedes (Allgemeine) Netz, seine Stellen- und seine Transitionenmenge dürften jeweils nicht leer sein.

18) Dies entspricht dem Grundsatz kontrollierter Redundanz, der bereits im Zusammenhang mit dem Explizitheitspostulat angeführt wurde. Es stimmt auch mit der Redundanz der expliziten Endlichkeitsforderung für die Flußrelation F überein, die bereits in einer früheren Anmerkung gerechtfertigt wurde.

3.3 Präzisierung von Stelle/Transition-Netzen

3.3.1 Entfaltung der allgemeinen Netzdefinition

Stelle/Transition-Netze[1)] stellen eine Spezialisierung der Petrinetze dar. Erste gehen aus letzten durch das Hinzufügen einer neuen Art atomarer formaler Objekte, der "Marken"[2)], hervor[3)]. Diese Marken unterscheiden sich von den beiden bereits eingeführten Kategorien atomarer formaler Objekte - den Stellen und den Transitionen - grundsätzlich. Denn die Stellen und Transitionen besitzen in einem Netz jeweils feste relative[4)] Positionen: Ihre wechselseitigen Anordnungen sind durch die Flußrelation F fixiert, die als Nachbarschaftsrelation die lokalen Umgebungen aller Netzknoten determiniert. Bei den Marken handelt es sich dagegen um *bewegliche* Objekte, die ihre Positionen in einem Netz verändern können.

Das Petrinetz-Konzept wird für die Modellierung von Flexiblen Fertigungssystemen erst durch die Einführung von Marken interessant[5)]. Nur diese beweglichen Objekte gestatten es, Prozesse unmittelbar und intuitiv verständlich[6)] im Rahmen des Petrinetz-Konzepts darzustellen. Prozesse werden dabei grundsätzlich durch das Fortbewegen, das Erzeugen oder das Vernichten von Marken modelliert.

Darüber hinaus unterscheiden sich Stelle/Transition-Netze - und alle daraus abgeleiteten Netzklassen - durch ihr direktes, explizites Erfassen beweglicher Objekte grundsätzlich von den konventionellen Modellierungskonzepten des Operations Research (OR). OR-Modelle können als Systeme aus numerischen Objekten (Termen) sowie aus Funktionen und Relationen, die über diesen Termen definiert sind, betrachtet werden[7)]. Die numerischen Objekte lassen es nicht zu, die Beweglichkeit von Objekten unmittelbar auszudrücken. Denn der Zahlbegriff umgreift nicht die Wahrnehmungskategorie der Objektbewegung. Bewegliche Objekte können in OR-Modellen nur mittelbar mit aufwendigen Hilfskonstruktionen abgebildet werden[8)]. Daher nimmt die Netzerweiterung um bewegliche Marken in dieser Arbeit eine zentrale Position hinsichtlich der Modellierungsgüte des Petrinetz-Konzepts ein[9)].

Definition: Stelle/Transition-Netze

Ein Stelle/Transition-Netz ist (vorerst[10)]) ein geordnetes 6-Tupel $STN^* = (S,T;F,K,W^*,M_0)$, für das gilt:

- Die Stellenmenge $S = \{s_m : m=1,\dots,M\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten s_m der Objektart "Stelle" mit $M \in \mathcal{N}_+$.
- Die Transitionenmenge $T = \{t_n : n=1,\dots,N\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten t_n der Objektart "Transition" mit $N \in \mathcal{N}_+$.
- Die Flußrelation $F \subseteq ((SxT) \cup (TxS))$ ist eine nicht-leere, endliche Menge von zusammengesetzten formalen Objekten, die jeweils Paare (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten darstellen.
- Die Kapazitätsfunktion $K: S \rightarrow \mathcal{N}_+ \cup \{\omega\}$[11)] ordnet jeder Stelle s_m eine Markenkapazität $K(s_m)$ zu.
- Die Gewichtsfunktion $W^*: F \rightarrow \mathcal{N}_+$ bildet jedes Element (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation auf das Kantengewicht $W^*(kn_x,kn_y)$ ab.
- Die Markierungsfunktion $M_0: S \rightarrow N_0$ schreibt jeder Stelle s_m eine Markierung $M_0(s_m)$ zu.
- Disjunktheitsbedingung IB_D: $S \cap T = \emptyset$.
- Existenzbedingung IB_E: $S \cup T \neq \emptyset$.
- Verknüpftheitsbedingung IB_V: $S \cup T = VB(F) \cup NB(F)$.

Erläuterungen und Ergänzungen zur Petrinetz-Definition:

a) Der Netzkern (S,T;F) eines Stelle/Transition-Netzes ist ein Petrinetz (i.e.S.). Seine graphische Repräsentation durch einen bipartiten gerichteten Graphen GR=(KN,KA) mit der Knotenmenge KN=S T und der Kantenmenge KA=F ist die gleiche, wie sie für Allgemeine Netze eingeführt wurde.

b) Die Komponenten des Netzkerns (S,T;F) enthalten keine quantitativ bestimmten Konstrukte. Vielmehr handelt es sich um zwei Mengen S und T, über denen die Flußrelation F eine lokal definierte Nachbarschaftsrelation konstituiert. Daher wurde das 3-Tupel (S,T;F) schon früher als ein rein topologisch definiertes Konstrukt ausgezeichnet. Entsprechend heißt der Netzkern auch die topologische Struktur ST_{top} des zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes oder kurz dessen Netztopologie TOP: ST_{top}=TOP=(S,T;F).

c) Die Kapazitäts-, Gewichts- und Markierungsfunktion stellen neuartige Netzkonstrukte dar, die diesen Netzkern erweitern. Hinzu kommen die Marken als Netzkonstrukte sui generis.

d) Erstaunlich ist, daß Marken - trotz ihres herausragenden Bedeutung für Stelle/Transition-Netze im besonderen und für das Petrinetz-Konzept im allgemeinen - in der Definition von Stelle/Transition-Netzen nicht explizit als Kernerweiterungen aufgeführt werden. Statt dessen sind sie in den natürlichzahligen Nachbereichen der Kapazitäts-, Gewichtungs- und Markierungsfunktionen nur implizit enthalten. Dieser Explizierungsmangel wird - zusammen mit analogen Defiziten bei der Explizierung anderer Netzkonstrukte - in einem späteren Exkurs zur vollständigen Explizierung von Stelle/Transition-Netzen geheilt.

e) Marken können sich grundsätzlich nur auf Stellen befinden. Es wird dann von einer Markierung der jeweils betroffenen Stellen gesprochen. Stellen kommt also in Stelle/Transition-Netzen[12)] die materielle Bedeutung zu, potentielle oder aktuelle[13)] Träger von Marken zu sein. Dies kennzeichnet Stellen als statische Netzknoten.

f) Transitionen stellen dynamische Netzknoten dar, weil sie Übergänge zwischen unterschiedlichen Markierungen bewirken können. Durch das "Schalten" oder "Feuern" einer Transition werden Marken entlang ihrer adjazenten Kanten in Kantenrichtung fortbewegt. Dieser Markenfluß verändert die aktuelle Belegung der benachbarten Stellen mit Marken. Dabei braucht sich nur die Verteilung der Marken, die sich vor und nach dem Schalten auf den benachbarten Stellen befinden, zu verändern. Ebenso können aber auch Marken vernichtet werden, die vor dem Schalten der Transition auf einer ihrer Eingangsstellen vorhanden waren, oder auch Marken erzeugt werden, die vor dem Transitionsschalten im Netz überhaupt noch nicht existierten. Durch den schaltbedingten Markenfluß wird die Gerichtetheit der Kanten von Allgemeinen Netzen und allen daraus abgeleiteten speziellen Netzklassen nicht mehr nur formal definiert, sondern erstmals inhaltlich erklärt[14)].

g) Die Marken eines Stelle/Transition-Netzes sind durch die Markierungen $M_0(s_m)$ der Stellen s_m ihrer Anzahl nach wohlbestimmt. Darüber hinaus werden die Markenanzahlen durch das Schalten von Transitionen verringert oder vergrößert, falls einzelne Marken schaltbedingt vernichtet bzw. erzeugt werden. Daher erweitern Marken die mengen- und relationentheoretische Basis von Allgemeinen Netzen um eine arithmetische[15)] Komponente. Strenggenommen reicht die Variante der PRESBURGER-Arithmetik[16)] aus, da für die Formulierung der Verringerung oder Vergrößerung von Markenanzahlen nur die Subtraktions- bzw. Additionsoperation für Ganzzahlen benötigt werden[17)].

h) Das Teiltupel (K,W^*,M_0) aus der Definition eines Stelle/Transition-Netzes bezieht sich in jeder seiner drei Komponenten auf natürlichzahlige, also quantitativ bestimmte Konstrukte. Es beinhaltet die arithmetische Erweiterung des Netzkerns. Diese arithmetische Kernerweiterung stellt das quantitative Pendant zur o.a. topologischen Kerncharakteristik dar.

i) Die Markenkapazität $K(s_m)$, die durch die Kapazitätsfunktion K jeder Stelle s_m zugeordnet wird, ist die Anzahl von Marken, die sich auf der Stelle s_m in einem beliebigen Netzzustand[18] höchstens befinden dürfen. Unterschiedliche Stellen dürfen verschiedene Markenkapazitäten besitzen. Im Graphen GR, der ein Stelle/Transition-Netz repräsentiert, können die Markenkapazitäten $K(s_m)$ als Beschriftungen der zugehörigen Stellen s_m notiert werden. Wenn keine Kapazitäten explizit angeführt sind, gilt die Einheitskapazität $K(s_m)=1$ als implizite Voreinstellung.

j) Wegen der theoretischen[19] und praktischen[20] Schwierigkeiten, zu denen unbeschränkte Markenkapazitäten $K(s_m)=\omega$ führen können, werden sie vom Verf. in dieser Arbeit bei der Modellierung Flexibler Fertigungssysteme grundsätzlich nicht verwendet. Dennoch werden sie in den allgemeinen Netzdefinitionen zugelassen, um ihre Kompatibilität mit der etablierten Literatur zum Petrinetz-Konzept zu wahren. Stelle/Transition-Netze, deren Stellen ausnahmslos endlich große Markenkapazitäten besitzen, werden als beschränkte Netze bezeichnet[21]. Solche Netze werden fortan - wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt - vorausgesetzt.

k) Die Kantengewichte $W^*(kn_x,kn_y)$[22], die durch die Gewichtsfunktion W^*: $F \rightarrow N_+$ jeder Kante (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation F zugeordnet werden, geben die Anzahl derjenigen Marken an, die bei jedem Schalten der adjazenten Transition in Kantenrichtung bewegt werden. Falls die Gewichtsfunktion nicht explizit angegeben wird, gilt als implizite Voreinstellung die Einheitsgewichtsfunktion. Sie ordnet jeder Kante (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation F das Einheitsgewicht $W^*(kn_x,kn_y)=1$ zu. Im korrespondierenden Graphen werden die Kanten (kn_x,kn_y) mit ihren Gewichten $W^*(kn_x,kn_y)$ beschriftet[23]. Auf die Beschriftung mit Einheitsgewichten $W^*(kn_x,kn_y)=1$ kann verzichtet werden.

l) Die Markenanzahl $M_0(s_m)$, die durch die Markierungsfunktion M_0 jeder Stelle s_m zugeschrieben wird, heißt die Ausgangsmarkierung dieser Stelle. Die Markierungsfunktion legt die Anzahlen von Marken fest, die sich im definierten Ausgangszustand des Stelle/Transition-Netzes STN auf allen dessen Stellen befinden. Daher wird die Markierungsfunktion auch als Ausgangsmarkierung des Netzes bezeichnet. Falls jeder Stelle s_m aus der Stellenmenge dieselbe Ausgangsmarkierung $M_0(s_m)=0$ zugeordnet ist, wird die Ausgangsmarkierung M_0 als Nullmarkierung angesprochen[24].

m) Die Markierungsfunktion M_0 wird oftmals in der inhaltlich äquivalenten Form des Markierungsvektors $\underline{M}_0$ notiert. Der Markierungsvektor ist ein Spaltenvektor. Seine M Komponenten $M_0(s_m)$ sind jeweils das Bild der Markierungsfunktion M_0 für eine Stelle s_m mit $m \in \{1,...,M\}$. Als Zeilenvektor wird der Markierungsvektor in seiner transponierten Form $\underline{M}_0^{tr} = (M_0(s_1),...,M_0(s_m))$ dargestellt. Unter der Ausgangsmarkierung eines Netzes wird fortan sowohl dessen Markierungsfunktion M_0 als auch der äquivalente Markierungsvektor $\underline{M}_0$ verstanden. Es wird jeweils diejenige formale Notationsweise gewählt, die sich im aktuellen Argumentationskontext am leichtesten handhaben läßt[25].

n) Jede Funktion M_r: $S \rightarrow Z$ mit Z als Menge aller Ganzzahlen[26] und $r \in \mathcal{N}_0$[27] stellt eine mögliche Markierung des zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes dar[28]. Die Markenanzahl $M_r(s_m)$, die sich auf einer Stelle s_m unter einer (möglichen[29]) Markierung M_r befindet, heißt die Markierung der Stelle s_m unter der Markierung M_r. Die zugrundeliegende Markierung M_r wird auch als Netzmarkierung bezeichnet. Ihre Bilder - die Markenanzahlen $M_r(s_m)$ - lassen sich dagegen als Stellenmarkierungen ansprechen. Falls das Stelle/Transition-Netz als ein System aufgefaßt wird[30], stellt die Markierung zugleich einen möglichen Zustand dieses Systems dar[31]. Daher werden Markierungen M_r von Netzen auch als Netzzustände "r" angesprochen.

o) Eine mögliche Netzmarkierung M_r heißt zulässig[32], wenn sie jeder Stelle s_m eine Markenanzahl $M_r(s_m)$ zuordnet, die weder negativ ist noch die Markenkapazität $K(s_m)$ der Stelle s_m übersteigt: $0 \leq M_r(s_m) \leq K(s_m)$. Alle anderen möglichen Netzmarkierungen sind unzulässig. Die Menge aller zulässigen Markierungen eines Netzes ist eine echte[33] Teilmenge aller möglichen Netzmarkierungen.

p) Eine zusätzliche Integritätsbedingung wird eingeführt, um die Zulässigkeit der Ausgangsmarkierung M_0 für jedes Stelle/Transition-Netz sicherzustellen. Für diese Markierungsbedingung IB_0 gilt[34]:

$$\forall(s_m \in S): 0 \leq M_0(s_m) \leq K(s_m)$$

q) Eine mögliche Markierung M_r wird als erreichbare Markierung bezeichnet, falls sie sich aus der Ausgangsmarkierung durch Schalten von Transitionen hervorbringen läßt[35]. Die Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$ umfaßt alle erreichbaren Markierungen M_r eines Netzes[36]. Es wird später aufgezeigt, daß durch das Schalten von Transitionen immer nur wieder zulässige Markierungen M_r erreicht werden können, wenn von der zulässigen Ausgangsmarkierung M_0 aus gestartet wird. Folglich ist die Erreichbarkeitsmenge eines Netzes eine Teilmenge[37] seiner zulässigen Markierungen.

r) Mitunter wird von der Markierung M_r eines Stelle/Transition-Netzes abstrahiert. Es liegt dann ein unmarkiertes Netz vor, das durch das 5-Tupel $STN\varnothing = (S,T;F,K,W)$ definiert wird[38]. Zur Verdeutlichung kann ein Stelle/Transition-Netz, das in der üblichen Weise zusammen mit seiner Ausgangsmarkierung M_0 oder einer seiner erreichbaren Markierungen M_r (mit $r \in \mathcal{N}_+$) betrachtet wird, als ein markiertes Netz bezeichnet werden. Falls einem Netz durch die Nullmarkierung $\underline{M}_r = \underline{0}$ (mit $r \in \mathcal{N}_0$) überhaupt keine Marke zugeordnet wird, so wird weiterhin von einem markierten[39], aber markenfreien Netz gesprochen.

s) Die Markierung $M_r(s_m)$ einer Stelle s_m wird im korrespondierenden visualisierten Graphen dargestellt, indem das kreisförmige Stellensymbol Stelle mit $M_r(s_m)$ kleinen, schwarz ausgefüllten Kreisen ("dots") belegt wird. Dies gilt allerdings nur so lange, wie der Platz hierfür reicht. Andernfalls wird die Markenanzahl $M_r(s_m)$ als Beschriftung neben den Kreis gesetzt, der die Stelle s_m repräsentiert.

t) Die statische Netzstruktur und die Schaltregel für Transitionen lassen sich später formal am einfachsten definieren, wenn von einer erweiterten Gewichtsfunktion W ausgegangen wird. Diese Gewichtsfunktion W ordnet allen Knotenpaaren (kn_x,kn_y) aus Stellen und Transitionen, die keine Elemente der Flußrelation F sind und denen deshalb im korrespondierenden Graphen keine Kante (kn_x,kn_y) entspricht, das abstrakte "Kanten"-Gewicht $W(kn_x,kn_y)=0$ zu. Allen anderen Knotenpaaren, die zur Flußrelation gehören, wird dagegen ihr bereits eingeführtes Kantengewicht $W^*(kn_x,kn_y)>0$ zugeschrieben. Folglich gilt[40]:

$$W: (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow \mathcal{N}_0$$
$$(kn_x,kn_y) \rightarrow W(kn_x,kn_y)$$

mit:

$$W(kn_x,kn_y) = \begin{cases} W^*(kn_x,kn_y); & \text{für } (kn_x,kn_y) \in F \\ 0; & \text{für } (kn_x,kn_y) \notin F \end{cases}$$

Soweit nicht ausdrücklich anders vermerkt, wird fortan stets diese erweiterte Fassung der Gewichtsfunktion vorausgesetzt. Damit wird das 6-Tupel STN* für die Definition von Stelle/Transition-Netzen modifiziert zu[41]:

$$STN = (S,T;F,K,W,M_0)$$

u) Das 6-Tupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ stellt ebenso wie die eingangs angeführte Tupelvariante $STN^*=(S,T;F,K,W^*,M_0)$ eine strukturelle Definition von Stelle/Transition-Netzen dar. Daher wird das Definitionstupel STN[42] auch als die Struktur des jeweils betrachteten Stelle/Transition-Netzes angesehen[43]. Diese Netzstruktur kann in funktionaler Weise in zwei Teilstrukturen aufgespalten werden: die statische und die dynamische Netzstruktur. Sie werden auch kurz als Netzstatik bzw. Netzdynamik bezeichnet.

v) Die statische Netzstruktur ist das 5-Tupel $ST_{sta}=(S,T;F,K,W)$. Ihre Komponenten - die Stellen- und Transitionenmenge, die Kantenmenge sowie die Kapazitäts- und Gewichtsfunktion - werden in einem Stelle/Transition-Netz grundsätzlich niemals verändert. Sie gelten invariant gegenüber dem Schalten von Transitionen und den hierdurch bewirkten Markenflüssen.

w) Die Stellen besitzen lediglich passiven Charakter[44], Marken speichern zu können. Die Kapazitätsfunktion begrenzt die Speicherfähigkeit der Stellen.

x) Transitionen können die Verteilung der Marken über den Stellen verändern sowie Marken erzeugen und vernichten. Durch diesen aktiven Charakter[45] bilden die Transitionen die Keimzelle der Netzdynamik. Ohne Spezifizierung ihrer Funktionsweise durch eine konkret bestimmte Schaltregel bleiben die Transitionen jedoch Elemente der statischen Netzstruktur.

y) Die Flußrelation legt durch ihre Verknüpfung von Stellen und Transitionen fest, welche Transitionen auf welche Stellen durch das schaltbedingte Abziehen oder Ablegen der dort gespeicherten bzw. zu speichernden Marken einwirken können. Die Gewichtsfunktion quantifiziert diese Schaltwirkungen für jedes Paar aus einer verknüpften Stelle und Transition.

z) Die Ausgangsmarkierung M_0 besitzt einen zwiespältigen Charakter. Einerseits läßt sie sich der statischen Netzstruktur zurechnen, weil sie einen speziellen Netzzustand definiert: den Ausgangszustand der Netzes. Er liegt vor oder zu Beginn der Entfaltung der Netzdynamik vor. Andererseits stellt sie eine Randbedingung für die dynamische Netzstruktur dar. Denn die Netzentwicklung wird vom initialen Netzzustand mitbestimmt. Es wird fortan von der zweiten Sichtweise ausgegangen.

A) Die dynamische Netzstruktur ST_{dyn} umfaßt die Gesamtheit aller Verhaltensweisen, die von einem Netz mit vorgegebener statischer Struktur realisiert werden können. Sie stellt somit das Verhaltenspotential des Netzes dar. Jede Aktualisierung dieses Potentials bedeutet ein tatsächliches Netzverhalten. Ein potentielles Netzverhalten wird als ein Prozeß bezeichnet, der im betrachteten Netz ablaufen kann. Falls dieses Netzverhalten tatsächlich geschieht, wird von einer Ausführung des Prozesses im Netz gesprochen. Wenn zwischen potentiellem und tatsächlichem Netzverhalten nicht näher differenziert werden soll, wird einfach von einem Netzverhalten, einem Netzprozeß oder einem Prozeß gesprochen.

B) Jedes Netzverhalten äußert sich in einem Markenfluß, der zu Veränderungen der Markenverteilung über der Stellenmenge des Netzes führt. Die Abfolge dieser Markierungsveränderungen wird durch das Schalten von Transitionen vermittelt. Das Schalten einer Transition, das unter einer Netzmarkierung M_r mit $r \in \mathcal{N}_0$ erfolgt, bringt jeweils eine neue Markierung M_f mit $f \in \mathcal{N}_+$ und $f \neq r$[46] hervor[47]. Daher stellt jedes Netzverhalten - oder synonym: jeder Prozeß in einem Netz - eine Abfolge von streng alternierenden Netzmarkierungen und schaltenden Transitionen dar.

Werden bei einem solchen Netzverhalten jeweils nur entweder die Netzmarkierungen oder aber nur die schaltenden Transitionen betrachtet, so wird von einer Markierungsfolge bzw. einer Folge schaltender Transitionen gesprochen. Letzte heißt auch kurz eine Schaltfolge. Durch das Schalten von Transitionen werden die Transformationen von Referenz- in Folgemarkierungen jeweils vollständig determiniert[48]. Daher läßt sich jedes Netzverhalten (jeder Netzprozeß) auch kurz durch seine zugrundeliegende Schaltfolge beschreiben.

C) Auf welche Weise das Schalten von Transitionen entsprechende Markierungsveränderungen bewirkt, wird durch die Schaltregel eines Netzes eindeutig bestimmt[49]. Die Schaltregel kann dabei als eine Funktion aufgefaßt werden. Sie bildet geeignete Referenzmarkierungen und geeignete Transitionen[50] auf diejenigen Folgemarkierungen ab, die das Schalten der Transitionen aus den Referenzmarkierungen jeweils hervorbringt. Dieser funktionale Zusammenhang zwischen schaltenden Transitionen und veränderten Netzmarkierungen läßt sich auch kausal interpretieren[51]. Aus dieser Perspektive verursacht das Schalten einer Transition eine Markierungsveränderung[52]. Die anschließend vorliegende Folgemarkierung ist die Wirkung des Transitionsschaltens. Das Kausalgesetz, das dieser Ursache/Wirkungs-Beziehung zugrundeliegt, ist die Schaltregel. Daher spielt die Schaltregel für die Dynamik von Netzen eine entscheidende Rolle. Sie wird im nachfolgenden Kapitel ausführlich thematisiert und dabei als formales Konstrukt SR expliziert.

D) Die dynamische Netzstruktur eines Stelle/Transition-Netzes kann durch seine Ausgangsmarkierung M_0 und seine Schaltregel SR als ein 2-Tupel (M_0,SR) dargestellt werden. Die Schaltregel SR ist aber weder im Definitionstupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ noch im zugehörigen natürlichsprachlichen Definitionsanteil enthalten. Daher wird die Netzdynamik erst dann durch das 2-Tupel (M_0,SR) inhaltlich konkret bestimmt, wenn die Schaltregel SR entfaltet ist. Darauf wird im anschließenden Kapitel detailliert eingegangen.

E) Die dynamische Netzstruktur eines Stelle/Transition-Netzes läßt sich ebenso durch seinen Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR)$[53] repräsentieren. Der Erreichbarkeitsgraph enthält als Knoten die Ausgangsmarkierung M_0 sowie alle Netzmarkierungen M_r, die von hier aus durch Anwenden der Schaltregel SR erreicht werden können. Die gerichteten Kanten des Erreichbarkeitsgraphen repräsentieren jeweils den schaltbedingten Übergang von einer Referenz- zu einer Folgemarkierung. Die Konstruktion des Erreichbarkeitsgraphen wird in einem späteren Kapitel ausführlicher erläutert.

F) Die Netzdynamik wird durch das 2-Tupel (M_0,SR) und den Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR)$ in formal unterschiedlicher, aber materiell gleichwertiger Weise ausgedrückt[54]. Im ersten Fall handelt sich um eine implizite Charakterisierung des Verhaltenspotentials eines Netzes. Denn das 2-Tupel $ST_{dyn}=(M_0,SR)$ gibt durch die Schaltregel SR nur das Kausalgesetz an, das alle zulässigen Prozesse in einem Netz erfüllen. Es nennt aber keinen dieser Prozesse explizit. Der Erreichbarkeitsgraph beschreibt dagegen die dynamische Netzstruktur in expliziter Weise. Denn jeder Weg des Erreichbarkeitsgraphen, der aus einer zusammenhängenden Folge alternierender Knoten und gleichsinnig gerichteter Kanten besteht, stellt einen Prozeß dar, der im zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netz ablaufen kann. Aufgrund der Bevorzugung expliziter Sachverhaltsrepräsentation wird fortan die dynamische Struktur eines Stelle/Transition-Netzes mit seinem Erreichbarkeitsgraphen identifiziert: $ST_{dyn}=RG(M_0,SR)$.

G) Stelle/Transition-Netze lassen sich durch bipartite gerichtete Graphen mit partiell auto-variabler Beschriftung[55] repräsentieren. Dabei wird - wie bereits oben ausgeführt - die topologische Netzstruktur des Netzkerns als ein bipartiter gerichteter Graph dargestellt. Kapazitäts- und Gewichtsfunktion führen zu konstanten Beschriftungen der stellenartigen Knoten[56] bzw. der Kanten des netzrepräsentierenden Graphen. Die Markierungsfunktion begründet eine variable Beschriftung der stellenartigen Knoten des Graphen mit Marken. Das Schalten der Transitionen bewirkt nach Maßgabe der Schaltregel autonome, d.h. netzendogen erklärte Variationen der Beschriftungen von stellenartigen Knoten mit Marken.

Sowohl die implizite und explizite Charakterisierung der dynamischen Struktur eines Stelle/Transition-Netzes als auch die variable Beschriftung des netzrepräsentierenden Graphen mit Marken beruhen auf der Schaltregel SR. Sie stellt daher ein zentrales Konstrukt der Stelle/Transition-Netze und aller daraus abgeleiteten Netzklassen dar. Denn erst sie spezifiziert, in welcher Weise die Markierungen von Netzen ineinander übergehen können. Um so überraschender ist es, daß es in der Netzliteratur unüblich ist, die Schaltregel in der Definition von Stelle/Transition-Netzen ausdrücklich aufzuführen. Entsprechend haben die voranstehend entfalteten Definitionstupel STN* und STN die Schaltregel SR nicht enthalten. Diese Explizierungslücke wird in den folgenden Kapiteln geschlossen.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. zu Stelle/Transition-Netzen JANTZEN (1980a), S. 167ff.; ROSENSTENGEL (1982), S. 87ff.; BEST,E. (1985e), S. 10ff.; REISIG (1985b), S. 62ff.; REISIG (1986a), S. 69ff.; REISIG (1987a), S. 118ff., insbesondere S. 121; ZELEWSKI (1988b), S. 354f.; ZELEWSKI (1989e), S. 83ff.; PAGNONI (1990), S. 21ff. u. 134ff.; ABEL,D. (1990), S. 4ff.
Wie schon bei Allgemeinen Netzen und Petrinetzen (i.e.S.) vereinbart, werden auch Stelle/Transition-Netze fortan verkürzt als Netze bezeichnet, wenn aus dem Argumentationskontext ersichtlich ist, daß Stelle/Transition-Netze gemeint sind. Stelle/Transition-Netze werden solange als Standard-Netzklasse vorausgesetzt, bis die Klasse der Synthetischen Netze eingeführt ist.

2) Strenggenommen handelt es sich nicht um Marken, sondern um Kopien genau einer Marke (der Basismarke). Diese präzisere Benennung erschwert jedoch die Diktion im Rahmen von Stelle/Transition-Netzen erheblich, ohne zusätzliche Erkenntnisse zu vermitteln. Auch führt es zu keinen konzeptionellen oder terminologischen Schwierigkeiten, vereinfacht von "Marken" zu sprechen. Schließlich kann der formale und materielle Gehalt von Markenkopien und Basismarken erst später im Zusammenhang mit Synthetischen Netzen vermittelt werden, wenn Multimengen eingeführt und unterschiedliche Markenarten betrachtet werden. Daher wird im Kontext von Stelle/Transition-Netzen die vereinfachte Bezugnahme auf "Marken" bevorzugt.

3) In der Petrinetz-Literatur wird des öfteren für Petrinetze die Bezeichnung "System" gewählt, sobald Marken ergänzt werden; vgl. z.B. BEST,E. (1985e), S. 10 (dort findet sich auch eine spezielle Motivierung für diese Vorgehensweise). Entsprechend werden markierte Stelle/Transition-Netze dort als Stelle/Transition-Systeme behandelt. Diese Terminologie vermochte sich aber bei weitem noch nicht durchzusetzen. Vgl. zur weiterhin dominierenden Präferenz der Netzbezeichnung etwa REISIG (1986a), S. 69 u. 71. Darüber hinaus erachtet der Verf. den terminologisch expliziten Bezug auf die zugrundeliegenden Petri*netze* für mnemotechnisch vorteilhaft. Daher hält er an der Bezeichnung "Stelle/Transition-Netze" fest. Eine vermittelnde Position nehmen ROSENSTENGEL und WINAND ein, wenn sie von "Systemnetzen" sprechen; vgl. ROSENSTENGEL (1991), S. 45, 51f., 80 u. 83. Diese Diktion hat jedoch den Nachteil, daß sie zu komplizierten Ausdrücken führt, sobald spezielle Netzklassen betrachtet werden (z.B. "Stelle/Transition-Systemnetze"). Daher wird auch von dieser Ausdrucksvariante abgesehen. Für diesen Verzicht spricht auch, daß sich dann der Systembegriff für das systemtheoretische Konzept der Objektstrukturierung reservieren läßt. Diese systemtheoretische Strukturierungsweise *kann* der Gestaltung von Netzen zugrundegelegt werden, muß es aber nicht. Daher wäre es verwirrend, *jedes* markierte Stelle/Transition-Netz als ein Stelle/Transition-System oder Stelle/Transition-Systemnetz zu bezeichnen.

4) Die Positionen können nur relativ fixiert sein, weil jeder Netzkern (S,T;F) als rein topologisch definiertes Konstrukt nur die Nachbarschaftsverhältnisse von Netzknoten definiert. Absolute Positionierungen der Netzknoten erforderten dagegen eine Metrik in einem abstrakten oder realen Raum. Eine solche Metrik fehlt jedoch per definitionem jedem topologischen Konzept (im relationentheoretischen Verständnis).

5) Die Anreicherung des Petrinetz-Konzepts um bewegliche Marken führt allerdings nicht notwendig zur Version der Stelle/Transition-Netze. Z.B. wäre als Alternative ebenso der Übergang zu Bedingung/Ereignis-Netzen möglich gewesen. Sie stellen ebenso um Marken erweiterte, spezielle Ausprägungen von Petrinetzen dar. Auf diese Netzklasse wurde bereits hingewiesen. Die Entscheidung zugunsten der Stelle/Transition-Netze wurde jedoch schon eingangs motiviert.

6) Grundsätzlich erlaubt es das Petrinetz-Konzept auch, Prozesse ohne Bezugnahme auf Marken darzustellen. Zu diesem Zweck werden im allgemeinen die Geschehnisnetze (occurence nets) herangezogen, die bereits erwähnt wurden. Der prozeßhafte Charakter solcher unmarkierten Netze ist aber weder unmittelbar gegeben noch intuitiv leicht zu verstehen. Er setzt vielmehr ein tieferes Verständnis der Netztheorie voraus. Daher wird diese alternative Prozeßmodellierung durch Petrinetze hier nicht weiter verfolgt.

7) Das Konzept "konventioneller" OR-Modelle, das hier als bekannt unterstellt wird, erfährt an späterer Stelle eine Präzisierung.

8) Diese Hilfskonstruktionen, die sich im wesentlichen auf zeitbezogene Termindizierungen und binäre logische Variablen erstrecken, werden anläßlich eines ausführlicheren Vergleichs zwischen OR- und Netzmodellen in Band 8 näher erläutert.

9) Vgl. dazu spätere Ausführungen, in denen das Konzept beweglicher Objekte von den strukturlosen Marken der Stelle/Transition-Netze auf ein breites Spektrum strukturierter Marken erweitert wird.

10) Die hier eingeführte Netzdefinition wird später geringfügig modifiziert. Die Veränderung bezieht sich jedoch nur auf die formale Netzdarstellung.

11) Mit "ω" wird eine beliebige, unbeschränkt große Zahl bezeichnet. Mitunter wird anstelle der unbeschränkt großen Zahl "ω" auch die Kardinalität der Menge aller natürlichen Zahlen ("Aleph-Null") verwendet; vgl. PAGNONI (1990), S. 135.

12) Die hier erläuterte materielle Bedeutung von Stellen und Transitionen gilt nicht nur für Stelle/Transition-Netze, sondern auch für alle daraus abgeleiteten Netzklassen. In dieser Arbeit werden ausschließlich Stelle/Transition-Netze und deren Derivate betrachtet. Daher gelten die Bedeutungserläuterungen für die hier vorgelegten Untersuchungen universell.

13) Eine Stelle ist ein potentieller (aktueller) Markenträger, wenn sich auf ihr keine (mindestens eine) Marke befindet.

14) Es wird allerdings später aufgezeigt, daß die Interpretation der Kantenrichtung durch Markenflüsse nicht alle Erweiterungen des Petrinetz-Konzepts abzudecken vermag. Vgl. dazu die späteren Erörterungen, die dazu führen werden, das Konzept der Markenflüsse zu einem Konzept des kausalen Beeinflussens und Bewirkens zu verallgemeinern.

15) Vgl. zum allgemeinen mathematischen Konzept arithmetischer Kalküle CARNAP (1960a), S. 184; LORENZEN,P. (1962), S. 50ff. u. 86ff.; PAUL,W. (1978), S. 72; TIETZE,J. (1988), S. 18ff.; BAUER,F. (1989), S. 340f.
Arithmetische Kalküle lassen sich in einer groben Annäherung kennzeichnen als formalsprachliche Systeme, in denen die Operationen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division über der Menge der Rationalzahlen erklärt sind.

16) Vgl. zum Kalkül der PRESBURGER-Arithmetik GRABOWSKI,J. (1980c), S. 11.
Die PRESBURGER-Arithmetik besteht im wesentlichen aus der Grundmenge der Ganzzahlen und den hierauf definierten arithmetischen Operationen der Addition und Subtraktion. (Weitere formalsprachliche Komponenten wie Funktionen und Relationen können hinzukommen.) Stelle/Transition-Netze lassen sich auf dasjenige Teilkalkül der PRESBURGER-Arithmetik einschränken, das sich nur auf die nicht-negativen Ganzzahlen erstreckt. Fortan wird dieses Teilkalkül vereinfachend als arithmetische Basis von Stelle/Transition-Netzen angesprochen.
Die Fundierung der Stelle/Transition-Netze im Konzept der PRESBURGER-Arithmetik wird besonders deutlich bei GRABOWSKI,J. (1980c), S. 11ff. Zwar bezieht sich GRABOWSKI nicht unmittelbar auf Stelle/Transition-Netze, sondern auf Vektor-Additions-Systeme. Doch handelt es sich dabei nur um eine notationelle Variation (sofern von endlichen Markenkapazitäten abstrahiert wird). Vgl. dazu auch die Erläuterung zur Verknüpfung von Stelle/Transition-Netzen mit Vektor-Additions-Systemen.

17) Die arithmetischen Multiplikations- und Divisionsoperationen spielen dagegen für das Ausdruckspotential der Stelle/Transition-Netze ebensowenig eine Rolle wie die arithmetisch definierten nicht-ganzzahligen Rationalzahlen.

18) Der Begriff des Netzzustands wird an späterer Stelle durch das Netzkonstrukt der Markierung präzisiert.

19) Das Symbol "ω" für beliebige, unbeschränkte große Markenanzahlen bedarf einer sorgfältigen Interpretation. Seine Gleichsetzung mit *unendlichen* Markenkapazitäten ließe die später vorgetragene Präferenz konstruktiver Existenzbeweise, die in dieser Arbeit noch eine größere Rolle spielen werden, als inkohärent erscheinen. Diese konstruktiven Existenzbeweise beruhen auf dem Konzept des logischen Konstruktivismus, das die Bezugnahme auf *aktuell unendliche* Größen ausschließt. Denn solche unendlichen Größen können nicht durch intuitiv verständliche Konstruktionen definiert werden. Dies entspricht frühen Verdikten des Unendlichen durch GAUß und KRONECKER. Ebensowenig würde die Zulässigkeit unendlicher Größen mit der Unterstellung finiter Begründungsdiskurse durch das MÜNCHHAUSEN-Trilemma kohärieren.
Daher werden hier im Anschluß an BROUWERs Konzept der "Wahlfolgen" nur *potentiell unendliche* Größen erlaubt, die sich mit Hilfe von finiten Konstruktionsgesetzen erzeugen lassen. Solche Gesetze bestehen aus einer endlichen Gesetzesformulierung und determinieren, wie aus einer bereits erzeugten endlichen Anzahl von Objekten jeweils ein neues Objekt hergestellt werden kann. Die Folge dieser gesetzmäßigen, jeweils endlich definierten Objektkonstruktionen wird *beliebig fortsetzbar* vorgestellt. Dadurch läßt sich die Anzahl tatsächlich konstruierter Objekte über jede fixe obere Grenze hinaus erhöhen, ohne jeweils die tatsächliche Existenz unendlich vieler Objekte unterstellen zu müssen. Diese unbeschränkte Fortsetzbarkeit wird als potentielle Unendlichkeit bezeichnet. In genau diesem konstruktivistischen Sinn wird das Symbol "ω" als Repräsentant eines Konstruktionsprozesses aufgefaßt, in dem fortlaufend größer werdende natürliche Zahlen ohne obere Beschränkung erzeugt werden können.
Vgl. zu der konstruktivistischen Konzeption, anstelle von aktuell unendlichen Größen nur potentiell unendliche zuzulassen; HILBERT (1925), S. 167 u. 190; FRAENKEL (1930), S. 290 u. 293f.; HEYTING (1931), S. 109ff.; GENTZEN (1936), S. 522, 524 u. 526; GENTZEN (1938), S. 13f.; ACKERMANN,W. (1957), S. 16; LORENZEN,P. (1962), S. 50; KÖRNER,S. (1968), S. 132ff., 143, 147f., 153ff. u. 176ff.; MESCHKOWSKI (1967), S. 67; STEGMÜLLER (1976b), S. 438; DAUBEN (1983), S. 115f.; vgl. des weiteren die Anmerkung zu den Schwierigkeiten beim Umgang mit dem Kontinuum der überabzählbar unendlichen reellen Zahlen.
Als verdeutlichendes Beispiel für die finite Erzeugung einer unendlichen Menge durch ein - hier besonders kompaktes - endliches Konstruktionsgesetz wird eine induktive Definition der Menge N_0 aller natürlichen Zahlen ange-

führt. Dabei wird auf die Zählfunktion # zurückgegriffen, die bereits informal eingeführt wurde. Sie bildet jede Menge ME auf die Anzahl ihrer Elemente, d.h. auf die Mächtigkeit oder Kardinalzahl #(ME) der Menge ME ab. Das Bild #(ME) der Zählfunktion # wird daher auch als Kardinalität der Menge ME bezeichnet. Entsprechend heißt die Zählfunktion # auch Kardinalitätsfunktion. Mit ihrer Hilfe läßt sich die Menge N_0 der natürlichen Zahlen induktiv definieren, indem aus folgendem finiten Regelsystem die erste Regel genau einmal und die anschließenden Regeln jeweils beliebig häufig angewendet werden:

Induktionsbasis: $ME_0 = \varnothing = \{\}$ und $0 = \#(\{\})$
$ME_1 = \{\varnothing\}$ und $1 = \#(\{\varnothing\})$

Induktionsschritt (in vier Alternativen) für $n \geq 2$:

- $ME_{n-1} = \{\#(ME_0),\ldots,\#(ME_{n-2})\} \rightarrow ME_n = \{\#(ME_0),\ldots,\#(ME_{n-2}),\#(ME_{n-1})\}$ und $n = \#(ME_n)$
- $ME_n = ME_{n-1} \cup \{n-1\}$ und $n = \#(ME_n)$ [auch für n=1]
- $ME_{n-1} = \{ME_0,\ldots,ME_{n-2}\} \rightarrow ME_n = \{ME_0,\ldots,ME_{n-1}\}$ und $n = \#(ME_n)$
- $ME_n = ME_{n-1} \cup \{ME_{n-1}\}$ und $n = \#(ME_n)$ [auch für n=1]

Beispielsweise gilt für die Null und ersten drei darauf folgenden natürlichen Zahlen:

0) $ME_0 = \varnothing$ und $0 = \#(\varnothing)$

1) $ME_1 = \{\#(\varnothing)\} = \{0\}$ und $1 = \#(\{0\})$
oder: $ME_1 = \varnothing \cup \{0\} = \{0\}$ und $1 = \#(\{0\})$
oder: $ME_1 = \{\varnothing\}$ und $1 = \#(\{\varnothing\})$
oder: $ME_1 = \varnothing \cup \{\varnothing\} = \{\varnothing\}$ und $1 = \#(\{\varnothing\})$

2) $ME_2 = \{\#(\varnothing),\#(\{0\})\} = \{0,1\}$ und $2 = \#(\{0,1\})$
oder: $ME_2 = \{0\} \cup \{1\} = \{0,1\}$ und $2 = \#(\{0,1\})$
oder: $ME_2 = \{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ und $2 = \#(\{\varnothing,\{\varnothing\}\})$
oder: $ME_2 = \{\varnothing\} \cup \{\{\varnothing\}\} = \{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ und $2 = \#(\{\varnothing,\{\varnothing\}\})$

3) $ME_3 = \{\#(\varnothing),\#(\{0\}),\#(\{0,1\})\} = \{0,1,2\}$ und $3 = \#(\{0,1,2\})$
oder: $ME_3 = \{0,1\} \cup \{2\} = \{0,1,2\}$ und $3 = \#(\{0,1,2\})$
oder: $ME_3 = \{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$ und $3 = \#(\{\varnothing,\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\})$
oder: $ME_3 = \{\varnothing,\{\varnothing\}\} \cup \{\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$ und $3 = \#(\{\varnothing,\{\varnothing\}\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\})$

Vgl. zu dieser mengentheoretischen Definition von natürlichen (Kardinal-)Zahlen, die auf FREGE, ZERMELO und VON NEUMANN zurückreicht, MESCHKOWSKI (1967), S. 192f.; STEGMÜLLER (1984b), S. 37; LEE,R. (1988a), S. 229 (in modifizierter Darstellungsweise); BAUER,F. (1989), S. 340.
Vgl. ebenso zu kardinalen Mengenmächtigkeiten CARNAP (1960a), S. 141ff.; MENDELSON (1964), S. 8f. u. 184; MESCHKOWSKI (1967), S. 70ff.

20) Stellen mit unbeschränkten Markenkapazitäten können dazu führen, daß die Erreichbarkeitsgraphen von Stelle/Transition-Netzen unendlich groß werden. (Erreichbarkeitsgraphen werden in Teilband 5.2 eingeführt.) Dies widerspricht nicht nur dem Grundsatz der Finitheit, der bereits erwähnt und in der voranstehenden Anmerkung aus der Perspektive des logischen Konstruktivismus vertieft wurde. Vielmehr können Methoden, die dazu dienen, praktisch interessante Eigenschaften von Stelle/Transition-Netzen durch die Analyse ihrer Erreichbarkeitsgraphen festzustellen, auf unendliche Erreichbarkeitsgraphen oftmals nicht mehr angewendet werden. Es besteht zwar die Möglichkeit, unendliche Erreichbarkeitsgraphen durch endliche Überdeckbarkeitsgraphen zu ersetzen. Diese sind aber wegen konstruktionsbedingter Informationsverluste nicht mehr so aussagekräftig wie Erreichbarkeitsgraphen. Außerdem büßen sie gegenüber Erreichbarkeitsgraphen an intuitiver Anschaulichkeit ein und erfordern einen komplizierteren Konstruktionsalgorithmus. Diese praktischen Erwägungen weisen unbeschränkte Markenkapazitäten als vermeidenswerte Netzkonstrukte aus.

21) Falls die Markenkapazität einer Stelle dagegen unendlich groß ist, kann sie als Netzdeterminante vernachlässigt werden. Denn sie vermag auf das Schalten von Transitionen keinen Einfluß auszuüben. Vgl. hierzu die unten aufgeführte Schaltregel für Stelle/Transition-Netze, die Marken-Kapazitäten nur als obere Schranken von Schalt-Restriktionen verwendet. Nehmen diese oberen Schranken jeweils den Wert "ω" an, so können sie sich nicht mehr beschränkend auswirken. Dies gilt mutatis mutanda auch für alle anderen Netzklassen.

22) Formal korrekt wäre die Schreibweise $W^*((kn_x,kn_y))$. Im Interesse einer übersichtlichen Notation werden aber für die Bilder $W^*(\ldots)$ von Paaren (kn_x,kn_y) die doppelten Klammern zu einer einfachen Einklammerung $W^*(kn_x,kn_y)$ zusammengezogen. Dies gilt ebenso für die später eingeführten modifizierten Kantengewichte.

23) Aufgrund dieser Beschriftungsweise stellen die netzrepräsentierenden Graphen stets Monographen dar. Monographen zeichnen sich dadurch aus, daß zwischen zwei Knoten kn_x und kn_y in jeder der zwei möglichen Kantenrichtungen nur jeweils höchstens eine Kante existieren kann.
Die Graphentheorie ist jedoch keineswegs auf diesen Standardfall der Monographen eingeschränkt. Vielmehr läßt sie auch Multigraphen zu, in der zwischen zwei Knoten auch mehrere Kanten mit derselben Kantenrichtung verlaufen dürfen. Alle gleichgerichteten Kanten mit demselben adjazenten Knotenpaar werden auch gemeinsam als ein Kantenbündel, eine multiple Kante oder eine Multikante bezeichnet. (Entsprechend heißen die Kanten von Monographen jeweils Monokanten.) In einem solchen Multigraphen läßt sich das Gewicht $W^*(kn_x,kn_y)$ der Kante (kn_x,kn_y) aus einem Monographen als $W^*(kn_x,kn_y)$-fache Wiederholung (Multiplizität) der unbeschrifteten Kante (kn_x,kn_y) darstellen. Daher entsprechen den gewöhnlichen Kanten eines Monographen, die mit den Kantengewichten $W^*(kn_x,kn_y)$ beschriftet sind, in einem Multigraphen unbeschriftete Kantenbündel mit der Multiplizität $W^*(kn_x,kn_y)$. Die korrespondierenden Kanten und Kantenbündel aus Mono- und Multigraphen werden auch als gewichtete Kanten bzw. ungewichtete Kantenbündel bezeichnet. Jedes Stelle/Transition-Netz kann folglich auf zwei alternative graphische Weisen repräsentiert werden: entweder als ein Monograph mit gewichteten Kanten oder aber als ein Multigraph mit ungewichteten Kantenbündeln.
Der Verf. schließt die Repräsentation durch Multigraphen aus. Er verwendet ausschließlich Monographen mit gewichteten Kanten. Diese Einschränkung ist für die meisten Varianten des Petrinetz-Konzepts zwar nicht notwendig, dient aber der Einheitlichkeit ihrer Repräsentationsweise. Darüber hinaus existiert mindestens eine besondere Netzklasse, welche die Verwendung von Multigraphen ausschließt. Es handelt sich um die Numerischen Netze. Sie werden in einer späteren Anmerkung noch ausführlicher behandelt. Hier reicht der Hinweis, daß in solchen Netzen gespaltene Kantengewichte verwendet werden. Das erste Teilgewicht betrifft eine Markenanzahl, die auf der Eingangsstelle einer Transition für deren Schalten vorhanden sein muß; das zweite Teilgewicht eine Markenanzahl, die beim tatsächlichen Schalten der Transition von dieser Eingangsstelle abgezogen wird. Beide Markenanzahlen brauchen nicht identisch zu sein. Wenn die Teilgewichte unterschiedlich sind, ist die Multiplizität der betroffenen Kante nicht mehr eindeutig definiert. Daher können hier ungewichtete Kantenbündel von Multigraphen nicht mehr verwendet werden. Um auch diesen Spezialfall abzudecken, wird von vornherein von Monographen mit gewichteten Kanten für die Netzrepräsentation ausgegangen. Diese Monographen werden vereinfacht als Graphen bezeichnet.

24) In Vektornotation wird die Nullmarkierung als $\underline{M}_0 = \underline{0}$ dargestellt. Dabei stellt $\underline{0}$ den M-stelligen Nullspaltenvektor dar.

25) Falls nur auf den Markierungsvektor zurückgegriffen wird, läßt sich ein Stelle/Transition-Netz von vornherein durch das Tupel $STN=(S,T;F,K,W,\underline{M}_0)$ definieren. Es verhält sich zu der Notation $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ inhaltlich äquivalent.

26) Prima facie läge es näher, als mögliche Markierungen eines Netzes nur Funktionen M_r: $S \rightarrow N_0$ zu betrachten. Denn negative Markenanzahlen $M_r(s_m)<0$ widersprechen der Intuition, daß sich auf einer Stelle s_m genau $M_r(s_m)$ Marken "befinden" sollten. Dennoch wird hier der Begriff möglicher Markierungen auf beliebige ganzzahlige Markenanzahlen ausgeweitet. Dies ist notwendig, um später unzulässige Markierungen und unzulässige Schaltakte von Transitionen dennoch als mögliche Markierungen bzw. Schaltakte vorstellen zu können. Andernfalls wäre es selbstwidersprüchlich, über die Unzulässigkeit solcher Konstrukte reden zu wollen, die von vornherein als unmögliche Konstrukte jeder weiteren Reflexion entzogen worden wären.

27) Der Index "r" wird in mnemotechnischer Weise an die etablierte Bezeichnung "*r*eachability" für die Erreichbarkeit von Markierungen in Netzen angelehnt. Die Menge aller möglichen Markierungen eines Netzes ist eine Obermenge der Menge seiner erreichbaren Markierungen.

28) Mögliche Markierungen M_r sind wie die Ausgangsmarkierung M_0 nicht nur als Funktionen, sondern ebenso als Vektoren $\underline{M}_r^{tr}=(M_r(s_1),...,M_r(s_m))$ mit $r\in \mathcal{N}_+$ definiert. Wiederum erstreckt sich der Markierungsbegriff sowohl auf die Markierungsfunktion als auch auf den Markierungsvektor.

29) Markierungen M_r, die durch kein Attribut näher qualifiziert werden, erstrecken sich in dieser Arbeit immer auf mögliche Markierungen.

30) Vgl. dazu den Hinweis, daß mitunter jedes Netz, dem eine Markierung zugeordnet worden ist, als ein System behandelt und entsprechend benannt wird.

31) In der Literatur zum Petrinetz-Konzept wird mitunter bestritten, daß die Markierungen von Netzen als Netzzustände - oder als Zustände der mit Hilfe von Netzen modellierten Systeme - interpretiert werden dürfen. Da diese Kritik jedoch keine breite Anerkennung gefunden hat und weitgehend auf artifiziell anmutenden Begriffsdifferenzierungen beruht, wird sie hier nicht weiter berücksichtigt.

32) Gleiches gilt für den Netzzustand "r", der mit der Markierung M_r korrespondiert.

33) Denn zumindest alle Netzmarkierungen, die jeweils wenigstens einer Stelle eine negative Markenanzahl zuordnen, sind möglich, aber unzulässig.

34) PAGNONI (1990), S. 135, bezieht die Markierungsbedingung unmittelbar in die Definition eines Stelle/Transition-Netzes ein (Punkt IV).
Der erste Teil "$0 \leq M_0(s_m)$" der Markierungsbedingung ist redundant. Denn bereits die Markierungsfunktion M_0 läßt durch ihren Nachbereich N_0 lediglich nicht-negative Markenanzahlen $M_0(s_m) \geq 0$ auf allen Stellen $s_m \in S$ zu. Dennoch wird der erste Bedingungsteil im Interesse der Transparenz aller Netzeigenschaften notiert (siehe unten).
Der zweite Teil "$M_0(s_m) \leq K(s_m)$" ist niemals redundant. Allerdings ist er in demjenigen Sonderfall abundant, in dem für alle Stellen $s_m \in S$ eines Stelle/Transition-Netzes unbeschränkte Markenkapazitäten $K(s_m) = \omega$ definiert sind. Denn dann ist der zweite Bedingungsteil wegen $M_0(s_m) \in \mathcal{N}_0$ für alle $s_m \in S$ notwendig erfüllt.
Redundanz- und Abundanzbegriff werden in dieser Arbeit unterschieden. Eine Komponente aus einem umfassender definierten Konstrukt heißt redundant, wenn das Konstrukt mindestens eine weitere Komponente enthält, welche die gleiche Funktion wie die redundante Komponente erfüllt. Eine Komponente wird dagegen als abundant bezeichnet, wenn sie zu einem umfassenderen Konstrukt gehört und darin eine Funktion erfüllt, die das Konstrukt auch ohne die abundante Funktion erfüllen würden. Aufgrund dieser Festlegungen ist jede redundante Komponente auch zugleich abundant. Die Umkehrung gilt jedoch nicht. In rein formalsprachlich konstituierten Konstrukten - wie den hier betrachteten Stelle/Transition-Netzen - erstrecken sich die relevanten Funktionen zumeist auf die Informationsdarstellung durch Komponenten und Konstrukte. Dann gilt die vereinfachte Festlegung: Eine Komponente aus einem Konstrukt heißt abundant, falls sie den Informationswert des Konstrukts nicht erhöht. Eine abundante Komponente kann also aus einem Konstrukt ohne Informationsverlust eliminiert werden. Eine Komponente ist dagegen redundant, wenn das Konstrukt mindestens eine andere Komponente mit dem gleichen Informationswert besitzt.
Obwohl redundante und abundante Komponenten die Funktionalität oder den Informationsgehalt eines Konstrukte nicht erhöhen, können sie dennoch bewußt verwendet werden. Mögliche Motive hierfür sind eine höhere Transparenz oder eine größerer Explizierungsgrad der Konstruktrepräsentation. Dies wird später unter dem Stichwort der kontrollierten Redundanz/Abundanz und aus dem Blickwinkel der kontrollierten Explizitheit näher ausgeführt.

35) Entsprechend heißt ein Netzzustand "r" genau dann erreichbar, wenn er mit einer erreichbaren Netzmarkierung M_r korrespondiert.

36) Diese Erreichbarkeitsmenge wird in Kürze präzisiert. Dazu müssen erst noch die Konzepte der Schaltregel-Funktionen und der Schaltfolgen eingeführt werden, um den zunächst nur intuitiv eingeführten Begriff der Erreichbarkeit formal ausdrücken zu können.

37) Im allgemeinen handelt es sich sogar um eine echte Teilmenge. Es kann aber nicht ausgeschlossen werden, daß sich in extremen Fällen alle zulässigen Markierungen auch erreichen lassen.

38) Auch Allgemeine Netze und Petrinetze (i.e.S.) lassen sich als unmarkierte Netze bezeichnen.

39) Die Bezeichnung "markiertes Netz" bezieht sich nur auf die Berücksichtigung einer Markierung für das betrachtete Netz, unterliegt aber keiner Einschränkung hinsichtlich der vorhandenen Markenanzahl.

40) Vgl. BEST,E. (1985e), S. 11.

41) Durch die erweiterte Gewichtsfunktion W wird die Angabe der Flußrelation F im Definitions-Tupel eines Stelle/Transition-Netzes redundant. Denn alle Informationen, die in dieser Relation über die Netzstruktur enthalten sind, drückt nunmehr auch die Gewichtsfunktion aus. Daher reichen zur Definition von Stelle/Transition-Netzen die reduzierten 5-Tupel $STN = (S,T;K,W,M_0)$ aus; vgl. BEST,E. (1985e), S. 11ff.
Dennoch wird an der redundanten Netzdefinition einschließlich der Flußrelation F aus zwei Gründen festgehalten. Erstens wird hierdurch der Anschluß an die Definition von Allgemeinen Netzen und Petrinetzen i.e.S. gewahrt. Zweitens läßt sich nur so sicherstellen, daß die Kantenmenge KA des Graphen eines Stelle/Transition-Netzes unmittelbar mit einer Komponente aus dem Definitionstupel dieses Netzes - der Flußrelation F - identifiziert werden kann. Drittens ermöglicht die redundante Notation, später die topologische Struktur eines Stelle/Transition-Netzes ohne Schwierigkeit als 3-Tupel (S,T;F) festzulegen.
Die modifizierte, fortan vorausgesetzte Definition von Stelle/Transition-Netzen durch das 6-Tupel STN stimmt mit der eingangs vorgestellten Definition durch das 6-Tupel STN* - bis auf die erweiterte Gewichtsfunktion - überein. Der Vollständigkeit halber folgt die modifizierte Netzdefinition nachstehend:

Definition: Stelle/Transition-Netze (modifiziert)

Ein Stelle/Transition-Netz ist (von nun an) ein geordnetes 6-Tupel $STN = (S,T;F,K,W,M_0)$, für das gilt:

- Die Stellenmenge $S = \{s_m : m=1,...,M\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten s_m der Objektart "Stelle" mit $M \in \mathcal{N}_+$.

- Die Transitionenmenge $T=\{t_n:n=1,...,N\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten t_n der Objektart "Transition" mit $N \in \mathcal{N}_+$.
- Die Flußrelation $F \subseteq ((SxT) \cup (TxS))$ ist eine nicht-leere, endliche Menge von zusammengesetzten formalen Objekten, die jeweils Paare (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten darstellen.
- Die Kapazitätsfunktion K: $S \rightarrow \mathcal{N}_+ \cup \{\omega\}$ ordnet jeder Stelle s_m eine Markenkapazität $K(s_m)$ zu.
- Die Gewichtsfunktion W: $((SxT) \cup (TxS)) \rightarrow \mathcal{N}_0$ bildet jedes Paar (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten auf das Gewicht $W(kn_x,kn_y)$ ab. Für alle Paare, die keine Elemente der Flußrelation F sind, gilt $W(kn_x,kn_y)=0$. Alle Paare aus der Flußrelation erfüllen dagegen die Bedingung $W(kn_x,kn_y) \in \mathcal{N}_+$.
- Die Markierungsfunktion M_0: $S \rightarrow N_0$ schreibt jeder Stelle s_m eine Markierung $M_0(s_m)$ zu.
- Disjunktheitsbedingung IB_D: $S \cap T = \emptyset$.
- Existenzbedingung IB_E: $S \cup T\ \emptyset$.
- Verknüpftheitsbedingung IB_V: $S \cup T = VB(F) \cup NB(F)$.

42) Gleiches gilt für das Definitionstupel STN*, das jedoch fortan nicht mehr interessiert.

43) Aufgrund ihrer strukturellen Definitionsweise fallen Stelle/Transition-Netze mit ihrer Struktur zusammen: Stelle/Transition-Netze bestehen ausschließlich aus ihrer Struktur $(S,T;F,K,W,M_0)$. Allerdings handelt es sich bei diesem 6-Tupel zunächst noch um eine unvollständige Charakterisierung der Struktur von Stelle/Transition-Netzen. Denn im 6-Tupel fehlen zumindest die drei Integritätsbedingungen aus der Menge IB. Auf weitere Lücken der expliziten Netzformalisierung durch das 6-Tupel $(S,T;F,K,W,M_0)$ wird später im Kontext der Schaltregel-Formulierung eingegangen. In Kapitel 3.3.3 wird jedoch eine vollständige Explizierung der formalen Netzstruktur durch ein erweitertes Definitionstupel vorgelegt.

44) Vgl. zur Hervorhebung der *passiven* oder *statischen* Eigenart von Stellen z.B. FIDELAK (1988b), S. 8; PAGNONI (1990), S. 123.

45) Transitionen werden als *aktive* oder *dynamische* Komponenten charakterisiert z.B. bei FIDELAK (1988b), S. 8; PAGNONI (1990), S. 123.

46) Aufgrund der Schaltregel für Stelle/Transition-Netze kann das Schalten einer Transition unter einer Referenzmarkierung M_r niemals zu der identischen Folgemarkierung $M_f=M_r$ führen.

47) Die involvierten Markierungen werden auch als alte und neue Markierung oder als Referenz- bzw. Folgemarkierung bezeichnet.

48) Darauf wird in der nachfolgenden Erläuterung eingegangen.

49) Dies ist keineswegs selbstverständlich. Denn es gilt nur für die hier behandelten Stelle/Transition-Netze. Bei den später eingeführten Synthetischen Netzen läßt die Schaltregel dagegen noch einen Freiheitsgrad offen. Erst wenn noch zusätzlich eine Schaltfarbe ausgewählt wird, ist die Schaltwirkung einer Transition eindeutig bestimmt.

50) Die Einschränkung auf "geeignete" Referenzmarkierungen und Transitionen wird später durch die Aktivierungsbedingung präzisiert. In den Funktionen, die Schaltregeln darstellen, äußert sich dies als partielle Definition dieser Funktionen.

51) Die kausale Interpretation des Petrinetz-Konzepts wird an späterer Stelle im Zusammenhang mit den Informationskanten von Synthetischen Netzen vertieft.

52) Aus diesem Grunde stellt die Petrinetz-Theorie nicht nur eine kinetische Theorie dar, die Veränderungen von Sachverhalten in der Anschauungsform Zeit beschreibt. Statt dessen erklärt sie auch solche Veränderungen durch eine Ursache: das Schalten einer Transitionen. Daher ist das Petrinetz-Konzept als ein dynamisches Konzept ausgezeichnet. Die Unterscheidung kinetischer und dynamischer Konzepte wurde bereits eingeführt.

53) Der Notationsbestandteil "RG" für den Erreichbarkeitsgraphen erfolgt hier in Anlehnung an seine angelsächsische Bezeichnung "reachability graph". Die vollständige Notation $RG(M_0,SR)$ kann auch verkürzt als Erreichbarkeitsgraph RG dargestellt werden, wenn aus dem Kontext ersichtlich ist, welche Ausgangsmarkierung M_0 und welche Schaltregel SR gemeint sind.

54) Eine dritte Möglichkeit besteht darin, Verhaltensweisen von Stelle/Transition-Netzen durch "Netzabwicklungen" zu repräsentieren. Hierbei wird jeder Schaltprozeß, der in einem markierten Stelle/Transition-Netz als eine alternierende Folge von Netzmarkierungen und schaltenden Transitionen abläuft, auf ein unmarkiertes Geschehnisnetz abgebildet. Dieser Ansatz wird hier nicht weiterverfolgt. Er wird auch vornehmlich nur im Kontext von Bedingung/Ereignis-Netzen verwendet.

55) Diese korrekte, aber umständlich klingende Charakterisierung wird fortan auch vereinfacht dadurch ausgedrückt, daß es sich um bipartite gerichtete beschriftete Graphen handele.

56) Eine symmetrische Formulierung, die auch die Beschriftung der transitionsartigen Knoten vorsieht, läßt sich erreichen, wenn die Schaltregel in die formale Netzdefinition als selbständiges Konstrukt SR einbezogen wird. Dann läßt sich eine universelle konstante Beschriftung aller transitionsartigen Knoten mit der Schaltregel SR definieren. Sie stellt das Pendant zur Beschriftung aller stellenartigen Knoten mit den Markenkapazitäten aus der Kapazitätsfunktion K dar. Bei Synthetischen Netzen wird später von vornherein eine solche symmetrische Beschriftung für alle Netzknoten vorgesehen.

3.3.2 Spezielle Aspekte von Stelle/Transition-Netzen

3.3.2.1 Die Schaltregel

3.3.2.1.1 Die transitionsbezogene Schaltregel

3.3.2.1.1.1 Entfaltung der Schaltregeldefinition

Aus der strukturellen Definition von Stelle/Transition-Netzen durch das 6-Tupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ gehen im wesentlichen nur die topologische Netzstruktur $ST_{top}=(S,T;F)$ und die statische Netzstruktur $ST_{sta}=(S,T;F,K,W)$ unmittelbar hervor. Von der dynamischen Netzstruktur ST_{dyn}, die als 2-Tupel (M_0,SR) implizit oder als Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0,SR)$ explizit dargestellt werden kann, wird dagegen nur die Ausgangsmarkierung M_0 angeführt. Hier klafft in der formalen Netzdefinition eine bemerkenswerte Explizierungslücke[1]. Die Schaltregel fehlt nicht nur im formalsprachlichen Definitionstupel STN. Sie wird noch nicht einmal im natürlichsprachlichen Part der Definition von Stelle/Transition-Netzen erwähnt[2]. Daher verhält sich die Definition von Stelle/Transition-Netzen unvollständig. Um diesen Definitionsmangel später durch eine vollständig explizierte Netzdefinition heilen zu können, wird in den folgenden vier Kapiteln der Schaltregel von Stelle/Transition-Netzen besondere Aufmerksamkeit zuteil. Ihre formale Definition wird mit schrittweise zunehmender Komplexität entfaltet.

Die Schaltregel besitzt innerhalb des gesamten Petrinetz-Konzepts grundsätzlich eine bihierarchische Struktur: Sie besteht aus zwei Komponenten, die in einem Unterordnungsverhältnis stehen. Bei den beiden Strukturkomponenten handelt es sich um die Schaltvoraussetzung und die Schaltwirkung[3]. Die hierarchische Komponentenanordnung äußert sich darin, daß die untergeordnete Schaltwirkung nur dann ermittelt wird, wenn vorher die Erfüllung der übergeordneten Schaltvoraussetzung geprüft und bestätigt wurde. Diese bihierarchische Regelstruktur läßt sich grundsätzlich auf mehrere Weisen formalsprachlich erfassen[4]. Für Stelle/Transition-Netze wird hier die Darstellung durch eine partiell definierte[5] Schaltregel-Funktion[6] SR gewählt[7]. Die Abbildungsvorschrift der Funktion repräsentiert die Schaltwirkung. Die Anwendung der Abbildungsvorschrift wird jedoch durch einen Zusatz eingeschränkt[8], der jeweils die Schaltvoraussetzung ausdrückt.

Die Schaltregel-Funktion bezieht sich in ihrer einfachsten Variante auf das Schalten von jeweils einer Transition t_n. Diese transitionsbezogene Schaltregel-Funktion SR_t bildet jeweils eine Referenzmarkierung M_r und eine schaltende Transitionen t_n auf eine Folgemarkierung M_f ab. Daher legt eine Abbildungsvorschrift in der allgemeinen Form $\underline{M}_f=SR_t(\underline{M}_r,t_n)$[9] die Schaltwirkung fest. Während des Schaltens der Transition t_n werden die Markenanzahlen auf allen ihren benachbarten (inzidenten) Stellen verändert. Genau darin besteht die Schaltwirkung der Transition t_n. Diese Schaltwirkung ist rein lokal[10] definiert, weil die Markierung aller nicht-benachbarten Stellen unverändert bleibt. Die qualitative Charakteristik und das quantitative Ausmaß der Schaltwirkung wird durch eine konkrete Abbildungsvorschrift der Schaltregel-Funktion SR_t spezifiziert:

- ❑ In qualitativer Weise wird zwischen den benachbarten Stellen aus dem Vorbereich $VB(t_n)$ der Transition t_n und den benachbarten Stellen aus dem Nachbereich $NB(t_n)$ der Transition t_n differenziert. Von allen Eingangsstellen werden durch das Schalten der Transition über deren Eingangskanten Marken abgezogen. Auf allen Ausgangsstellen der Transition werden dagegen über ihre Ausgangskanten Marken abgelegt. Diese qualitative Schaltcharakteristik wird in der zugrundeliegenden Netztopologie und im netzzugehörigen Graphen durch die Flußrelation F reflektiert: Ihre Elemente - die Netzkanten - weisen genau in der Richtung des schaltbedingten Markenflusses. Die beiden zulässigen Kantenrichtungen zeichnen die adjazenten Kanten einer Transition eindeutig entweder als Ein- oder aber als Ausgangskanten aus.

- Das Ausmaß der Schaltwirkung wird durch die Gewichte $W(kn_x,kn_y)$ aller Ein- und Ausgangskanten (kn_x,kn_y) der Transition t_n quantifiziert. Von jeder Eingangsstelle s_m werden so viele Marken abgezogen, wie das Kantengewicht $W(s_m,t_n)$ der adjazenten Eingangskanten (s_m,t_n) angibt. werden auf allen Ausgangsstellen s_m des Nachbereichs jeweils so viele Marken abgelegt, wie durch die Gewichte $W(t_n,s_m)$ der adjazenten Ausgangskanten (t_n,s_m) der Transition t_n bestimmt wird.

Die Schaltwirkung besitzt grundsätzlich ereignishaften Charakter. Alle vorgenannten qualitativ und quantitativ definierten Wirkungskomponenten erfolgen gebündelt in einem punktförmigen[11)] Ereignis[12)]: dem Schalt*akt*[13)]. Schaltakte besitzen also grundsätzlich keine zeitliche Ausdehnung[14)]. Daher geschehen der schaltbedingte Markenabfluß von den Eingangsstellen einer Transition und der komplementäre Markenzufluß auf die Ausgangsstellen der Transition *uno actu*[15)].

Jeder Schaltakt stellt ein Ereignis dar, das in dreifacher Hinsicht spezifiziert ist: Wenn ein Schaltakt geschieht, dann schaltet eine zugehörige Transition t_n. Dieses Schalten bewirkt einen Übergang von einer Referenzmarkierung M_r zu einer Folgemarkierung M_f. Daher läßt sich das Geschehnis eines Schaltakts durch ein dreistelliges Prädikat $SA(M_r,t_n,M_f)$ ausdrücken. In diesem Prädikat werden Schaltvoraussetzung und -wirkung der Transition t_n zusammengefaßt. Die Schaltvoraussetzung wurde bereits als Aktivierungsbedingung $AKT(t_n,M_r)$ für die Transition t_n unter der Referenzmarkierung M_r[16)] eingeführt. Die Schaltwirkung der Transition t_n erstreckt auf den Markierungsübergang zur Folgemarkierung M_f. Hierfür wird die Notation $M_r[t_n\rangle M_f$ eingeführt[17)]. Folglich gilt für das schaltaktdefinierende Prädikat:

$$SA(M_r,t_n,M_f) \;:\Leftrightarrow\; (AKT(t_n,M_r) \wedge M_r[t_n\rangle M_f)$$

Zur Vereinfachung der Diktion wird für das Prädikat $SA(M_r,t_n,M_f)$ die Kurznotation $sa_{r.n.f}$ eingeführt. Es wird fortan kurz vom Schaltakt $sa_{r.n.f}$ gesprochen. Der Ausdruck "$sa_{r.n.f}$" behält aufgrund seiner definitorischen Identifizierung $sa_{r.n.f} :\Leftrightarrow SA(M_r,t_n,M_f)$ mit dem Prädikat $SA(M_r,t_n,M_f)$ weiterhin den Charakter eines Prädikats. Daher gilt für die Definition jedes Schaltakts $sa_{r.n.f}$:

$$sa_{r.n.f} \;:\Leftrightarrow\; (AKT(t_n,M_r) \wedge M_r[t_n\rangle M_f)$$

Zwei verschiedene Schaltakte brauchen sich keineswegs hinsichtlich der jeweils geschalteten Transitionen zu unterscheiden. Statt dessen kann dieselbe Transition t_n an Schaltakten $sa_{r1.n.f1}$ und $sa_{r2.n.f2}$ teilhaben, die nur durch verschiedene Referenzmarkierungen $(r_1 \neq r_2)$ oder verschiedene Folgemarkierungen $(f_1 \neq f_2)$ voneinander abweichen. Daher gestattet das Konzept der Schaltakte, zwischen Schaltereignissen derselben Transition t_n zu differenzieren. Dabei werden die Schaltereignisse dadurch auseinandergehalten, daß sie unter verschiedenen Referenzmarkierungen geschehen oder ihre Geschehnisse zu unterschiedlichen Folgemarkierungen führen.

Abb. 8 auf der nächsten Seite veranschaulicht die ereignishafte Schaltwirkung einer Transition t_n mit drei Ein- und zwei Ausgangsstellen. Dabei wird die Referenzmarkierung M_r der benachbarten Stellen in die Folgemarkierung M_f derselben Stellen transformiert.

Die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion SR_t drückt durch ihre Abbildungsvorschrift $\underline{M}_f = SR_t(\underline{M}_r,t_n)$ allerdings nur aus, welchen Markenfluß die Transition t_n unter der Markierung M_r als Schaltwirkung hervorruft, *falls* diese Transition tatsächlich geschaltet wird. *Ob* diese Transition überhaupt geschaltet werden kann, hängt jedoch davon ab, ob eine transitionsspezifische Schaltvoraussetzung erfüllt ist[18)]. Diese Schaltvoraussetzung dient dazu, alle schaltbedingten Markenflüsse zu verhindern, die von einer zulässigen zu einer unzulässigen Netzmarkierung führen würden.

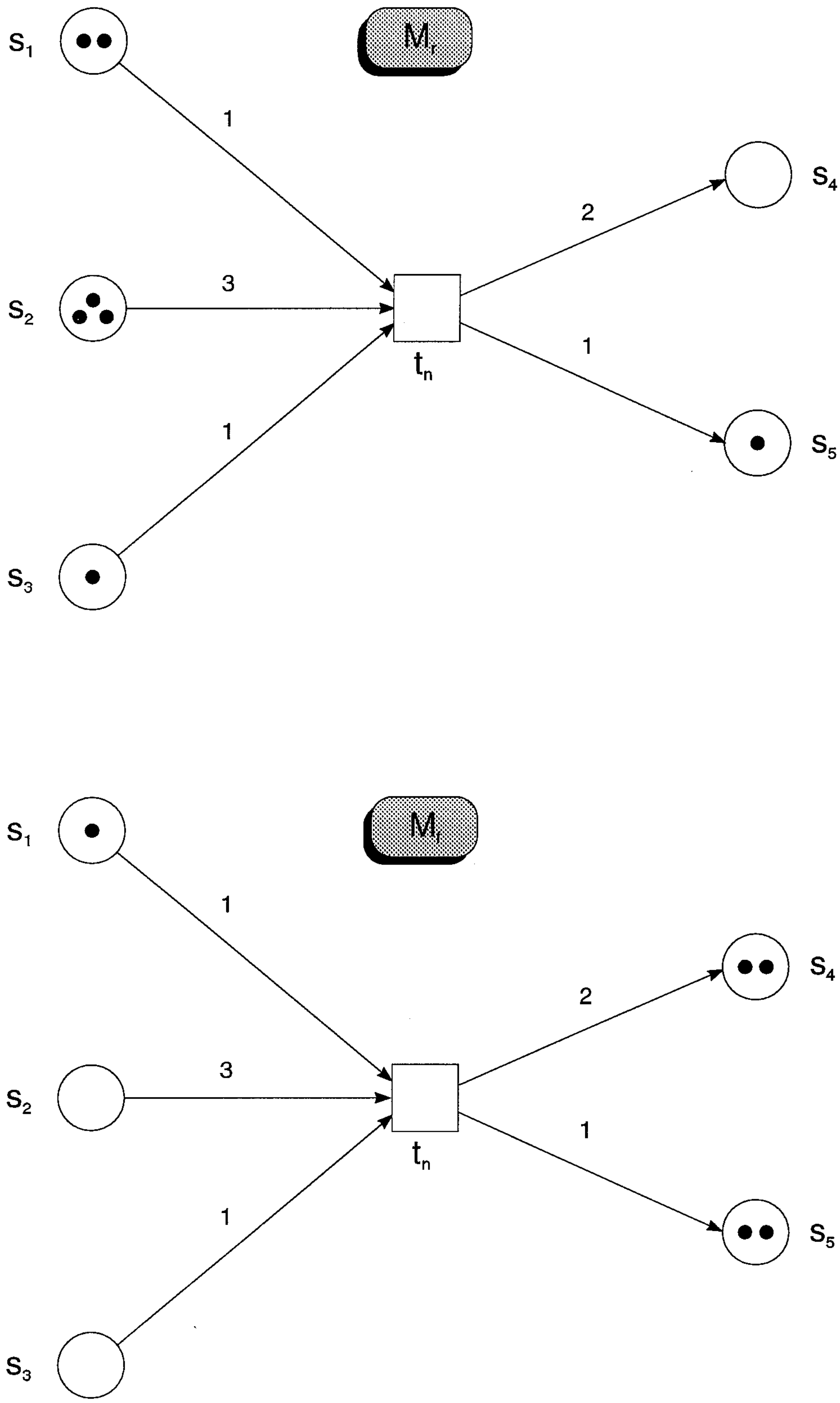


Abb. 8: Wirkung des Schaltens einer Transition

Daher nimmt die Schaltvoraussetzung in Stelle/Transition-Netzen die Gestalt einer zweifachen Einschränkung an. Erstens müssen die Eingangsstellen einer Transition t_n unter einer Referenzmarkierung M_r genügend Marken umfassen, um den schaltbedingten Markenabfluß über die Eingangskanten der Transition zu ermöglichen. Hierdurch wird vermieden, daß nach dem Schalten einer Transition eine ihrer Eingangsstellen eine unzulässige negative Markierung aufweisen kann. Zweitens dürfen die Ausgangsstellen einer Transition nach dem schaltbedingten Markenzufluß über die Ausgangskanten der Transition unter der Folgemarkierung M_f nicht mehr Marken aufweisen, als durch ihre Markenkapazitäten zugelassen wird.

Die präzise Ausformulierung dieser Schaltvoraussetzung stößt jedoch auf eine besondere Schwierigkeit. Sie folgt daraus, daß dieselbe Stelle sowohl zum Vor- als auch zum Nachbereich einer Transition gehören kann[19)]. In einem solchen Fall werden beim Schalten der Transition von derselben Stelle uno actu Marken abgezogen und auch wieder abgelegt[20)]. Dann läßt sich zwischen einem Brutto- und einem Nettoeffekt der stellenbezogenen Schaltwirkung[21)] differenzieren[22)]. Der markenabziehende Bruttoeffekt, den das Schalten einer Transition t_n auf eine Eingangsstelle s_m ausübt, wird durch das Kantengewicht $W(s_m,t_n)$ definiert[23)]. Den komplementären, aber markenablegenden Bruttoeffekt für eine Ausgangsstelle s_m der Transition t_n gibt das Kantengewicht $W(t_n,s_m)$ an[24)]. Wenn eine Stelle sowohl zum Vor- als auch zum Nachbereich einer Transition t_n gehört, wechselwirken der markenabziehende und der markenablegende Bruttoeffekt miteinander. Daher beträgt der markenabziehende Nettoeffekt für eine solche Stelle s_m, die dann als Eingangsstelle behandelt wird: $W(s_m,t_n)-W(t_n,s_m)$[25)]. Zugleich beläuft sich der markenablegende Nettoeffekt für dieselbe Stelle s_m, wenn sie als Ausgangsstelle betrachtet wird, auf: $W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)$[26)]. Da markenabziehender und markenablegender Nettoeffekt für dieselbe Stelle in dualer Weise definiert sind, ist der Gesamteffekt der stellenbezogenen Schaltwirkung jeweils eindeutig definiert:

- ❑ Von der Stelle s_m werden durch das Schalten der Transition t_n insgesamt $W(s_m,t_n)-W(t_n,s_m)$ Marken abgezogen, falls $W(s_m,t_n)-W(t_n,s_m)>0$ gilt.
- ❑ Auf der Stelle s_m werden durch das Schalten der Transition t_n insgesamt $W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)$ Marken abgelegt, falls $W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)>0$ gilt.
- ❑ Die Markenanzahl auf der Stelle s_m wird durch das Schalten der Transition t_n insgesamt nicht verändert, falls $W(s_m,t_n)-W(t_n,s_m)=W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)=0$ gilt.

Dadurch wird aber nur die Schaltwirkung von Transitionen eindeutig festgelegt. Hinsichtlich der Schaltvoraussetzung besteht sowohl bei den Markenabflüssen, welche die Eingangsstellen einer Transition verlassen, als auch bei den Markenzuflüssen, die auf den Ausgangsstellen derselben Transition eintreffen, jeweils ein Freiheitsgrad: Sowohl im Vor- als auch im Nachbereich der Transition können entweder die Brutto- oder aber die Nettoeffekte berücksichtigt werden. Aus der zweifachen Wahlmöglichkeit zwischen jeweils zwei Alternativen folgen insgesamt vier grundsätzlich[27)] verschiedene Definitionsmöglichkeiten für die Schaltvoraussetzung einer Transition. Im Definitionstupel STN von Stelle/Transition-Netzen ist die konkrete Gestalt ihrer Schaltregel jedoch nicht bestimmt. A fortiori liegt auch keine der vier vorgenannten Definitionsmöglichkeiten fest. Daher erweist sich das Konzept der Stelle/Transition-Netze als *unterbestimmt*[28)]. Diese Unterbestimmtheit wird im folgenden durch entsprechende Präzisierungen beseitigt.

Die Aktivierungsbedingung von Stelle/Transition-Netzen legt fest, in welcher Weise die vorgenannte Bestimmungslücke bei der Definition der Schaltvoraussetzung von Transitionen geschlossen wird. Formal spezifiziert wird diese Aktivierungsbedingung durch das Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$[29)]. Es drückt aus, *welche* Schaltvoraussetzung erfüllt sein muß, damit eine Transition t_n unter einer Markierung M_r schalten kann. In dieser Arbeit wird für Stelle/Transition-Netze festgelegt, für alle Eingangsstellen einer Transition die markenabziehenden Brutto- und für alle Ausgangsstellen die markenablegenden Nettoeffekte zu berücksichtigen[30)]. Gleiches gilt für alle Netzklassen, die aus den Stelle/Transition-Netzen abgeleitet werden[31]. Daher wird das Aktivierungsprädikat definiert als[32]:

$$\begin{aligned} & AKT(t_n,M_r) \\ :\Leftrightarrow \quad & (\forall(s_m \in NA(t_n)): W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)) \end{aligned}$$

In der Definition des Aktivierungsprädikats äußert sich wiederum die Lokalität der Schaltregel von Stelle/Transition-Netzen. Denn die Erfüllung der Schaltvoraussetzung für eine Transition t_n hängt nur von den Stellen s_m aus der Nachbarschaft $NA(t_n)$ dieser Transition ab[33].

Eine Transition t_n heißt aktiviert unter der Markierung M_r genau dann, wenn das Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ gültig ist. Per definitionem ist die Schaltvoraussetzung einer aktivierten Transition erfüllt. Eine aktivierte Transition kann daher schalten. Falls sie tatsächlich schaltet, wird ihre Schaltwirkung durch die Abbildungsvorschrift der partiell definierten, transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t beschrieben. In einer ersten Notationsform $SR_{t.1}$[34] lautet die Deklaration dieser Schaltregel-Funktion:

$$\begin{aligned} SR_{t.1}: \quad & \mathcal{N}_0^M \times T \rightarrow \mathcal{N}_0^M \\ & (\underline{M}_r,t_n) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{t.1}(\underline{M}_r,t_n); \ \text{sofern } AKT(t_n,\underline{M}_r) \end{aligned}$$

mit:

$$\begin{aligned} & \forall(s_m \in NA(t_n)): && M_f(s_m) = M_r(s_m) - W(s_m,t_n) + W(t_n,s_m) \\ & \forall(s_m \in (S-NA(t_n))): && M_f(s_m) = M_r(s_m) \end{aligned}$$

Der nachgestellte Zusatz in der 3. und 4. Deklarationszeile spezifiziert die zunächst allgemein definierte Schaltwirkung $\underline{M}_f = SR_{t.1}(\underline{M}_r,t_n)$ durch jeweils stellenbezogene Teilwirkungen. Die Schaltwirkung einer Transition verhält sich also in Stelle/Transition-Netzen separabel in bezug auf alle Stellen. Darüber hinaus äußert sich die Lokalität der Schaltregel explizit im Übergang von der 3. zur 4. Deklarationszeile. Denn das Schalten der Transition t_n kann[35] nur die Markenanzahlen jener Stellen s_m verändern, die aus ihrer Nachbarschaft $NA(t_n)$ stammen[36]. Implizit ist die gleiche Lokalität der Schaltregel auch im Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ enthalten. Denn es wurde zuvor nur in bezug auf die gleichen benachbarten Stellen s_m definiert.

Die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion braucht nicht notwendig in der o.a. Notation $SR_{t.1}$ dargestellt zu werden. Statt dessen ist es möglich, zwischen mehreren äquivalenten[37] Notationsweisen auszuwählen[38].

Beispielsweise läßt sich die Notation $SR_{t.1}$ kompakter gestalten, indem bei der Spezifizierung der stellenbezogenen Schaltwirkungen auf die Differenzierung zwischen benachbarten und nicht-benachbarten Stellen verzichtet wird. Hierbei wird deutlich, warum früher die ursprünglich definierte Gewichtsfunktion W* durch die modifizierte Gewichtsfunktion W ersetzt wurde. Da $W(s_m,t_n)=0$ und $W(t_n,s_m)=0$ für alle Stellen s_m gilt, die nicht zur Nachbarschaft $NA(t_n)$ der Transition t_n gehören, können diese "Kanten"gewichte für alle nicht-benachbarten Stellen ergänzt werden, ohne hierdurch die Schaltwirkung zu verändern. Daher kann die Berechnungsformel für die Folgemarkierung $M_f(s_m)$ auf alle Stellen s_m eines Netzes in derselben Weise angewendet werden. Dadurch entfällt die 4. Zeile aus der Deklaration der Schaltregel-Funktion $SR_{t.1}$. Statt dessen gilt die kompaktere Notation $SR_{t.2}$:

$SR_{t.2}$: $\mathcal{N}_0^M \times T \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r,t_n) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{t.2}(\underline{M}_r,t_n)$; sofern $AKT(t_n,\underline{M}_r)$

mit:

$\forall(s_m \in S)$: $M_f(s_m) = M_r(s_m) - W(s_m,t_n) + W(t_n,s_m)$

Allerdings wird die größere Kompaktheit mit einem Verlust an Natürlichkeit einher. Denn die Lokalität der Schaltregel findet in der Notation $SR_{t.2}$ keinen expliziten Niederschlag[39)].

Die beiden Notationsweisen $SR_{t.1}$ und $SR_{t.2}$ explizieren die Schaltregel-Funktion jeweils nicht vollständig. Sie greifen vielmehr auf das Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ zurück, durch das die Aktivierungsbedingung nur implizit dargestellt wird. Die Aktivierungsbedingung läßt sich jedoch in die Funktionsdeklaration explizit aufnehmen, indem auf die frühere explizite Definition des Aktivierungsprädikats zurückgegriffen wird. Analog zur Vorgehensweise bei der Notation $SR_{t.2}$ kann auch bei der Explizierung der Aktivierungsbedingung auf die Unterscheidung zwischen benachbarten und nicht-benachbarten Stellen verzichtet werden. Dann resultiert als kompakte und zugleich vollständig explizierte Notation $SR_{t.3}$ der Schaltregel-Funktion:

$SR_{t.3}$: $\mathcal{N}_0^M \times T \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r,t_n) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{t.3}(\underline{M}_r,t_n)$;

sofern $\forall(s_m \in S)$: $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$

mit:

$\forall(s_m \in S)$: $M_f(s_m) = M_r(s_m) - W(s_m,t_n) + W(t_n,s_m)$

Ebenso kann an der vollständigen Explizierung festgehalten werden, ohne auf die Differenzierung zwischen benachbarten und nicht-benachbarten Stellen zu verzichten. Die resultierende Notation $SR_{t.4}$ erweist sich natürlicher als die vorangehende Notation, weil die Lokalität der Schaltregel in Schaltvoraussetzung und Schaltwirkung offensichtlich wird. Allerdings geht dadurch auch die frühere Kompaktheit der Funktionsdeklaration verloren. Für diese vierte Notationsalternative gilt:

$SR_{t.4}$: $\mathcal{N}_0^M \times T \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r,t_n) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{t.4}(\underline{M}_r,t_n)$;

sofern $\forall(s_m \in NA(t_n))$: $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$

mit:

$\forall(s_m \in NA(t_n))$: $\quad M_f(s_m) = M_r(s_m) - W(s_m,t_n) + W(t_n,s_m)$

$\forall(s_m \in (S\text{-}NA(t_n)))$: $\quad M_f(s_m) = M_r(s_m)$

Eine letzte Notation $SR_{t.5}$ der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion beruht auf zwei neuartigen formalen Konstrukten: der Inzidenzmatrix und den Schaltvektoren. Die Inzidenzmatrix eines Stelle/Transition-Netzes mit M Stellen und N Transitionen ist eine M-zeilige und N-spaltige Matrix $\underline{C}$ mit ganzzahligen Koeffizienten $c_{m.n}$. Jeder Koeffizient $c_{m.n}$ drückt den Nettoeffekt aus, den das Schalten der Transition t_n auf die Markierung der Stelle s_m ausübt. Er ist für jeweils zwei komplementäre Paare (s_m,t_n) und (t_n,s_m)[40)] aus artverschiedenen Knoten gemeinsam definiert durch[41)]:

$$c_{m.n} = W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n)$$

Für jede Transition t_n wird ein Schaltvektor $\underline{sv}_n$ definiert. Dabei handelt es sich um einen N-stelligen Spaltenvektor mit Komponenten $sv_{n.k}$ und $k \in \{1,...,N\}$. Er besitzt nur an der n-ten Position den Wert $sv_{n.n}=1$; sonst besteht er aus den Komponenten $sv_{n.k}=0$:

$$\underline{sv}_n^{tr} = (sv_{n.k}: k \in \{1,...,N\} \wedge (k=n \leftrightarrow sv_{n.k}=1) \wedge (k \neq n \leftrightarrow sv_{n.k}=0)\}$$

Mit Hilfe dieser Vereinbarungen läßt sich die transitionsbezogene Schaltregel als eine Schaltregel-Funktion $SR_{t.5}$ notieren, für die gilt:

$$SR_{t.5}: \quad \mathcal{N}_0^M \times T \rightarrow \mathcal{N}_0^M$$
$$(\underline{M}_r, t_n) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{t.5}(\underline{M}_r, t_n) = \underline{M}_r + \underline{C} \bullet \underline{sv}_n; \text{ sofern } AKT(t_n, \underline{M}_r)$$

Diese letzte Notationsalternative unterscheidet sich in mehrfacher Hinsicht von allen vorangehenden Darstellungen der Schaltregel-Funktion. Einerseits fällt sie am kompaktesten aus, da die Schaltwirkung durch Inzidenzmatrix und Schaltvektor besonders einfach notiert wird. Andererseits ist ihr Explizierungsgrad auch am geringsten. Denn mit Aktivierungsprädikat, Inzidenzmatrix und Schaltvektor werden insgesamt drei Konstrukte verwendet, die nicht in der Funktionsdeklaration, sondern an anderer Stelle explizit definiert sind. Die Notationsweise ist auch nicht mehr natürlich, weil die Lokalität der Schaltregel nicht explizit zum Ausdruck gelangt. Dafür besitzt die letzte Notationsvariante aber den Vorzug, aufgrund ihrer speziellen Darstellungsweise die Schaltwirkung von Transitionen mit effizienten arithmetischen Vektoroperationen ermitteln zu können[42)].

Die arithmetische Spezialisierung wird allerdings durch eine mangelhafte Ausbaufähigkeit der Notationsweise $SR_{t.5}$ erkauft. Denn die ganzzahligen Koeffizienten $c_{m.n}$ und die daraus aufgebauten Inzidenzmatrizen $\underline{C}$ lassen sich nicht mehr anwenden, sobald keine numerischen Kantengewichte benutzt werden[43)]. Darüber hinaus bedeuten die Inzidenzmatrizen einen Informationsverlust, wenn unreine Netze mit 1-Schleifen zugelassen werden. Dies kann zu erheblichen Verzerrungen des Schaltverhaltens von unreinen Netzen führen. Bei den später entfalteten Synthetischen Netzen wird aber ein breites Spektrum nicht-numerischer Kantengewichte zugelassen[44)]. Ebenso werden 1-Schleifen grundsätzlich gestattet, um in Stelle/Transition-Netzen die Modellierung von Nebenbedingungen nicht zu behindern. Aus beiden vorgenannten Gründen widmet der Verf. der Notation der Schaltregel-Funktion auf der Basis von Inzidenzmatrizen keine größere Aufmerksamkeit[45)].

Die vier vorangehenden Notationsalternativen zeichnen sich dagegen in gleicher Weise dadurch aus, daß sie ohne Schwierigkeiten von numerischen Kantengewichten auf nicht-numerische Kantengewichte erweitert werden können[46)]. Daher wird fortan unter der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t - wenn nicht ausdrücklich anders festgelegt - eine ihrer vier Notationsalternativen $SR_{t.1}$, $SR_{t.2}$, $SR_{t.3}$ oder $SR_{t.4}$ verstanden. Der Verf. nutzt dabei den Freiheitsgrad, angesichts variierender Argumentationssituationen die jeweils situationsadäquate Notation zu verwenden[47)]. Abb. 9 vor den Anmerkungen zum Kapitel gewährt einen Überblick über die adäquanzbestimmenden Eigenschaften der hier vorgestellten Notationsalternativen.

Die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion SR_t gilt universell, d.h. für alle Transitionen t_n eines Stelle/Transition-Netzes in derselben Weise. Sie kann aber ebenso als eine Familie[48)] SRF von transitionsspezifischen Schaltregel-Funktionen SR_{tn} mit $n \in \{1,...,N\}$ reformuliert werden. Ihre Mitglieder unterscheiden sich lediglich dadurch, daß sie jeweils nur lokal für die Nachbarschaften $NA(t_n)$ der zugehörigen Transitionen t_n definiert sind:

$$SRF = (SR_{t_n}: n=1,...,N)$$

mit[49]:

$$SR_{t_n}: \mathcal{N}_0^{\#(NA(t_n))} \times \{t_n\} \rightarrow \mathcal{N}_0^{\#(NA(t_n))}$$

$$((M_r(s_m): s_m \in NA(t_n)), t_n) \rightarrow SR_{tn}((M_r(s_m): s_m \in NA(t_n)), t_n); \quad \text{sofern } AKT(t_n, M_r)$$

und:

$$SR_{t_n}((M_r(s_m): s_m \in NA(t_n)), t_n) = (M_f(s_m): s_m \in NA(t_n))$$

$$\forall (s_m \in NA(t_n)): M_f(s_m) = M_r(s_m) - W(s_m, t_n) + W(t_n, s_m)$$

Wegen ihrer größeren Kompaktheit und Transparenz wird aber in dieser Arbeit an der universell formulierten transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t für Stelle/Transition-Netze festgehalten[50].

	$SR_{t.1}$	$SR_{t.2}$	$SR_{t.3}$	$SR_{t.4}$	$SR_{t.5}$
Explizitheit	O	O	+	+	- -
Kompaktheit	O	+	+	-	+ +
Lokalität	+	O	-	+	-
Natürlichkeit	+	O	O	+	-
Ausbaufähigkeit	+	+	+	+	-
arithmetische Spezialisierung	-	-	-	-	+

+ +	besonders stark ausgeprägt
+	stark ausgeprägt
O	mittel ausgeprägt
-	schwach ausgeprägt
- -	besonders schwach ausgeprägt

Abb. 9: Adäquanzbestimmende Eigenschaften alternativer Schaltregelnotationen

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Eine der äußerst seltenen Ausnahmen der Netzliteratur, in denen die Schaltregel eines Petrinetzes explizit in die Netzdefinition aufgenommen wird, hat PASSINO (1988a), S. 627, vorgelegt. Dabei erweisen sich zwei Aspekte besonders bemerkenswert. Erstens wird die Netzdefinition - analog zur Vorgehensweise des Verf. - in zwei Teiltupel aufgespalten, welche die statische und die dynamische Netzstruktur wiedergeben. Auch dort enthält das Teiltupel für die dynamische Netzstruktur die explizierte Schaltregeldefinition. Zweitens handelt es sich um eine Netzdefinition, die nicht zum "etablierten" Kreis der Netzliteratur gerechnet werden kann. Sie beruht auf einem Konzept, das Schaltverhalten von Netzen mit den formalen Mitteln der Automatentheorie zu spezifizieren. Der Verf. folgt zwar nicht diesem automatentheoretischen Ansatz. Doch wird die kritisierte Explizierungslücke der Netzliteratur dadurch unterstrichen, daß sie gerade durch solche Beiträge geschlossen wird, die nicht zum Kreis der Standardkonzepte gehören.

2) Dies gilt jedoch nur für Definitionen von Stelle/Transition-Netzen, die so angelegt sind, wie die eingangs vorgelegte Netzdefinition. Ähnliche Definitionsweisen, bei denen die Schaltregel in der natürlichsprachlichen Definitionserläuterung ebensowenig enthalten ist, finden sich in der Netzliteratur oftmals; vgl. z.B. BEST,E. (1985e), S. 10f.; ABEL,D. (1990), S. 4f.
Allerdings existieren auch Definitionen von Stelle/Transition-Netzen, deren natürlichsprachliche Erläuterung die Schaltregel unmittelbar anführt; vgl. GENRICH (1980b), S. 528; PAGNONI (1990), S. 136.

3) Da die Schaltregel des Petrinetz-Konzepts auf diese Weise die *Voraussetzungen* und *Wirkungen* der Schaltakte von Transitionen miteinander verknüpft, werden alle Abhängigkeiten, die sich zwischen den Transitionen eines Netzes ausdrücken lassen, als kausale (Schalt-)Abhängigkeiten im weitesten Sinne bezeichnet. Darauf wurde bereits vorgegriffen, als bei der Konzeptualisierung dynamischer Koordinierungsprobleme alle horizontalen und vertikalen Ereignisabhängigkeiten unter den Oberbegriff der kausalen Abhängigkeit i.w.S. subsumiert wurden. Die Besonderheit des Petrinetz-Konzepts, daß nur *Voraussetzungen*, nicht aber *Ursachen* von Schaltakten betrachtet werden, wird später als "Permissivität" seiner Schaltregel näher erläutert.

4) Neben der nachfolgend behandelten funktionalen Darstellungsweise kommt z.B. auch in Betracht, die Schaltregel als ein prozedurales Schema zu formulieren. Von dieser Alternative wird später Gebrauch gemacht, wenn die Schaltregel von Synthetischen Netzen mit der Hilfe eines prozeduralen Übergangsschemas ausgedrückt wird. Ein solches Prozedurschema besitzt - in einer ersten, groben Annäherung - die Gestalt: "Prüfen der Schaltvoraussetzung der Transition. Falls die Voraussetzung erfüllt ist: Ermitteln der Schaltwirkung der Transition. Falls die Transition tatsächlich geschaltet wird: Ausführen der ermittelten Schaltwirkung."
Der bedingte Charakter von partiell definierten Schaltregel-Funktionen und der voranstehend skizzierten Schaltregel-Prozedurschemata legt eine dritte Alternative für die Formulierung von Schaltregeln dar: Sie können auch als Produktionsregeln in der Form "Wenn Schaltvoraussetzung erfüllt, dann Ausführen der Schaltwirkung" notiert werden. Diese Repräsentationsvariante fällt besonders kompakt aus. Sie setzt aber auch ein detaillierteres Verständnis der Funktionsweise von Produktionsregel-Systemen voraus. Darüber hinaus geht der kompakte Regelcharakter verloren, wenn so komplexe Schaltregeln ausgedrückt werden müssen, wie sie später für Synthetische Netze eingeführt werden. Daher wird die Regelformulierung durch Produktionsregeln in dieser Arbeit nicht verwendet. Allerdings wird an späterer Stelle gezeigt, wie sich das Petrinetz-Konzept mit dem Produktionsregel-Ansatz in fruchtbarer Weise verknüpfen läßt. Dort werden Produktionsregeln allerdings auf einer anderen, modellierungsnäheren Konzeptebene betrachtet als die hier thematisierte Repräsentation von Schaltregeln.
Eine weitere Alternative für die formale Explizierung der Schaltregel findet sich bei PASSINO (1988a), S. 627. Dort wird auch eine schaltregelbeschreibende Funktion verwendet, die jedoch anders als die vom Verf. gewählte strukturiert ist. Im wesentlichen unterscheidet sie sich dadurch, daß Referenz- und Folgemarkierung den Vor- sowie die jeweils geschaltete Transitionenmenge den Nachbereich der Schaltregel-Funktion bilden. Dadurch wird es möglich, eine vollständig definierte Funktion zu verwenden. Für Markierungspaare, die keinem schaltbedingten Übergang von einer Referenz- zu einer Folgemarkierung entsprechen, muß dann aber die "geschaltete" Transitionenmenge als leere Menge festgelegt werden. Der Verf. verfolgt diesen Ansatz nicht weiter. Seiner Ansicht nach entsprechen partiell definierte Schaltregel-Funktionen besser der bedingten Schaltcharakteristik von Petrinetzen, die durch die Aktivierungsbedingungen von Transitionen konstituiert wird.

5) Funktionen und ihre Komponenten werden hier zunächst als bekannte formalsprachliche Konstrukte vorausgesetzt. Gleiches gilt für die konventionellen mathematischen und logischen Notationen. Die vorgenannten Konstrukte und Notationen werden später im algebraischen Rahmen des Signaturkonzepts und bei der Entfaltung der Prädikatenlogik 1. Stufe explizit und detailliert behandelt.

6) Wenn die Unterscheidung zwischen dem allgemeinen Konzept der Schaltregel und ihrer speziellen Operationalisierung durch eine Schaltregel-Funktion unerheblich ist, werden beide Begriffe synonym verwendet.

7) Die Auswahl ist letztlich willkürlich. Sie läßt sich aber durch zwei Plausibilitätsargumente rechtfertigen. Einerseits reicht die funktionale Darstellungsweise aus, um das begrenzte arithmetische Ausdrucksvermögen von Stelle/

Transition-Netzen vollständig abzudecken. Andererseits stellen Funktionen dasjenige formalsprachliche Konzept dar, das - im vergleich mit alternativen Regelformulierungen - noch am ehesten hinsichtlich seiner Definitionen, Notationen und Verwendungsformen als bekannt vorausgesetzt werden kann. Für prozedurale Schemata und Produktionsregeln, die in einer früheren Anmerkung als konkurrierende Darstellungsweisen vorgestellt wurden, ist dies nach Einschätzung des Verf. dagegen nicht mehr möglich.

8) Die Einschränkung wird durch die - synonymem - Formulierungen "; sofern <Schaltvoraussetzung>", "; falls <Schaltvoraussetzung>" oder "; für <Schaltvoraussetzung>" verdeutlicht, die jeweils auf die Abbildungsvorschrift folgen. Dabei wird die Schaltvoraussetzung nur objektsprachlich formuliert. Es gilt die implizite Vereinbarung, daß die Abbildungsvorschrift einer partiell definierten Funktion nur dann angewendet werden darf, wenn zuvor auf metasprachlicher Ebene die *Erfüllung* der Schaltvoraussetzung festgestellt worden ist.
Die Notation "<Ausdruck>" wird in schematischen Definitionen als ein Platzhalter verwendet, der in allen Schemaausprägungen durch konkrete Konstrukte der Art "Ausdruck" ausgefüllt wird. Wenn in metasprachlicher Weise Äußerungen über objektsprachliche Konstrukte erfolgen, so können die objektsprachlichen Konstrukte durch Einschließung in Anführungszeichen (") gekennzeichnet werden, um die Argumentation übersichtlicher zu gestalten. Darauf wurde oben zurückgegriffen. Falls die objektsprachlichen Konstrukte bereits durch ihre Notation als solche klar erkenntlich sind, wird der Einfachheit halber auf ihre Einschließung in Anführungszeichen verzichtet. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn die objektsprachlichen Konstrukte formalsprachlichen Charakter besitzen und sich von der metasprachlichen Argumentation, die zumeist natürlichsprachlich erfolgt, deutlich abheben. Dies trifft z.B. auf die nachfolgend vorgestellte Schaltregel-Funktion zu. Ihre Notation SR braucht nicht in Anführungszeichen eingeschlossen zu werden, weil ihr objekt- und formalsprachlicher Charakter offensichtlich ist.

9) Die involvierten Markierungen werden später als Markierungsvektoren $\underline{M}_r$ und $\underline{M}_f$ präzisiert.

10) Vgl. zur lokalen Charakteristik des Schaltens von Transitionen GENRICH (1980a), S. 27.

11) Vgl. zum punktförmigen, unteilbaren oder atomaren Charakter des Schaltens von Transitionen GENRICH (1980a), S. 27.

12) Auf diese Ereignishaftigkeit wird später noch ausführlicher eingegangen.

13) Schaltakte werden daher auch synonym als Schaltereignisse bezeichnet.

14) Die Anschauungsform "Zeit" findet daher auf Stelle/Transition-Netze überhaupt keine Anwendung. Die schaltbedingten Übergänge zwischen Markierungen werden als zeitlose Ereignisse konzeptualisiert. Markierungen, die aufeinander folgen, konstituieren daher keine Zeitfolgen. Auf die Möglichkeiten und Schwierigkeiten, Entitäten in zeitlicher Anschauungsform zu behandeln, ohne hierbei das Petrinetz-Konzept zu verlassen, wird an späterer Stelle ausführlich zurückgekommen.

15) Diese Festlegung ist bedeutsam, weil sie sich unmittelbar auf die Definition der Schaltvoraussetzung von Transitionen auswirkt. Mittelbar folgen hieraus auch Konsequenzen für die Behandlung von 1-Schleifen, deren Verhalten von der jeweils gewählten Aktivierungsbedingung bestimmt wird.

16) Strenggenommen müßte zwischen einem Aktivierungsprädikat AKT, das auf die Markierungsfunktion M_r bezogen wird [$AKT(t_n,M_r)$], und einem Aktivierungsprädikat AKT^*, das auf den Markierungsvektor $\underline{M}_r$ bezogen wird [$AKT^*(t_n,\underline{M}_r)$], unterschieden werden. Der Einfachheit halber wird von dieser Differenzierung aber im folgenden abgesehen. Daher kann - je nach aktuellem Kontext - das Aktivierungsprädikat AKT in seiner 2. Stelle sowohl auf die Markierungsfunktion M_r als auch auf den Markierungsvektor $\underline{M}_r$ bezogen werden.

17) Die Notation "$M_r[\ldots\rangle M_f$" verdeutlicht die Gerichtetheit des schaltbedingten Übergangs: Zunächst liegt die Referenzmarkierung M_r vor. Nachdem der Schaltakt geschehen ist, ist die Folgemarkierung M_f gegeben.

18) Es klafft zunächst eine konzeptionelle Lücke zwischen der Erfüllung der Schaltvoraussetzung einer Transition und ihrem tatsächlichen Schalten. Denn die Erfüllung der Schaltvoraussetzung bedeutet im Petrinetz-Konzept nur, daß die betrachtete Transition geschaltet werden *kann*, aber keineswegs muß. Diese Lücke wird später als Permissivität der Schaltregel detailliert erörtert. Vorerst wird von ihr abstrahiert.

19) Die hieraus resultierenden Probleme werden später unter dem Aspekt der 1-Schleifen näher diskutiert.

20) Daher wurde oben der ereignishafte Charakter von Schaltakten besonders betont.

21) Als stellenbezogene Schaltwirkung einer Transition wird derjenige Teil der Abbildungsvorschrift der Schaltregel-Funktion SR_t bezeichnet, der sich ausschließlich auf die jeweils betrachtete Stelle bezieht. Vgl. dazu die Deklarationen der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion, in denen jeweils eine stellenspezifische Schaltwirkung $M_f(s_m)$ ausgewiesen wird.

22) Bei allen anderen Stellen, die nicht zugleich zum Vor- und Nachbereich der jeweils betrachteten Transition gehören, fallen Brutto- und Nettoeffekt per constructionem immer zusammen.

23) Für Stellen s_m, die keine Eingangsstellen der Transition t_n sind, gilt der Bruttoeffekt $W(s_m,t_n)=0$.

24) Für Stellen s_m, die keine Ausgangsstellen der Transition t_n sind, gilt der Bruttoeffekt $W(t_n,s_m)=0$.

25) Diese Differenz kann auch Null betragen oder negativ werden. Dann verschwindet der "markenabziehende" Nettoeffekt, bzw. er kehrt sich in sein Gegenteil - ein Markenablegen - um. Dies wird durch die nachfolgende trichotome Fallunterscheidung berücksichtigt. Für reine Eingangsstellen s_m, die keine Ausgangsstellen der Transition t_n sind, fällt wegen $W(t_n,s_m)=0$ der markenabziehende Netto- mit dem Bruttoeffekt zusammen: $W(s_m,t_n)-W(t_n,s_m)=W(s_m,t_n)-0=W(s_m,t_n)$.

26) Diese Differenz kann auch Null betragen oder negativ werden. Dann verschwindet der "markenablegende" Nettoeffekt, bzw. er kehrt sich in sein Gegenteil - ein Markenabziehen - um. Dies wird durch die nachfolgende trichotome Fallunterscheidung berücksichtigt. Für reine Ausgangsstellen s_m, die keine Eingangsstellen der Transition t_n sind, fällt wegen $W(s_m,t_n)=0$ der markenablegende Netto- mit dem Bruttoeffekt zusammen: $W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)=W(t_n,s_m)-0=W(t_n,s_m)$.

27) Diese Einschränkung verweist darauf, daß für eine Transition t_n mit $K_n=\#(VB(t_n))+\#(NB(t_n))$ inzidenten Stellen strenggenommen 2^{K_n} verschiedene Schaltvoraussetzungen formuliert werden könnten. Denn für jede Stelle läßt sich - unabhängig von den Festlegungen bezüglich aller anderen Stellen - die Definition der Schaltvoraussetzung entweder auf den Brutto- oder aber auf den Nettoeffekt der stellenbezogenen Schaltwirkung beziehen. Aus formalästhetischen Gründen wird diese Vielfalt aber durch die Prämisse eingeschränkt, daß in der Schaltvoraussetzung alle Eingangsstellen in der gleichen Weise behandelt werden: Entweder werden für alle Eingangsstellen die Brutto- oder für alle Eingangsstellen die Nettoeffekte berücksichtigt. In analoger Weise werden auch für alle Ausgangsstellen in der Schaltvoraussetzung entweder die Brutto- oder aber die Nettoeffekte angesetzt. Diese zwei homogenen Festlegungen können jedoch für den Vor- und Nachbereich einer Transition unabhängig voneinander erfolgen. (Davon wird nachfolgend Gebrauch gemacht.) Daraus folgen insgesamt vier "grundsätzlich" verschiedene Möglichkeiten, in der Schaltvoraussetzung einer Transition für deren Vor- und nachbereich auf Brutto- oder Nettoeffekte Bezug zu nehmen.
Die formalästhetische Gleichbehandlung aller Ein- und aller Ausgangsstellen in der Formulierung einer Schaltvoraussetzung wird durch das Prinzip des zureichenden Grundes nahegelegt. Allerdings wird dieses Argumentationsprinzip hier in einer speziellen Weise ausgelegt. Ihr zufolge werden alle Stellen zunächst gleich behandelt. Diese initiale Gleichbehandlung aller Stellen bewegt sich außerhalb des Prinzips vom zureichenden Grunde. Denn sie wird selbst nicht weiter gerechtfertigt. Abweichungen von der initialen Gleichbehandlung sind aber nur dann zulässig, wenn sich ein zureichender Grund anführen läßt, der eine Ungleichbehandlung rechtfertigt. Aus dieser Perspektive gilt: Alle Eingangsstellen einer Transition spielen bei deren Schalten dieselbe Rolle als Markenspender. Es läßt sich kein Grund angeben, der ausreichte, um eine unterschiedliche Berücksichtigung von Brutto- und Nettoeffekten für Eingangsstellen zu rechtfertigen. Analog dazu kann kein Grund angeführt werden, um die Ausgangsstellen unterschiedlich zu behandeln, obwohl sie dieselbe Funktion von Markenempfängern erfüllen. Aus demselben Blickwinkel läßt sich aber rechtfertigen, für den Vor- und den Nachbereich einer Transition den Ansatz von Brutto- oder Nettoeffekten unabhängig voneinander vorzunehmen. Denn die Ein- und Ausgangsstellen einer Transition unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Charakteristik, jeweils Markenspender bzw. -empfänger darzustellen.
Vgl. zum hier vorausgesetzten Prinzip des zureichenden Grundes, der auch als rationales Begründungspostulat (principium rationis sufficientis) bezeichnet wird, LEIBNIZ (1906), S. 428; SCHOPENHAUER (1957), S. 8ff. u. 13ff., insbesondere S. 11; KÖRNER,S. (1968), S. 26; LENK (1973), S. 88f.; BACKHAUSEN (1974), S. 27ff.; KERN,M. (1979), S. 17; ALBERT,H. (1980a), S. 8ff., 13f. u. 29ff., insbesondere S. 9f.; LEIBNIZ (1714/1985), S. 85; ALBERT,H. (1987), S. 74f.

28) Eine weitere Unterbestimmtheit führt ABEL,D. (1990), S. 8f., an. Er unterscheidet zwischen einer starken und einer schwachen Schaltregel. Eine starke Schaltregel berücksichtigt in ihrer Schaltvoraussetzung die Markenkapazitäten von Stellen. Eine schwache Schaltregel läßt dagegen alle Markenkapazitäten unberücksichtigt. Der Verf. möchte dieser Differenzierung jedoch nicht folgen. Denn das Petrinetz-Konzept läßt keine echte Wahlmöglichkeit zwischen starker und schwacher Schaltregel offen. Dies folgt aus einer einfachen Fallunterscheidung: Entweder besitzt ein Stelle/Transition-Netz mindestens eine Stelle mit einer beschränkten Markenkapazität. Dann ist nur eine starke Schaltregel zulässig. Oder alle Stellen eines Stelle/Transition-Netzes weisen unbeschränkte Markenkapazitäten auf. Solche unbeschränkte Markenkapazitäten können sich grundsätzlich nicht auf das Schaltverhalten einer Transition auswirken. Daher ist es irrelevant, ob die unbeschränkte Markenkapazitäten in einer Schaltregel berücksichtigt werden. In diesem zweiten Fall spielt es also keine Rolle, ob entweder eine starke oder aber eine schwache Schaltregel verwendet wird. Daher besteht zwar eine Auswahl zwischen zwei Alternativen. Doch handelt es sich wegen Irrelevanz des Auswahlergebnisses um eine unechte Wahlmöglichkeit. Aus den beiden vorgenannten Fällen folgt: Zwischen starker und schwacher Schaltregel besteht entweder überhaupt keine oder aber nur eine unechte Auswahlmöglichkeit. Deshalb sieht der Verf. in diesen beiden Schaltregelvarianten keine beachtenswerte Unterbestimmtheit des Petrinetz-Konzepts.

29) In dieser Arbeit wird deutlich unterschieden zwischen objekt- und metasprachlichen Prädikaten. Dies entspricht der Differenzierung zwischen Objekt- und Metasprache, die bereits an früherer Stelle eingeführt wurde. Die objektsprachlichen Prädikate werden später als Bestandteile von Formelsystemen eingeführt, die Modellierungsobjekte als prädikatenlogische Objektmodelle abbilden. Diese objektsprachlichen Prädikate werden mit Kleinbuchstaben notiert, falls es sich um prädikatenlogische Formeln handelt. Prädikatssymbole besitzen die gleiche Notation bis auf die Ausnahme, daß sie durch genau einen Großbuchstaben eingeleitet werden. Metasprachliche Prädikate drücken dagegen Eigenschaften von oder Relationen in Netzen aus. Solche Netze werden später benutzt, um die objektsprachlichen Formelsysteme von prädikatenlogischen Objektmodellen auf äquivalente Netzmodelle abzubilden. Daher gehören Prädikate, die für objektsprachlich verfaßte Netzmodelle Eigenschaften oder Relationen konstatieren, jeweils der metasprachlichen Ebene an. Um sie deutlich von den objektsprachlichen Prädikaten abzuheben, werden sie in dieser Arbeit durchweg mit Großbuchstaben notiert. Da alle metasprachlichen Prädikatsnamen mindestens zwei Buchstaben umfassen, sind sie von den objektsprachlichen Formeln und Prädikatssymbolen eindeutig unterschieden.
Auf der metasprachlichen Ebene wird die Vereinfachung zugelassen, nicht zwischen prädikatenlogischen Formeln und Prädikatssymbolen zu differenzieren. Diese Unterscheidung gilt nur für die objektsprachliche Ebene. Daher wird vorerst bei der metasprachlichen Thematisierung von Netzeigenschaften und -relationen nur von "Prädikaten" gesprochen.

30) Diese Festlegung kann nicht streng begründet werden. Es handelt sich um eine konzeptionelle Basisentscheidung. Sie läßt sich allenfalls durch Plausibilitätsargumente motivieren. Bezüglich der Eingangsstellen geht der Verf. von der intuitiven Vorstellung aus, daß über die Eingangskanten einer Transition nur höchstens so viele Marken von der adjazenten Eingangsstelle schaltbedingt abfließen können, wie sich *vor* dem Schaltakt auf der Eingangsstelle befunden haben. Genau dies berücksichtigt der Ansatz von markenabziehenden Bruttoeffekten für alle Eingangsstellen. Wären dagegen für Eingangsstellen die schaltbedingten Nettoeffekte angesetzt worden, dann wäre die Markierung dieser Eingangsstellen um den schaltbedingten Markenzufluß erhöht worden, falls sie zugleich Ausgangsstellen derselben Transition sind. Dann könnte der kontraintuitive Fall eintreten, daß die Schaltvoraussetzung einer Transition erfüllt ist, obwohl sich auf einer ihrer Eingangsstellen unter der Referenzmarkierung *weniger* Marken befinden, als über die adjazente Eingangskante der Transition schaltbedingt abfließen würden. Das Markendefizit könnte durch den "vorweggenommenen" Markenzufluß ausgeglichen werden, falls die betrachtete Stelle zugleich eine Ausgangsstelle der geschalteten Transition darstellt. Aufgrund der Punktförmigkeit von Schaltakten ist dies logisch zulässig. Da solche vorweggenommenen Markenflüsse jedoch der Intuition des Alltagsverstands zuwiderlaufen, werden sie durch den Ansatz von Bruttoeffekten für alle Eingangsstellen von vornherein ausgeschlossen.
Auch für die Ausgangsstellen wählt der Verf. eine intuitive Rechtfertigungsperspektive. Ausgangspunkt ist jedoch diesmal nicht der Markenfluß, sondern die Markenkapazität. Die Markenkapazität ist diejenige Markenanzahl, die sich *nach* dem Schalten einer Transition auf jeder ihrer Ausgangsstellen maximal befinden darf. Der Schaltakt selbst wurde als ein punktförmiges Ereignis konzeptualisiert. Daher ist die Markenanzahl auf einer Ausgangsstelle "während" des Schaltens einer inzidenten Transition weder formal definiert noch intuitiv vorstellbar. Nach dem Schalten ist die Veränderung der Markenanzahl auf einer Ausgangsstelle dagegen durch den Nettoeffekt wohldefiniert. Falls die betrachtete Ausgangsstelle zugleich zum Vorbereich der Transition gehört, wird die Veränderung ihrer Markenanzahl auch durch den Nettoeffekt als kombinierter Markenzu- und -abfluß intuitiv verständlich festgelegt. Aus diesen Gründen wird für alle Ausgangsstellen einer Transition in der Schaltvoraussetzung jeweils der Nettoeffekt der stellenbezogenen Schaltwirkung berücksichtigt.
Die vorgetragenen Plausibilitätsargumente führen zu einer asymmetrischen Ausgestaltung der Schaltvoraussetzung von Transitionen: Für ihre Eingangsstellen werden Brutto-, für ihre Ausgangsstellen dagegen Nettoeffekte berücksichtigt. Grund dieser Asymmetrie ist der intuitiv unterschiedliche Zugang zu Markenflüssen und Markenkapazitäten.
Es hätte auch jede andere der drei alternativen Definitionsmöglichkeiten für die Schaltvoraussetzung von Transitionen ausgewählt werden können. Hierfür sieht der Verf. jedoch - bis auf eine u.a. Ausnahme - keine überzeugenden Plausibilitätsargumente. Denn in der Netzliteratur wird die Problematik unterschiedlicher Definitionen für die Schaltvoraussetzung kaum thematisiert. Überzeugende Versuche, die jeweils benutzten Definitionen zu rechtfertigen, hat der Verf. bislang nicht vorgefunden.
Dies gilt allerdings nicht für BEST,E. (1985e), S. 11f. Er definiert die Schaltvoraussetzung in symmetrischer Weise, indem sowohl für alle Ein- als auch für alle Ausgangsstellen einer Transition jeweils die Bruttoeffekte der stellenbezogenen Schaltwirkungen berücksichtigt werden. Dieser Ansatz wird mit dem symmetrischen Schaltverhalten von Stelle/Transition-Netzen begründet, das diese aufweisen, falls in ihnen die Operation des Rückwärtsschaltens von Transitionen angewendet wird. Rückwärtsschalten einer Transition führt zu einer Umkehrung der Richtung des Markenflusses, d.h. die Marken werden durch Schaltakte entgegengesetzt zur Richtung der Netzkanten bewegt. Vgl. zu dieser inversen Schaltoperation z.B. VON KLEIST-RETZOW (1991), S. 263 (nur angedeutet). Das Rückwärtsschalten von Transitionen erlangt aber im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Bedeutung. Damit besitzt das o.a. Symmetrieargument hier keine Plausibilitätskraft. Dem formalästhetischen Argument, symmetrische Definitionen seien "an sich" zu bevorzugen, vermag sich der Verf. hier nicht anzuschließen. Die Plausibilitätsargumente zugun-

sten einer asymmetrischen Definitionsweise, die oben dargelegt wurden, wiegen seiner Einschätzung nach zu schwer. Darüber hinaus ist das Rückwärtsschalten von Transitionen nur so lange wohldefiniert, wie Stelle/Transition-Netze betrachtet werden. In ausdrucksreicheren Höheren Netzen lassen sich dagegen Transitionen konstruieren, deren rückwärts gerichtetes Schalten nicht mehr eindeutig definiert werden kann. Ein anschauliches Beispiel dafür findet sich bei OBERWEIS (1988c), S. 5. Der Begriff "Höhere Netze" wird an späterer Stelle präzisiert.
Schließlich wird später aufgezeigt, daß ein gravierendes Problem entstünde, falls die alternative, von BEST präferierte Schaltvoraussetzung im Zusammenhang mit 1-Schleifen verwendet würde. Der Verf. möchte jedoch auf solche 1-Schleifen grundsätzlich nicht verzichten, weil sich mit ihrer Hilfe Nebenbedingungen repräsentieren lassen, die bei der Modellierung von Realproblemen stets eine Rolle spielen können. Daher läßt sich die Ausgrenzung von BEST's Definitionsalternative auch in finaler Weise rechtfertigen: Die Alternative hätte die unerwünschte Folge, eine Reduzierung der Modellierungsfähigkeit von Stelle/Transition-Netzen im Hinblick auf Nebenbedingungen akzeptieren zu müssen. Die vom Verf. präferierte asymmetrische Definition der Schaltvoraussetzung bewahrt dagegen eben diese Modellierungsfähigkeit. Folglich wird die asymmetrische Definitionsweise in dieser Arbeit vorgezogen.

31) Bei Synthetischen Netzen sorgt die spezielle Konstruktionsweise des Übergangsschemas dafür, daß die o.a. Variante der Schaltvoraussetzung eingehalten wird: In den Inklusionstests wird für alle Eingangsstellen der markenabziehende Bruttoeffekt berücksichtigt. Die Aufeinanderfolge von Entfernungs- und Ergänzungsanweisung in der Schaltprozedur gewährleistet dagegen, daß für alle Ausgangsstellen der markenablegende Nettoeffekt angesetzt wird.

32) Vgl. zu dieser Ausprägung der Aktivierungsbedingung BEST,E. (1985e), S. 12 (allerdings distanziert).
Eine alternative Formulierung der Aktivierungsbedingung vertreten z.B. BEST,E. (1985e), S. 11f., und PAGNONI (1990), S. 136: Für die Aktivierung einer Transition t_n unter der Markierung M_r müssen alle benachbarten Stellen s_m die Bedingung $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m)-W(t_n,s_m)$ erfüllen. Mit dieser Formulierungsalternative, die ausschließlich auf Bruttoeffekte Bezug nimmt, hat sich der Verf. bereits in einer früheren Anmerkung auseinandergesetzt.

33) Dies ist eine immanente Konsequenz des Petrinetz-Konzepts: Die Schaltvoraussetzung wurde oben als eine zweifache Einschränkung definiert, die verhindert, daß durch den schaltbedingten Markenfluß eine unzulässige Netzmarkierung hervorgerufen wird. Der Markenfluß, der vom Schaltakt der Transition t_n bewirkt wird, wurde in lokaler Weise so festgelegt, daß von ihm nur die benachbarten Stellen s_m einer Transition betroffen sind. Folglich kann der Ausschluß unzulässiger Netzmarkierungen durch die Schaltvoraussetzung auch nur lokalen Charakter besitzen.

34) Es werden im folgenden mehrere Notationsweisen der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t entwickelt. Zwecks eindeutiger Identifizierung werden sie durch eine zweite Indexkomponente "i" als Funktionen $SR_{t.i}$ voneinander unterschieden.

35) Eine Veränderung der Markenanzahlen auf benachbarten Stellen muß aber nicht erfolgen. Denn die Markenanzahl bleibt konstant, wenn in der Fallunterscheidung für die Schaltwirkung von Transitionen die dritte Alternative betrachtet wird.

36) Für alle nicht-benachbarten Stellen s_m wird durch $M_f(s_m)=M_r(s_m)$ jede Veränderung der Markenanzahlen ausgeschlossen.

37) Unter Äquivalenz zweier Notationen wird hier verstanden, daß zwei Bedingungen erfüllt sind: Erstens ist die Schaltvoraussetzung einer Transition t_n unter einer Referenzmarkierung M_r in der ersten Notation genau dann erfüllt, wenn das Gleiche für die zweite Notation gilt. Zweitens besitzt die Transition t_n, deren Schaltvoraussetzung unter einer Markierung M_r erfüllt ist, in der ersten Notation die Folgemarkierung M_f als Schaltwirkung genau dann, wenn Gleiches im Rahmen der zweiten Notation gilt.
Äquivalente Notationen sind für das Schalten von Transitionen bedeutungslos, weil sie dieselben Schaltakte jeweils nur formal anders darstellen. Daher wird im Falle von Notationsalternativen auch nicht von der Unterbestimmtheit eines Konzepts gesprochen. Denn in der Regel läßt sich jedes Konzept in formal variierenden, aber materiell äquivalenten Notationen repräsentieren. Dagegen waren die oben behandelten alternativen Definitionsmöglichkeiten für die Schaltvoraussetzung von Transitionen materiell nicht äquivalent. Die Erfüllung einer Schaltvoraussetzung kann durchaus davon abhängen, ob jeweils Brutto- oder Nettoeffekte zugrundegelegt werden. Ein Beispiel für einen solchen materiellen Unterschied wurde bereits in einer früheren Anmerkung angesprochen: das Schaltverhalten von 1-Schleifen.

38) Die Alternativenpräsentation ist in dieser Arbeit keineswegs vollständig. Beispielsweise lassen sich durch Alternativenkombination weitere Notationsweisen erzeugen. Wegen der Äquivalenz der Notationsalternativen sieht der Verf. aber keinen Erkenntniswert darin, den gesamten Raum denkmöglicher Alternativen zu erforschen.

39) Implizit ist sie jedoch weiterhin im lokal definierten Aktivierungsprädikat enthalten.

40) Falls beide Knotenpaare keine Elemente der Flußrelation darstellen, gilt aufgrund der nachfolgenden Koeffizientendefinition: $c_{m.n}=0\text{-}0=0$. Dies stimmt mit der Lokalität der Schaltregel überein, der zufolge eine schaltende Transition die Markierung von nicht-benachbarten Stellen nicht verändert.

41) Bei Verwendung der ursprünglichen Gewichtsfunktion W* hätte dagegen in formal aufwendigerer Weise definiert werden müssen:

$$c_{m.n} = \begin{cases} -W^*(s_m,t_n); & \text{sofern } (s_m,t_n)\in F \wedge (t_n,s_m)\notin F \\ W^*(t_n,s_m) - W^*(s_m,t_n); & \text{sofern } (s_m,t_n)\in F \wedge (t_n,s_m)\in F \\ 0; & \text{sofern } (s_m,t_n)\notin F \wedge (t_n,s_m)\notin F \\ W^*(t_n,s_m); & \text{sofern } (s_m,t_n)\notin F \wedge (t_n,s_m)\in F \end{cases}$$

42) Darauf wird vor allem zurückgegriffen, wenn spezielle Netzeigenschaften - die Netzinvarianten - untersucht werden. Auf solche Invariantenanalysen wird später ausführlich zurückgekommen. Dabei wird allerdings auch aufgezeigt, daß die Analysen unter erheblichen Defekten leiden. Sie werden im wesentlichen dadurch verursacht, daß aus der o.a. Schaltregel-Funktion $SR_{t.5}$ das Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ ausgeblendet, also von einer unvollständigen Funktionsdeklaration ausgegangen wird.

43) Die Koeffizienten $c_{m.n}$ lassen sich auch dann nicht mehr verwenden, wenn gespaltene Kantengewichte wie in Numerischen Netzen verwendet werden. Allerdings könnte dann zu analog aufgespaltenen Koeffizienten übergegangen werden.

44) Gemeint sind damit alle Kantengewichte, deren teilevaluierten Formeln sich in ihren Argumenten auf die nichtnumerischen formalen Objektmengen "STRING" oder "SYMBOL" erstrecken; vgl. dazu die Definition von Kantengewichten für Synthetische Netze.

45) Dennoch wurde sie hier aus zwei Gründen eingeführt. Einerseits sollte der Variantenreichtum für die Formulierung von Schaltregel-Funktionen ausgelotet werden. Andererseits wird später in Sonderfällen der Inzidenzmatrixbezug von Schaltregel-Funktionen benötigt; vgl. dazu die Ausführungen zur Invariantenanalyse.

46) Denn dort wird nur auf die Kantengewichte $W(kn_x,kn_y)$ Bezug genommen, ohne für sie einen speziellen formalen Charakter zu unterstellen.

47) Beispielsweise mag eine Argumentationssituation dadurch gekennzeichnet sein, möglichst kompakte Definitionen von Netzkonstrukten anzubieten. Dies ist z.B. für die Vervollständigung der formalen Netzdefinition der Fall. Daher wird dort eine entsprechend kompakte Notation der Schaltregel bevorzugt.
Statt dessen kann das Argumentationsziel aber auch darin bestehen, einen zunächst natürlichsprachlich umschriebenen Sachverhalt in eine möglichst "natürliche" formalsprachliche Definition umzusetzen. Dabei wird die intendierte Definition als "natürlich" beurteilt, wenn es gelingt, in der natürlichsprachlichen Umschreibung und in der formalsprachlichen Definition Komponenten zu identifizieren, die sich wechselseitig entsprechen und alle "wesentlichen" Aspekte des natürlichsprachlich umschriebenen Sachverhalts abdecken. Dieser Fall lag vor, als aus der natürlichsprachlichen Charakterisierung von Schaltvoraussetzung und Schaltwirkung die formalsprachliche Definition der Schaltregel-Funktion SR_t entwickelt wurde. Für die Funktionsdefinition wurde die "natürliche" Notation $SR_{t.1}$ gewählt. Denn mit Schaltvoraussetzung und Schaltwirkung korrespondieren als formale Definitionskomponenten das Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ bzw. die Abbildungsvorschrift $SR_{t.1}(M_r,t_n)=M_f$. Darüber hinaus läßt sich die dritte "wesentliche" Komponente der natürlichsprachlichen Umschreibung von Schaltakten - ihre Lokalität - in der formalen Funktionsdefinition eindeutig als Nachbarschaft $NA(t_n)$ der Transition t_n identifizieren. Diese Nachbarschaft determiniert die Struktur sowohl des Aktivierungsprädikats als auch der Abbildungsvorschrift.

48) Eine Familie aus K Komponenten mit $K\in \mathcal{N}_+$ stellt ein K-Tupel aus eben diesen Komponenten dar. Die Komponenten heißen auch Mitglieder der Familie. Es besteht kein grundsätzlicher Unterschied zwischen Familien und Tupeln. Der formalsprachliche Familienbegriff wird jedoch bevorzugt, wenn gilt: Einerseits sind alle K Komponenten der Familie in der gleichen Weise definiert (homogene Familienmitglieder). Andererseits liegt der Familie eine K-elementige Menge aus indizierten formalen Objekten so zugrunde, daß jedem Element aus dieser Menge eine Komponente der Familie in eineindeutiger Weise entspricht. Dann lassen sich die Komponenten aus der Familie entsprechend zu den Elementen aus der zugrundeliegenden Menge indizieren und durch ein generisches indiziertes Familienmitglied repräsentieren. Familien unterscheiden sich jedoch deutlich von Mengen. Bei Mengen wird die paarweise Verschiedenheit ihrer Elemente gefordert, während sich die Mitglieder einer Familie nicht zu unterscheiden brauchen. Daher werden in dieser Arbeit Familien benutzt, um Komponenten zu einer Einheit zusammenzufassen, falls die paarweise Komponentenverschiedenheit nicht gesichert ist. Dies wird beim später vorgestellten Signaturkonzept häufig der Fall sein.

49) $(M_r(s_m):s_m \in NA(t_n))$ und $(M_f(s_m):s_m \in NA(t_n))$ sind die Familien der Markenanzahlen $M_r(s_m)$ bzw. $M_f(s_m)$, die durch die Referenzmarkierung M_r bzw. die Folgemarkierung M_f den Stellen s_m aus der Nachbarschaft der Transition t_n zugeordnet werden.

50) Dennoch erfüllen die transitionsspezifischen Schaltregel-Funktionen SR_n zwei Funktionen. Erstens erlauben sie, in symmetrischer Weise nicht nur die stellenartigen, sondern auch die transitionsartigen Knoten aus der graphischen Repräsentation eines Stelle/Transition-Netzes zu beschriften. Zweitens bilden die Funktionen SR_n einen formalen Anknüpfungspunkt, auf den sich die später eingeführten transitionsspezifischen Schaltregeln von Synthetischen Netzen beziehen lassen.

3.3.2.1.1.2 Konsequenzen der Schaltregeldefinition

3.3.2.1.1.2.1 Betrachtung einzelner Transitionen

Stelle/Transition-Netze besitzen eine dynamische Struktur, die sich durch eine inhärente Zulässigkeitsgarantie auszeichnet. Dies folgt aus der Integritätsbedingung IB_0 für die Ausgangsmarkierung eines Stelle/Transition-Netzes und aus der Definition der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t.

Die Zulässigkeit der Ausgangsmarkierung M_0 wird durch die Markierungsbedingung IB_0 sichergestellt. Die Schaltvoraussetzung aller Transitionen wurde dadurch allgemein charakterisiert, den schaltbedingten Übergang von zulässigen zu unzulässigen Netzmarkierungen zu verhindern. Gleiches gilt a fortiori für ihre Konkretisierung in Gestalt der Aktivierungsbedingung. Schließlich darf die partiell definierte Schaltregel-Funktion SR_t nur dann angewendet werden, wenn ihre Aktivierungsbedingung erfüllt ist. Daraus folgt: Durch zulässige Applikationen der Schaltregel-Funktion können aus zulässigen Markierungen M_r immer nur ebenso zulässige Folgemarkierungen M_f hervorgebracht werden[1]. Daher stellt der Verbund aus Markierungsbedingung IB_0 und Schaltregel SR_t sicher, daß in Stelle/Transition-Netzen von der Ausgangsmarkierung aus durch sukzessives Anwenden der Schaltregel *per constructionem* immer nur zulässige Netzmarkierungen erreicht werden können[2].

Allerdings wäre die Aktivierungsbedingung einer Transition t_n niemals erfüllt, falls sich in ihrer Nachbarschaft mindestens eine Stelle s_m befände, auf der das Schalten der Transition t_n stets mehr Marken ablegen würde, als durch die Markenkapazität $K(s_m)$ dieser Stelle maximal[3] zulässig wäre. Die Aktivierungsbedingung wäre also immer verletzt, falls für den Bruttoeffekt[4] des Schaltens der Transition t_n gelten würde[5]:

$$W(t_n,s_m) > K(s_m)$$

Um diesen Fall von vornherein auszuschließen[6], wird eine zusätzliche Integritätsbedingung eingeführt. Diese Gewichtungsbedingung $IB_{G.1}$ fordert für jedes Stelle/Transition-Netz:

$$\forall(s_m \in S)\ \forall(t_n \in T):\ W(t_n,s_m) \leq K(s_m)$$

Die Aktivierungsbedingung einer Transition t_n wäre ebenso niemals erfüllt, wenn sich in ihrer Nachbarschaft eine Stelle s_m befände, von der bei jedem Schalten der Transition brutto mehr Marken abfließen müßten, als sich auf der Stelle s_m aufgrund ihrer Markenkapazität jemals befinden könnten[7]. Die Aktivierungsbedingung würde daher immer verletzt sein, falls in einem Stelle/Transition-Netz zulässig wäre[8]:

$$W(s_m,t_n) > K(s_m)$$

Um auch diesen Fall zu verbieten[9], wird eine zweite Gewichtungsbedingung $IB_{G.2}$ formuliert:

$$\forall(s_m \in S)\ \forall(t_n \in T):\ W(s_m,t_n) \leq K(s_m)$$

Die beiden komplementären Gewichtungsbedingungen $IB_{G.1}$ und $IB_{G.2}$ werden zu einer gemeinsamen Integritätsbedingung IB_G zusammengefaßt. Hierfür gilt[10]:

$$\forall(s_m \in S)\ \forall(t_n \in T):\ W(t_n,s_m) \leq K(s_m) \geq W(s_m,t_n)$$

Ein Schaltregel-Problem sui generis werfen die 1-Schleifen auf. Sie wurden bereits früher als spezielle Konstrukte von Allgemeinen Netzen eingeführt. Die Einbettung einer Transition t_n und einer Stelle s_m in eine solche 1-Schleife bedeutet, daß die nominale Markenkapazität $K(s_m)$ der Stelle s_m auf die effektive Markenkapazität $K_{eff}(s_m)=K(s_m)+W(s_m,t_n)$ erhöht. Denn jedes Schalten der Transition t_n zieht $W(s_m,t_n)$ Marken von der Stelle s_m ab, so daß auf dieser Stelle uno actu maximal[11)] $K(s_m)+W(s_m,t_n)$ Marken abgelegt werden können[12)].

Von 1-Schleifen i.w.S. wird gesprochen, wenn die Gewichte $W(s_m,t_n)$ und $W(t_n,s_m)$ der beiden Kanten (s_m,t_n) bzw. (t_n,s_m) und die Markenkapazität $K(s_m)$ der Stelle s_m keinen besonderen Restriktionen unterliegen. Eine 1-Schleife i.e.S. liegt dagegen vor, wenn beide Kanten gleichgewichtet sind. Dann existiert eine Konstante $c \in \mathcal{N}_+$, für die gilt: $W(s_m,t_n)=W(t_n,s_m)=c$. Zusätzlich muß die Markenkapazität der Stelle s_m mit dem Kantengewicht übereinstimmen[13)]: $K(s_m)=c$. Als Standard-1-Schleife wird eine 1-Schleife i.e.S. mit $K(s_m)=c=1$ bezeichnet[14)]. Sie wird fortan auch kurz als 1-Schleife angesprochen, wenn aus dem Argumentationskontext ersichtlich ist, daß der Standardfall c=1 zugrundeliegt.

Eine Standard-1-Schleife bedeutet materiell die Existenz einer Nebenbedingung für die zugehörige Transition t_n[15)]. Dabei wird die schleifenzugehörigen Nebenbedingung genau dann als (un)erfüllt betrachtet, wenn sich auf der Stelle s_m aus der 1-Schleife unter der aktuellen Netzmarkierung M_r (k)eine Marke befindet[16)]. Die Transition t_n, die in eine solche Schleife eingebunden ist, kann unter einer Markierung M_r nur dann aktiviert sein, wenn die Stelle s_m die charakteristische Markenanzahl $M_r(s_m)=1$ trägt. Dies entspricht der Erfüllung der betrachteten Nebenbedingung. Des weiteren wird das Erfülltsein der Nebenbedingung - d.h. die Markierung $M(s_m)=1$ - nicht beeinflußt, falls die derart aktivierte Transition t_n tatsächlich schaltet[17)]. Denn von der Stelle s_m werden während ihres Schaltakts $W(s_m,t_n)=1$ Marken abgezogen und uno actu auch wieder $W(t_n,s_m)=1$ Marken abgelegt. Falls dagegen die Nebenbedingung wegen $M_r(s_m)=0$ nicht erfüllt ist, ist die Transition t_n aus der 1-Schleife auch nicht aktiviert. A fortiori kann die Transition auch nicht schalten. Folglich determiniert der aktuelle Erfüllungszustand der Nebenbedingung - d.h. die aktuelle Markierung $M_r(s_m)$ der betrachteten 1-Schleife - die Schaltmöglichkeit der Transition t_n.

Die Problematik[18)] von 1-Schleifen liegt im wesentlichen[19)] darin, daß ihre Funktion, das Schalten einer Transition t_n durch eine Nebenbedingung zu beeinflussen, von der jeweils zugrundegelegten Schaltregel abhängt. Diese Beeinflussungsfunktion besteht zumindest dann, wenn die Aktivierungsbedingung $AKT(t_n,M_r)$, die früher für Stelle/Transition-Netze eingeführt wurde, der Schaltregel zugrundegelegt wird. Es existieren in der Netzliteratur jedoch auch alternative Schaltregel-Spezifizierungen[20)], die zu einem fundamental abweichenden Ergebnis führen: Unter ihnen ist die Transition t_n aus einer 1-Schleife unter keiner einzigen Markierung aktiviert[21)]. Folglich kann die aktuelle Markierung der Stelle s_m aus der 1-Schleife auch nicht das Schalten der Transition t_n beeinflussen. Solche abweichenden Schaltregel-Versionen werden in dieser Arbeit fortan nicht mehr berücksichtigt.

Ein weiterer Aspekt von 1-Schleifen erstreckt sich auf die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen, die eine gemeinsame Eingangsstelle teilen: In einem solchen Konfliktfall hebt das Schalten jeder Transition die Aktivierung der jeweils anderen Transition nur dann nicht auf, wenn die jeweils geschaltete Transition mit ihrer konfliktverursachenden Eingangsstelle eine 1-Schleife bildet[22)]. Das Verständnis dieses besonderen Aktivierungsmodus setzt aber die Konzepte der konfliktionären und der nebenläufigen Aktivierung von Transitionen voraus, die erst im nächsten Kapitel entwickelt werden. Er wird daher hier nicht näher erörtert.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) In der o.a. Argumentation wird der Zulässigkeitsaspekt besonders herausgestellt. Sonst werden der Einfachheit halber Funktionsanwendungen und Netzmarkierungen immer als zulässig unterstellt, wenn ihre Zulässigkeit nicht explizit erwähnt wird.

2) Die Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \geq W(s_m,t_n)$ sowie die Vorschrift $M_f(s_m) = M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n)$ zur Berechnung des Schaltergebnisses für eine beliebige Stelle s_m und ein beliebiges Kantengewicht $W(t_n,s_m)$ mit $W(t_n,s_m) \in \mathcal{N}_0$ sorgen dafür, daß $M_f(s_m) \geq 0$ von allen Folgemarkierungen M_f für alle Stellen s_m eingehalten wird. Unzulässige negative Marken"anzahlen" werden also per constructionem verhindert. Denn es gilt für alle $s_m \in S$:

$$
\begin{array}{lll}
 & M_f(s_m) = M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) & \\
\Leftrightarrow & M_f(s_m) - W(t_n,s_m) + W(s_m,t_n) = M_r(s_m) // \; M_r(s_m) \geq W(s_m,t_n) & \\
\Rightarrow & M_f(s_m) - W(t_n,s_m) + W(s_m,t_n) \geq W(s_m,t_n) & \\
\Leftrightarrow & M_f(s_m) \geq W(t_n,s_m) & // \; W(t_n,s_m) \geq 0 \\
\Rightarrow & M_f(s_m) \geq 0 & \text{q.e.d.}
\end{array}
$$

Dagegen wird durch die Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$ und die bereits o.a. Vorschrift zur Berechnung des Schaltergebnisses für eine beliebige Stelle s_m sichergestellt, daß mit $M_f(s_m) \leq K(s_m)$ die Restriktionen der Markenkapazitäten eingehalten werden. Dies läßt sich zeigen durch:

$$
\begin{array}{lll}
 & M_f(s_m) = M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) & \\
\Leftrightarrow & M_f(s_m) - W(t_n,s_m) + W(s_m,t_n) = M_r(s_m) // \; M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m) & \\
\Rightarrow & M_f(s_m) - W(t_n,s_m) + W(s_m,t_n) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m) & \\
\Leftrightarrow & M_f(s_m) \leq K(s_m) & \text{q.e.d.}
\end{array}
$$

Beide Teilargumentationen zusammen liefern die Garantie, daß alle Folgemarkierungen M_f, die durch Anwenden der Schaltregel $SR_{t.2}$ aus zulässigen Referenzmarkierungen hervorgehen, mit $0 \leq M_f(s_m) \leq K(s_m)$ für alle Stellen $s_m \in S$ ebenso zulässig sind.

3) Die maximal zulässige Anzahl kann nur dann ausgeschöpft werden, wenn entweder auf der Stelle s_m vor dem Schalten der Transition t_n keine Marke gelegen hat oder wenn durch das Schalten der Transition t_n von der Stelle s_m uno actu alle Marken abgezogen werden, die sich dort vor dem Schalten der Transition t_n befunden haben.

4) Der Nettoeffekt spielt hier keine Rolle. Denn das Schalten der Transition t_n darf über eine eventuell vorhandene Kante (s_m,t_n) von der Stelle s_m uno actu niemals mehr Marken abziehen, als sich vor dem Schalten der Transition t_n auf dieser Stelle s_m bereits befunden haben. Dies wurde in einer früheren Anmerkung durch Plausibilitätsüberlegungen aufgezeigt. Ein solcher Markenabfluß kann die Markenkapazität $K(s_m)$ der Stelle s_m niemals effektiv erhöhen. Dies wäre erst dann der Fall, wenn "Markenabflüsse" über die Ausgangskanten von Stellen zugelassen würden, die größer sind als die Gewichte dieser Ausgangskanten. Dann wäre es vorstellbar, daß die Transition t_n auf der Stelle s_m über deren Eingangskante (t_n,s_m) mehr Marken ablegte, als die Markenkapazität $K(s_m)$ dieser Stelle angibt. Diese Denkmöglichkeit wurde zwar in der bereits angesprochenen Anmerkung erörtert, aber für die hier entfalteten Stelle/Transition-Netze ausgeschlossen.

5) In diesem Fall würde das Schalten der Transition t_n unter einer Markierung M_r notwendig zu einer unzulässigen Folgemarkierung M_f führen. Damit die Transition t_n überhaupt schalten kann, muß sie die Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \geq -W(s_m,t_n)$ erfüllen. Falls das Kantengewicht $W(t_n,s_m) > K(s_m)$ erlaubt wäre, würde daraus folgen:

$$
\begin{array}{lll}
 & M_f(s_m) = M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) // \; W(t_n,s_m) > K(s_m) & \\
\Rightarrow & M_f(s_m) > M_r(s_m) + K(s_m) - W(s_m,t_n) & // \; M_r(s_m) - W(s_m,t_n) \geq 0 \\
\Rightarrow & M_f(s_m) > K(s_m) &
\end{array}
$$

Das Resultat $M_f(s_m) > K(s_m)$ widerspricht der Anforderung $M_f(s_m) \leq K(s_m)$, die alle zulässigen Netzmarkierungen M_f erfüllen müssen. Zugleich wird hierdurch die Aktivierungsbedingung der Transition t_n auf jeden Fall verletzt. Denn es gilt:

$$M_f(s_m) > K(s_m) \qquad // \; M_f(s_m) = M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n)$$
$$\Leftrightarrow \quad M_r(s_m) + W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) > K(s_m)$$
$$\Leftrightarrow \quad M_r(s_m) > K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$$

Dies widerspricht jedoch der zweiten Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$; q.e.d.

6) Erfolgte dieser Ausschluß nicht, könnten Stelle/Transition-Netze definiert werden, die "strukturell tote" Transitionen enthalten. Darunter werden Transitionen verstanden, deren Aktivierungsbedingungen $AKT(t_n,M_r)$ unter allen denkmöglichen Netzmarkierungen M_r verletzt sind, weil die Gewichte der Ein- und Ausgangskanten dieser Transitionen deren Aktivierung a priori ("strukturell") ausschließen. Vgl. dazu auch die Definition "toter" Transitionen, die an späterer Stelle erfolgen. Transitionen, die so definiert werden, daß sie grundsätzlich niemals aktiviert sind und a fortiori auch niemals schalten können, widersprechen jedoch der materiellen Bedeutung dieser Netzkomponenten: Transitionen wurden als *aktive* Netzbestandteile charakterisiert, die durch ihre *Schalten* die Markierungen von Stelle/Transition-Netzen verändern *können*. Aufgrund dieses Widerspruchs wird die Definitionsmöglichkeit strukturell toter Transitionen durch die oben vorgestellte Integritätsbedingung verhindert.

7) Es gelten wiederum die Argumente, die bereits an früherer Stelle zugunsten der Bruttoeffektbetrachtung angeführt wurden.

8) Eine notwendige Bedingung für die Aktivierung der Transition t_n kann unter der Markierung M_r ist, daß die Transition zumindest die Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \geq -W(s_m,t_n)$ erfüllt. Falls das Kantengewicht $W(s_m,t_n) > K(s_m)$ erlaubt würde, ergäbe sich unmittelbar $M_r(s_m) > K(s_m)$. Dies widerspricht jedoch der Anforderung $M_r(s_m) \leq K(s_m)$, die alle zulässigen Netzmarkierungen M_r erfüllen müssen. Umgekehrt ist die Aktivierungsbedingung der Transition t_n für jede zulässige Netzmarkierung M_r verletzt. Denn für eine solche Markierung mit $M_r(s_m) \leq K(s_m)$ gilt bei einem Kantengewicht $W(s_m,t_n) > K(s_m)$:

$$(M_r(s_m) \leq K(s_m) \wedge K(s_m) < W(s_m,t_n))$$
$$\Rightarrow \quad M_r(s_m) < W(s_m,t_n)$$

Dies widerspricht aber der ersten Aktivierungsteilbedingung $M_r(s_m) \geq W(s_m,t_n)$; q.e.d.

9) Dieser Fall würde wiederum eine "strukturell tote" Transition bedeuten, da die Transition t_n per constructionem niemals aktiviert wäre. Mit der gleichen Argumentation, die bereits in einer früheren Anmerkung vorgetragen wurde, schließt der Verf. diesen Fall für Stelle/Transition-Netze aus.

10) Jede Stelle s_m, die *keine* Ein- oder keine Ausgangsstelle der Transition t_n ist, besitzt das Kantengewicht $W(s_m,t_n)=0$ bzw. $W(t_n,s_m)=0$. Da die Kapazität $K(s_m)$ jeder Stelle s_m per definitionem $K(s_m)>0$ erfüllt, gelten die Bedingungen $W(s_m,t_n) < K(s_m)$ bzw. $K(s_m) > W(t_n,s_m)$ für die vorgenannten Nichtein- bzw. Nichtausgangsstellen auf jeden Fall. Daher läßt sich die Gewichtungsbedingung auch äquivalent dadurch ausdrücken, daß nur noch auf die Ein- bzw. Ausgangsstellen Bezug genommen wird:

$$\forall(t_n \in T): \; (s_m \in VB(t_n) \rightarrow W(s_m,t_n) \leq K(s_m)) \; \wedge \; (s_m \in NB(t_n) \rightarrow W(t_n,s_m) \leq K(s_m))$$

Es wurde die Option ausgegrenzt, "Markenabflüsse" über die Ausgangskanten von Stellen zuzulassen, die größer sind als die Gewichte dieser Ausgangskanten. Falls diese formal mögliche Gestaltung des Schaltverhaltens von Transitionen dennoch gewählt werden sollte, müßte die Gewichtungsbedingung IB_G komplexer formuliert werden. Statt dessen müßte gelten:

$$\forall(s_m \in S) \; \forall(t_n \in T): \; W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) \leq K(s_m) \geq W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)$$

oder in bezug auf benachbarte Stellen:

$$\forall(t_n \in T): \; (s_m \in VB(t_n) \rightarrow W(s_m,t_n) \leq K(s_m) + W(t_n,s_m)) \; \wedge \; (s_m \in NB(t_n) \rightarrow W(t_n,s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n))$$

Diese Gewichtungsbedingung würde sich jedoch nicht mit der Aktivierungsbedingung $AKT(t_n,M_r)$ vertragen. (Sie stimmte dagegen mit jener alternativen Bedingungsformulierung $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) - W(t_n,s_m)$ überein, die in einer früheren Anmerkung angesprochen wurde.) Denn sie ließe Kantengewichte zu, die zu strukturell toten Transitionen führen würden. Dies widerspräche aber der finalen Definition der Gewichtungsbedingung, eben solche Transitionen von vornherein zu verhindern. Die Existenzmöglichkeit strukturell toter Transitionen läßt sich aufzeigen, indem die Definition des Aktivierungsprädikats $AKT(t_n,M_r)$ wie folgt umgeformt wird:

$$\mathrm{AKT}(t_n,M_r)$$
$$\Leftrightarrow\quad (\forall (s_m \in NA(t_n)) \colon W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m)) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m))$$
$$\Rightarrow\quad (\forall (s_m \in NA(t_n)) \colon W(s_m,t_n) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m)) \qquad // - W(s_m,t_n)$$
$$\Rightarrow\quad (\forall (s_m \in NA(t_n)) \colon 0 \leq K(s_m) - W(t_n,s_m)) \qquad // + W(t_n,s_m))$$
$$\Rightarrow\quad (\forall (s_m \in NA(t_n)) \colon W(t_n,s_m) \leq K(s_m))$$

Betrachtet sei beispielsweise eine 1-Schleife, die $W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) \leq K(s_m)$ und $W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m) \leq K(s_m)$ erfüllt, für die aber auch $W(t_n,s_m) > K(s_m)$ gilt. Letztes ist durchaus möglich, weil aus $W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n) \leq K(s_m)$ lediglich $W(t_n,s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_n)$ folgt. Eine solche 1-Schleife genügt den beiden Teilbedingungen der o.a. komplexeren Gewichtungsbedingung unmittelbar. Ebenso unmittelbar verletzt sie wegen $W(t_n,s_m) > K(s_m)$ aber auch die Bedingung $W(t_n,s_m) \leq K(s_m)$, die aufgrund des o.a. Aktivierungsprädikats von jeder aktivierten Transition notwendig erfüllt sein muß. Folglich kann die Transition im Sinne dieses Aktivierungsprädikats niemals aktiviert sein. Daher stellt die betrachtete 1-Schleife ein Teilnetz dar, das die komplexere Gewichtungsbedingung zwar einhält, aber dennoch eine strukturell tote Transition umfaßt; q.e.d.

11) Das Maximum läßt sich nur realisieren, falls die Transition t_n unter einer Referenzmarkierung M_r geschaltet wird, für die $M_r(s_m)=0$ gilt.

12) Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung der o.a. Aktivierungsbedingung $\mathrm{AKT}(t_n,M_r)$.

13) Die denkmögliche Konstellation $W(s_m,t_n) = W(t_n,s_m) = c$, aber $K(s_m) \neq c$, wird hier nicht weiter betrachtet. Sie ist für die Formulierung von 1-Schleifen unüblich. Ihre Berücksichtigung würde keine zusätzlichen Erkenntnisse liefern, sondern nur die Erkenntnisformulierung komplizieren.

14) Fortan wird unter einer 1-Schleife - wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt - stets eine solche 1-Schleife i.e.S. mit $K(s_m)=1$ verstanden.

15) Gleiches gilt für jede 1-Schleife i.e.S. Der Übersichtlichkeit halber wird hier aber nur der Standardfall c=1 thematisiert. Vgl. zum Nebenbedingungscharakter von (Standard-)1-Schleifen FEHLING (1990b), S. 1.

16) Die Interpretation von Stellenmarkierungen durch das Erfülltsein oder Nichterfülltsein von Bedingungen wird später durch die prädikatenlogische Interpretation von Synthetischen Netzen präzisiert und auf die Bekanntheit bzw. Unbekanntheit der Gültigkeit von prädikatenlogischen Formeln verallgemeinert.

17) Vgl. z.B. CROWLEY (1975), S. 184; LEINWAND (1980), S. 165.

18) Vgl. zur Problematisierung von Nebenbedingungen und ihrer Repräsentation durch 1-Schleifen CROWLEY (1975), S. 184; PETRI,C. (1977a), S. 157, der darauf hinweist, daß Nebenbedingungen in Bedingung/Ereignis-Netzen nicht sinnvoll interpretiert werden könnten; COX,L. (1978), S. 905, der sogar behauptet, bedingte Ereignisse ließen sich mit Petrinetzen überhaupt nicht modellieren; LEINWAND (1980), S. 163; GENRICH (1980c), S. 720, der es als einen Vorzug von Bedingung/Ereignis-Netzen betrachtet, in ihnen auf die Erfassung von Nebenbedingungen grundsätzlich zu verzichten.

19) Auf ein weiteres Problem von 1-Schleifen weist HACK,M. (1975a), S. 37, hin: Er betrachtet eine Transition, die in einer 1-Schleife enthalten ist und mit einer anderen Transition eine gemeinsame Eingangsstelle teilt. Ob das Schalten der ersten Transition die Aktivierung der zweiten Transition zu beeinflussen vermag, hängt davon ab, ob das Transitionsschalten als ein punktförmiger Akt behandelt wird. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die zweite Transition desaktiviert, nachdem die erste Transition die Marke(n) von ihrer Eingangsstelle zwar bereits abgezogen, aber noch nicht über ihrer 1-Schleife wieder zurückgelegt hat. Diese Zweideutigkeit des Schaltverhaltens wird in dieser Arbeit dadurch ausgeschlossen, daß das Schalten von Transitionen grundsätzlich als ein punktförmiges Ereignis definiert wird.

20) Gemeint ist hiermit vor allem die alternative Aktivierungsbedingung $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) - W(t_n,s_m)$, die in einer früheren Anmerkung erwähnt wurde und bereits in einer der voranstehenden Anmerkungen eine Rolle spielte.

21) Betrachtet wird die alternative Aktivierungsbedingung, die in der voranstehenden Anmerkung genannt wurde. Falls sie vorausgesetzt wird, kann die Transition t_n, die in einer 1-Schleife i.e.S. enthalten ist, niemals aktiviert sein. Denn für solche Schleifen gilt $W(s_m,t_n) = W(t_n,s_m) = K(s_m) = c$. Daher trifft notwendig $K(s_m) - W(t_n,s_m) = 0$ zu. Zugleich gilt für jede 1-Schleife wegen $c \in \mathcal{N}_+$ und $W(s_m,t_n)=c$ aber auch $W(s_m,t_n)>0$. Folglich müßte die Markierung $M_r(s_m)$ der Stelle s_m sowohl größer als 0 für den Fall $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m)$ als auch (kleiner oder) gleich 0 für den Fall $M_r(s_m) \leq K(s_m) - W(t_n,s_m)$ sein, um den linken bzw. rechten Teil der Aktivierungsbedingung $W(s_m,t_n) \leq M_r(s_m) \leq K(s_m) - W(t_n,s_m)$ erfüllen zu können. Dies ist jedoch logisch ausgeschlossen; q.e.d.
Dies bedeutet insbesondere für Standard-1-Schleifen mit $W(s_m,t_n) = W(t_n,s_m) = K(s_m) = 1$, daß ihre Transitionen t_n unter der Markierung $M_r(s_m)=1$ - ebenso wie unter der Markierung $M_r(s_m)=0$ - für die Stelle s_m niemals aktiviert sein

können. Daher wären solche Transitionen "strukturell tot". Strukturell tote Transitionen wurden jedoch aus dem Konzept der Stelle/Transition-Netze ausgeschlossen, weil sie der materiellen Bedeutung von Transitionen in Netzen widersprechen. Diesen Ausschluß würde die o.a. alternative Aktivierungsbedingung verletzen, sobald eine 1-Schleife i.e.S. existierte. Um eine solche Integritätsverletzung zu verhindern, wurde die alternative Aktivierungsbedingung vom Verf. nicht zugelassen.
Die Problematik von strukturell toten Transitionen aus 1-Schleifen (i.e.S.) wird z.B. beim petrinetzgestützten Modell-Editor "PetriLab" deutlich. Dort wird anscheinend die o.a. alternative Aktivierungsbedingung verwendet. Denn in "PetriLab" erweisen sich alle Transitionen von vornherein als tot, wenn sie an 1-Schleifen beteiligt sind, deren zugehörigen Stellen s_m endliche Markenkapazitäten $K(s_m)$ mit $K(s_m)=c$ und $c \in \mathcal{N}_+$ besitzen. Vgl. dazu FEHLING (1990b), S. 1, Anmk. 2 i.V.m. S. 6f. (Dies gilt auch für Nicht-Standardschleifen mit c>1; vgl. das Beispiel 1.2 auf S. 6f.).

22) Vgl. HACK,M. (1975a), S. 37.

3.3.2.1.1.2.2 Betrachtung mehrerer Transitionen

3.3.2.1.1.2.2.1 Schaltfolgen

Bisher wurde nur das Schalten einer einzelnen Transition betrachtet. Dieser Ansatz wird durch das Konzept der Schaltfolgen ausgeweitet. Dabei werden Transitionen betrachtet, deren Aktivierungen sich jeweils auf *verschiedene* Referenzmarkierungen beziehen. Auf den anderen denkmöglichen Fall, Transitionsgruppen zu untersuchen, deren Mitglieder jeweils unter derselben Referenzmarkierung aktiviert sind, wird dagegen im nächsten Kapitel eingegangen.

Eine Schaltfolge SF_L der Länge L ist ein geordnetes L-Tupel mit $L \in \mathcal{N}_0$, das aus L Schaltakten von Transitionen $t_n \in T$ besteht. Diese Transitionen brauchen nicht notwendig verschieden zu sein. Vielmehr können von jeder Transition kein oder ein Schaltakt, ebenso aber auch mehrere, aber höchstens endlich viele[1] Schaltakte enthalten sein. Mit L=0 wird auch der Extremfall einer Nullschaltfolge $SF_0 = () = \varnothing$ zugelassen, in der überhaupt kein Schaltakt stattfindet[2]. Schaltfolgen SF_L, die wegen L=1 jeweils aus genau einem Schaltakt einer Transition bestehen, werden als degenerierte Schaltfolgen bezeichnet. Alle anderen Schaltfolgen SF_L mit $L \geq 2$ heißen dagegen nicht-degeneriert. Für jede Schaltfolge SF_L mit $L \in \mathcal{N}_0$ und T^* als freiem Monoid[3] über der Transitionenmenge T gilt:

$$SF_L \in T^*$$

$$SF_L = \begin{cases} () = \varnothing; & \text{sofern } L=0 \\ (t_{n(1)}); & \text{sofern } L=1\ ^{4)} \\ (t_{n(1)},\ldots,t_{n(L)}); & \text{sofern } L \geq 2 \end{cases}$$

Nicht-degenerierte Schaltfolgen SF_L werden auch als sequentielle oder lineare Schaltfolgen bezeichnet. In ihnen bilden die Schaltakte aller Transitionen nach Maßgabe des Index "l" mit $l \in \{1,\ldots,L\}$ eine wohldefinierte und vollständige Reihenfolge (Sequenz)[5]. Denn für jedes Paar aus schaltfolgenzugehörigen Transitionen gilt mit $x \in \{1,\ldots,L\}$ und $y \in \{1,\ldots,L\}$: Der Schaltakt der Transition $t_{n(x)}$ erfolgt *vor* dem Schaltakt der Transition $t_{n(y)}$ genau dann, wenn x<y zutrifft.

Für die Nullschaltfolge SF_0 ist die Folgemarkierung M_f immer mit der Referenzmarkierung M_r identisch: es gilt notwendig $M_f = M_r$. Das Ergebnis einer degenerierten Schaltfolge der Länge L=1 mit $SF_1 = (t_{n(1)})$ resultiert aus der Anwendung der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t auf die Transition $t_{n(1)}$ unter der Referenzmarkierung M_r. Dabei werden degenerierte Schaltfolgen $SF_1 = (t_{n(1)})$ und ihre zugehörigen Transitionen $t_{n(1)}$ trotz ihrer formalen Verschiedenheit[6] als materiell[7] gleichwertige Konstrukte behandelt: Schaltvoraussetzung und -wirkung eines degenerierten Schaltschritts werden mit Schaltvoraussetzung bzw. -wirkung seiner zugehörigen Transition identifiziert. Daher wird allgemein vereinbart, daß degenerierte Schaltschritte mit ihren Transitionen gleichgesetzt werden dürfen, sofern der Aspekt ihres Schaltverhaltens gemein ist.

Wenn eine nicht-degenerierte Schaltfolge SF_L ($L \geq 2$) von der Markierung M_r aus geschaltet wird, erfolgt die Berechnung der Folgemarkierung M_f, die nach Schalten der letzten Transition $t_{n(L)}$ vorliegt, in *induktiver* Weise. Die erste Nachfolgermarkierung $M_{r(1)}$ wird ermittelt, indem die Schaltregel SR_t auf die Transition $t_{n(1)}$ unter der Markierung M_r angewendet wird. Alle nachfolgenden Markierungen $M_{r(l)}$ mit $l \in \{2,\ldots,L\}$ und $M_{r(L)} = M_f$ resultieren jeweils durch Applizieren der Schaltregel SR_t auf die Transition $t_{n(l)}$ unter derjenigen Markierung $M_{r(l-1)}$, die von der Vorgänger-Transition $t_{n(l-1)}$ aus der vorangehenden Markierung erzeugt wurde. Voraussetzung ist jeweils, daß die Transition $t_{n(l)}$ unter der Vorgängermarkierung $M_{r(l-1)}$ aktiviert war. Dieses Induktionsschema gilt allerdings nur für das sukzessive Berechnen von Nachfolgermarkierungen, das mit der Referenzmarkierung M_r startet. Die Abbildungsvorschrift einer Schaltregel-Funktion für Schaltfolgen beginnt dagegen in umgekehrter Weise mit der Folgemarkierung M_f, die nach dem Ausführen einer gesamten Schaltfolge SF_L vorliegt. Durch diese Umkehrung der Betrachtungsperspektive erhält die Abbildungsvorschrift von schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktionen für nicht-degenerierte Schaltfolgen einen *rekursiven* Charakter[8]. Dabei wird jeweils die Nachfolgermarkierung $M_{r(l)}$ für das Schalten einer Transition $t_{n(l)}$ unter der Voraussetzung ermittelt, die Vorgängermarkierung $M_{r(l-1)}$ sei bereit ermittelt worden. Daraus resultiert eine komplizierte, rekursiv verschachtelte Struktur der Abbildungsvorschrift für schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktionen und nicht-degenerierte Schaltfolgen[9].

Auf diese Weise läßt sich eine modifizierte Schaltregel-Funktion SR_{Ft} für das Ausführen beliebiger (endlicher) Schaltfolgen aus einzelnen Transitionen definieren. Dabei wird auf die bereits eingeführte Schaltregel SR_t für einzelne Transitionen zurückgegriffen. Wenn eine Schaltfolge SF_L so ausgeführt wird, daß eine Referenzmarkierung M_r in eine Folgemarkierung M_f transformiert wird, so wird dies analog zum Schaltakt einer einzelnen Transition als $M_r[SF_L\rangle M_f$ notiert[10]. Folglich gilt für die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{Ft}:

$$SR_{Ft}: \quad \mathcal{N}_0^M \times T^* \to \mathcal{N}_0^M$$
$$(\underline{M}_r, SF_L) \to \underline{M}_f = SR_{Ft}(\underline{M}_r, SF_L); \quad \text{sofern } AKT(SF_L, \underline{M}_r)$$

mit:

- Für die Nullschaltfolge SF_L mit $L=0$ und $SF_0 = () = \varnothing$ [11]:

  $AKT(SF_0, M_r) :\Leftrightarrow T$

  $M_r[SF_0\rangle M_f :\Leftrightarrow M_f = M_r$

  $\underline{M}_f = SR_{Ft}(\underline{M}_r, SF_0) = \underline{M}_r$

- Für degenerierte Schaltfolgen SF_L mit $L=1$ und $SF_1 = (t_{n(1)})$ gilt[12]:

  $AKT(SF_1, M_r) :\Leftrightarrow AKT(t_{n(1)}, M_r)$

  $M_r[SF_1\rangle M_f :\Leftrightarrow M_r[t_{n(1)}\rangle M_f$

  $\underline{M}_f = SR_{Ft}(\underline{M}_r, SF_1) = SR_t(\underline{M}_r, t_{n(1)})$

- Für nicht-degenerierte Schaltfolgen SF_L mit $L \geq 2$ und $SF_L = (t_{n(1)}, \ldots, t_{n(L)})$ gilt[13]:

  $AKT(SF_L, M_r) :\Leftrightarrow AKT(t_{n(1)}, M_r) \wedge M_{r(0)} = M_r \wedge \ldots$

  $\qquad (\forall (l \in \{1, \ldots, L-1\}): M_{r(l-1)}[t_{n(l)}\rangle M_{r(l)} \to AKT(t_{n(l+1)}, M_{r(l)})))$

  $M_r[SF_L\rangle M_f :\Leftrightarrow M_r = M_{r(0)} \wedge (\forall (l \in \{1, \ldots, L\}): M_{r(l-1)}[t_{n(l)}\rangle M_{r(l)}) \wedge M_{r(L)} = M_f$

  $\underline{M}_f = SR_{Ft}(\underline{M}_r, SF_L) = \ldots$

  $\qquad SR_t(\underline{M}_{r(L-1)} = SR_t(\underline{M}_{r(L-2)} = SR_t(\ldots SR_t(\underline{M}_{r(1)} = SR_t(\underline{M}_r, t_{n(1)}), t_{n(2)}), \ldots, t_{n(L-1)}), t_{n(L)})$

Mit jeder Schaltfolge SF_L korrespondiert genau eine Markierungsfolge $MF_L = (M_{r(0)}, M_{r(1)}, \ldots, M_{r(L)})$. Sie umfaßt mit $M_{r(0)} = M_r$ die Referenzmarkierung M_r sowie alle Nachfolgermarkierungen $M_{r(l)}$ mit $l \in \{1, \ldots, L\}$ und $M_{r(L)} = M_f$, die durch Ausführen der Schaltfolge SF_L aus der Referenzmarkierung hervorgebracht werden[14].

Die alternierende Verschränkung aller Schaltakte aus einer Schaltfolge SF_L und aller Markierungen aus der zugehörigen Markierungsfolge MF_L wird als ein Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L, MF_L)$ bezeichnet[15]. Aufgrund seiner Verursachung durch die Schaltfolge SF_L wird ein solcher Prozeß auch als Schaltprozeß angesprochen. Die erste und die letzte Markierung aus der zugehörigen Markierungsfolge MF_L heißen die Start- bzw. Schlußmarkierung des Schaltprozesses.

Prozesse, die auf der Nullschaltfolge SF_0 beruhen, werden als entartete Prozesse bezeichnet. Sie bestehen per constructionem aus genau einer Markierung, enthalten aber keine Schaltakte von Transitionen. Degenerierte Schaltfolgen SF_1 führen dagegen zu einfachen Prozessen mit jeweils genau einem Schaltakt einer Transition $t_{n(1)}$. Zu allen nicht-degenerierten Schaltfolgen SF_L mit $L \in \mathcal{N}_+$ und $L \geq 2$ gehören dagegen komplexe Prozesse mit mehreren Schaltakten von - nicht notwendig verschiedenen - Transitionen. Da die Schaltakte als Schaltsequenz linear angeordnet sind, heißen die assoziierten Prozesse auch sequentielle oder lineare Prozesse. Folglich gilt für alle Schaltprozesse, die mit Hilfe der Schaltregel SR_{Ft} definiert sind:

- für entartete Prozesse mit L=0:

  $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0) = (M_r) \;:\Leftrightarrow\; SF_0=() \wedge MF_0=(M_r)$

- für einfache Prozesse mit L=1:

  $PRO_{r.f}(SF_1,MF_1) = (M_r,t_n,M_f) \;:\Leftrightarrow\; SF_1=(t_n) \wedge MF_1=(M_r,M_f)$

- für komplexe Prozesse mit L≥2:

  $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L) = (M_r=M_{r(0)}, t_{n(1)}, M_{r(1)}, \dots, M_{r(L-1)}, t_{n(L)}, M_{r(L)}=M_f)$

  $:\Leftrightarrow\; SF_L = (t_{n(1)},\dots,t_{n(L)}) \wedge MF_L = (M_{r(0)},M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},M_{r(L)}))$

Jeder nicht-entartete Schaltprozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit $L \in \mathcal{N}_+$ stellt eine zulässige Verhaltensweise desjenigen Netzes dar, in dem er ausgeführt wird. Dagegen entsprechen den entarteten Schaltprozessen $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)$ keine intuitiv plausible Netzverhaltensweisen. Denn in solchen Schaltprozessen wird keine Transition geschaltet. Seitens des Petrinetz-Konzepts werden alle dynamischen Aspekte auf die Schaltakte von Transitionen zurückgeführt. Daher geschieht in einem Netz, in dem keine Transition schaltet, überhaupt nichts. Von dem Verhalten eines Netzes zu sprechen, in dem kein Geschehnis stattfindet, widerspräche dem intuitiven Verständnis des Verhaltensbegriffs.

Schließlich läßt sich noch zwischen zyklischen und azyklischen Prozessen $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ differenzieren. Ein Prozeß heißt azyklisch, wenn seine Markierungsfolge MF_L keine Markierung M_r mehrfach enthält. Falls dagegen die Markierungsfolge MF_L des Prozesses wegen $M_{r(l1)} = M_{r(l2)} = M_r$ mit $l_1 \neq l_2$ und $l_1,l_2 \in \{0,\dots,L\}$ mindestens eine Markierung M_r mindestens zweimal umfaßt, stellt der Teilprozeß $(M_r = M_{r(l1)}, t_{n(l1+1)},\dots,t_{n(l2)}, M_{r(l2)} = M_r)$ einen zyklischen Prozeß oder Schaltzyklus dar[16]. Der Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$, der diesen zyklischen Teilprozeß enthält, wird dann selbst als ein zyklischer Prozeß bezeichnet. Ein zyklischer Prozeß, dessen Start- und Schlußmarkierung wegen $M_f = M_r$ zusammenfallen, wird auch als $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ notiert.

Fortan werden zyklische Prozesse der Übersichtlichkeit halber nur in der Gestalt von Prozessen $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ thematisiert, deren Markierungsfolgen MF_L - bis auf die identischen Start- und Schlußmarkierungen - keine Markierung mehrfach enthalten. Diese zyklischen Prozesse weisen also keine Subzyklen auf. Hierin liegt keine Beschränkung der Allgemeingültigkeit späterer Ausführungen zu zyklischen Prozessen. Denn jeder zyklische Prozeß, der Subzyklen besitzt[17], kann in eine endliche Anzahl[18] von Teilprozessen zerlegt werden. Jeder dieser Teilprozesse stellt entweder einen subzyklusfreien zyklischen Prozeß oder aber einen azyklischen Prozeß dar. Das Verhalten des ursprünglichen zyklischen Prozesses läßt sich dann durch die finite Zusammensetzung aus den endlich vielen Teilprozessen ohne Schwierigkeiten rekonstruieren.

Schaltfolgen und die daraus abgeleiteten Schaltprozesse stellen in zweifacher Hinsicht einen zentralen Aspekt des Petrinetz-Konzepts dar. Zunächst erlauben sie eine präzise, formal explizierte Definition des Prozeßbegriffs. In anderen Modellierungskonzepten fehlt dagegen zumeist eine gleichwertige Definition. Dort bleibt der Prozeßbegriff in der Regel der natürlichsprachlichen Umschreibung und dem intuitiven Einfühlungsvermögen überlassen. Beispielsweise kennt die Netzplantechnik[19)] keine formal explizierte Prozeßdefinition. Ebenso konzentrieren sich systemtheoretische Objektbeschreibungen im allgemeinen darauf, die statische Objektstruktur aus Systemelementen und deren Beziehungen zusammenzusetzen[20)]. Zwar lassen sich im Rahmen der Systemtechnik[21)] dynamische Objektveränderungen berücksichtigen. Doch werden von systemtechnischen Untersuchungen weder das Differenzierungsvermögen noch der Analyseumfang des Petrinetz-Konzepts erreicht. So werden seitens der Systemtechnik zumeist nur sequentielle Prozesse erfaßt. Das Petrinetz-Konzept wird jedoch anschließend so ausgebaut, daß es auch die präzise Behandlung von nicht-sequentiellen Prozessen erlaubt. Ebenso kann im Rahmen des Petrinetz-Konzepts die Gesamtheit *aller* Prozesse berücksichtigt werden, die zulässige Verhaltensweisen eines modellierten Objekts darstellen. Zu diesem Zweck werden später Erreichbarkeitsgraphen eingeführt. Die Systemtechnik untersucht dagegen mit Hilfe der Objektsimulation immer nur einzelne Verhaltensweisen.

Darüber hinaus bilden die Schaltprozesse eines Netzes die Schnittstelle zur axiomatischen Basis des Petrinetz-Konzepts. Denn die Axiome des Petrinetz-Konzepts[22)] gehen auf das Projekt PETRI's zurück, eine axiomatisch fundierte Theorie nebenläufiger[23)] Prozesse vorzulegen[24)]. Für die spätere Beurteilung des Petrinetz-Konzepts stellt die Existenz einer axiomatischen Basis einen beachtenswerten Gesichtspunkt dar. Bei der zunächst erfolgenden Entfaltung des Petrinetz-Konzepts spielt er jedoch keine Rolle. Denn die Netzaxiome führen zunächst zu einer Prozeßdarstellung durch eine spezielle Netzklasse, die in dieser Arbeit nicht weiter behandelt werden. Es handelt sich um die Klasse der Geschehnis-Netze (occurrence nets)[25)]. Diese Geschehnis-Netze finden hier keine nähere Berücksichtigung, weil ihr Ausdruckspotential so starken Restriktionen unterliegt[26)], daß sie für die intendierte Modellierung von Realproblemen keine praktische Bedeutung besitzen. Dies ändert jedoch nichts an ihrer theoretischen Qualität, die Netzrepräsentation von axiomatisch begründeten Prozessen darzustellen.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Unendliche Schaltfolgen, in denen mindestens eine Transition unendlich oft geschaltet wird, werden in dieser Arbeit nur am Rande berücksichtigt. Sie spielen für die Modellierung realer Probleme keine Rolle. Allerdings können sie für formale Probleme Bedeutung erlangen. Darauf wird später zurückgekommen. Daneben könnten auch unendliche Schaltfolgen vorgestellt werden, in denen keine Transition unendlich oft geschaltet wird. Dann müßten aber unendlich viele verschiedene Transitionen definiert sein. Dies ist für kein Stelle/Transition-Netz möglich, da seine Transitionenmenge per definitionem endlich ist. Daher wird auf unendliche Schaltfolgen der letztgenannten Art nicht weiter eingegangen.

2) Hierdurch wird es später möglich, Erreichbarkeitsgraphen und Erreichbarkeitsmengen von Stelle/Transition-Netzen in formal einfacher Weise zu definieren.

3) Vgl. zur Monoiddefinition CRESPI-REGHIZZI (1974), S. 1/4; WINKOWSKI (1976b), S. 2; MAYR,E. (1977), S. 7; MOALLA (1978a), S. 106; GRABOWSKI,J. (1979c), S. 146; RIEDEMANN (1979), S. 3; HEINEMANN (1980), S. 9; SUZUKI,I. (1982), S. 136; KASAI (1982), S. 286f.; FLE (1983), S. 169.
Der freie Monoid ME^*, der durch die nicht-leere Trägermenge ME erzeugt wird, ist die Menge aller endlichen, K-stelligen Tupel tup mit $K\in\mathcal{N}_0$, für die mit e_i als beliebigen Elementen aus der Trägermenge ME gilt: $tup=(e_{i(1)},...e_{i(K)})$ für $K\in\mathcal{N}_+$ und $tup=()=\lambda$ für K=0. Hierbei bezeichnet $e_{i(k)}$ dasjenige Element aus der Trägermenge ME mit dem Index i(k) und $k|\in\{1,...,K\}$, das an der k-ten Position im Tupel tup enthalten ist. Das leere, 0-stellige Tupel tup=() wird auch als Nulltupel bezeichnet und durch das leere Symbol "λ" notiert.
Der freie Monoid ME^* bildet die reflexive und transitive Hülle der Menge ME. Er wird auch als Iteration der Menge ME bezeichnet. Er läßt sich formal exakt auf folgende Weise herleiten: ME^K ist das erweiterte K-fache kartesische Produkt der Menge ME mit $K\in\mathcal{N}_+$, $K\geq2$ und:

$$ME^K = \{(e_{i(1)},...,e_{i(K)}): \forall(k\in\{1,...,K\}): e_{i(k)}\in ME\}$$

Für den degenerierten Fall K=0 gilt: $ME^0=\{()\}=\{\lambda\}$. Im einfachen Fall K=1 fällt das erweiterte kartesische Produkt ME^K der Menge ME mit dieser Menge zusammen: $ME^1=ME$. Dann gilt für den freien Monoid ME^* über der Menge ME:

$$ME^* = \cup(K\in\mathcal{N}_0): ME^K$$

Falls in den Tupeln tup jedes Element aus der Trägermenge ME höchstens einmal enthalten sein darf, bezeichnet der freie Monoid ME^* die Menge aller endlichen Teilmengen aus der Trägermenge ME. Wenn das Nulltupel $tup=()=\lambda$ ausgeschlossen wird, wird bloß vom Monoid ME^+ über der Trägermenge ME gesprochen. Er heißt auch die transitive Hülle der Menge ME. Hierfür gilt:

$$ME^+ = ME^*-\{\lambda\} = \cup(K\in\mathcal{N}_+): ME^K$$

Die Menge aller Tupel tup mit unendlich vielen Komponenten aus der Trägermenge ME wird mit ME^∞ bezeichnet. Wenn solche unendlichen Tupel zugelassen sind, ergibt sich als erweiterter Monoid $ME^{*\infty}$ aller K-stelligen Tupel mit $K\in(\mathcal{N}_0\cup\{\infty\})$ über der Trägermenge ME:

$$ME^{*\infty} = ME^*\cup ME^\infty = \cup(K\in(\mathcal{N}_0\cup\{\infty\})): ME^K$$

In dieser Arbeit wird die o.a. Monoiddefinition zugrundegelegt, die aus dem Kontext formaler Sprachen stammt. Vgl. dazu z.B. auch die Definition von Sorten- und Markensprachen. Eine abweichende Monoiddefinition im Bereich der algebraischen Gruppentheorie vertreten dagegen EHRIG (1985a), S. 11f.; BEIERLE (1988a), S. 450.

4) Degenerierte Schaltfolgen können auch vereinfacht als $SF_1=(t_n)$ notiert werden.

5) Später wird der Schaltfolgenbegriff auf nebenläufige Schaltfolgen erweitert. In ihnen dürfen die Schaltakte von Transitionen auch zeitgleich oder in zeitlich beliebigen Reihenfolgen geschehen. *Diese* Schaltfolgen heißen nicht mehr sequentiell.

6) Einzelne Transitionen $t_{n(1)}$ stellen *atomare* formale Objekte dar. Bei degenerierten Schaltfolgen $SF_1=(t_{n(1)})$ handelt es sich dagegen um *zusammengesetzte* formale Objekte, die hier zu einer "Zusammensetzung" aus nur einem atomaren formalen Objekt zusammengeschrumpft sind.

7) Der Begriff "materiell" wird in dieser Arbeit als Komplement zum Begriff "formal" verwendet. Ein Aspekt eines formalsprachlich konstituierten Konstrukts heißt materiell, wenn er in der formalen Konstruktdefinition nicht unmittelbar enthalten ist. Materielle Aspekte erläutern die "Bedeutung" von formalsprachlichen Konstrukten. Der zugrundeliegende Bedeutungsbegriff wird später aus semiotischer Perspektive näher betrachtet. Hier reicht zunächst

der Hinweis, daß die materiellen Bedeutungen von formalsprachlichen Konstrukten grundsätzlich auf zwei verschiedene Weisen dargelegt werden können: Entweder werden sie in natürlichsprachlicher Diktion umschrieben. Dann liegt eine intensionale Bedeutungsbestimmung vor. Sie besitzt informalen Charakter. Oder die materiellen Konstruktbedeutungen werden in einer formalisierten Metasprache ausgedrückt. In diesem Fall wird die materielle Konstruktbedeutung durch eine formale Semantik extensional bestimmt. Dann besitzt die materielle Bedeutung eines Konstrukts keineswegs informalen Charakter. Statt dessen bezieht sich das Attribut "materiell" nunmehr auf den Sachverhalt, daß ein objektsprachlich formalisiertes Konstrukt auf einer metasprachlichen Ebene durch wiederum formale Konstrukte interpretiert wird. (Die voranstehend vorausgesetzten Konzepte der Objekt- und Metasprache, der extensionalen und intensionalen Bedeutungsbestimmungen sowie der Formalität von Konstrukten wurden bereits an früherer Stelle erläutert.)
Grundsätzlich werden in dieser Arbeit formale Konstrukte und extensionale Bedeutungsfestlegungen bevorzugt. Dies wird an anderer Stelle im Hinblick auf ihre Präzision und Explizitheit gerechtfertigt. Zugleich erfordert die Formalisierung "materieller" Bedeutungen aber auch formale Metasprachen, deren Definition und Handhabung oftmals erheblichen Aufwand bereitet. Die informalen, natürlichsprachlichen Umschreibungen von materiellen Konstruktbedeutungen leiden zwar unter den Gefahren vager und ambiger Formulierungen. Dafür können sie aber auch mit wesentlich geringerem Aufwand ausgedrückt werden, indem an das jeweils implizit vorausgesetzte Hintergrundwissen der Rezipienten appelliert wird. Daher geht der Verf. zwischen den beiden voranstehend skizzierten, gegenläufigen Tendenzen den Kompromiß ein, fallweise der Präzision formaler Metasprachen oder aber der Kompaktheit natürlichsprachlicher Umschreibungen den Vorzug geben. Beispielsweise wurde oben die materielle Gleichwertigkeit von degenerierten Schaltfolgen $SF_1=(t_{n(1)})$ mit ihren Transitionen $t_{n(1)}$ in informaler, natürlichsprachlicher Weise umschrieben. Durch die Definition der schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktion SR_{Ft} wird sie dagegen durch metasprachliche Äquivalenzformeln formal präzisiert.

8) Ein Schema für die Definition formaler Konstrukte heißt rekursiv, wenn das zu definierende Konstrukt nicht nur im Definiendum, sondern auch im Definiens vorkommt; vgl. z.B. CARNAP (1968), S. 22; TOWNSEND,C. (1987), S. 95; PROLOG (o.J.), S. 42. Rekursive Definitionen verhalten sich daher selbstbezüglich; sie erlauben eine rekursive "Verschachtelung" von Definiens und Definiendum.
Eine rekursive Konstruktdefinition geht von einem unbekannten Definiendum aus. Dieses wird mit Hilfe der Konstruktionsoperationen eines allgemeinen Rekursionsschemas auf eine endliche Folge von Definientes zurückgeführt (Rückwärtsrekursion). Die Konstruktionsoperationen werden dabei als bekannt vorausgesetzt. Die Definientes enthalten das Definiendum jeweils in weniger komplexer Form als derivatives Definiendum. Die Rekursion auf einfachere Definienda wird so lange fortgesetzt, bis eine bereits vollständig definierte Rekursionsbasis erreicht wird. Von dieser Rekursionsbasis aus wird der Definitionspfad der ursprünglichen Rückwärtsrekursion in nunmehr umgekehrter Richtung abgearbeitet. Dabei werden das jeweils zuletzt erhaltene, vollständig bestimmte Definiens benutzt, um auf der jeweils nachfolgenden Rekursionsstufe das dort noch offene Definiendum aufzulösen (Vorwärtsrekursion). Es wird zu den immer komplexeren Definienda sukzessiv so weit fortgeschritten, bis die Auflösung des letzten Definiendums die gesuchte Definition des ursprünglichen Definiendums leistet.
Das allgemeine Rekursionsschema läßt sich für den einfachen Fall einstelliger zahlentheoretischer rekursiver Funktionen f: $\mathcal{N}_0 \rightarrow \mathcal{N}_0$ sowie $k \in \mathcal{N}_0$ und $n \in \mathcal{N}_0$ verdeutlichen durch:

$$f(n+1) = h(n+1,f(n)) \qquad \text{mit } h: \mathcal{N}_0 \rightarrow \mathcal{N}_0 \text{ als Hilfsfunktion und } f(0)=k$$

Dabei stellt die Funktion "f" das zu definierende Konstrukt dar, das mit Hilfe der bekannten Konstruktionsoperation "h" auf sich selbst zurückgeführt wird. Beispielsweise kann die Fakultätsfunktion f mit $f(n)=n!$ und bekannter Produktoperation "$\cdot$" rekursiv definiert werden durch:

$$f(n+1) = (n+1) \bullet f(n) \qquad \text{mit } h(n+1,f(n)) = (n+1) \bullet (n) \text{ und } f(0)=1$$

Näheres zu rekursiven Funktionen und ihrem Definitionsschema findet sich bei GÖDEL (1931), S. 179ff.; KLEENE (1936), S. 727ff., insbesondere S. 729; KLEENE (1952), S. 270ff. u. 325ff.; PETER (1957), insbesondere S. 30ff. u. 172ff.; DAVIS,M. (1958), S. 41ff.; CARNAP (1960a), S. 166; SHEPHERDSON (1963), S. 221f.; MENDELSON (1964), S. 120ff.; KÖRNER,S. (1968), S. 113ff.; STEGMÜLLER (1973a), S. 48ff.; DAVIS,M. (1973a), S. 257ff.; SAVAGE (1976), S. 187ff.; HERMES (1978), S. 114ff.; ESSLER (1982a), S. 148ff.; STEGMÜLLER (1984b), S. 356ff.; ZELEWSKI (1989a), S. 32ff., insbesondere S. 34f. Vgl. auch STEPAN (1988), S. 180ff., vor allem S. 184, zur anschaulichen Verknüpfung von Rück- und Vorwärtsrekursion in einem rekursiv strukturierten (dynamischen) Optimierungsproblem.
Das rekursive Definitionsschema ist eng mit dem induktiven Definitionsansatz verwandt, der bereits angesprochen wurde. Beide stellen unterschiedliche Vorgehensweisen bei der Anwendung desselben Definitionskonzepts dar. Sie beruhen gemeinsam auf der Verknüpfung einer axiomatisch vorausgesetzten Definitionsbasis (der Induktions- bzw. Rekursionsbasis) mit einem allgemeinen Sukzessionsschema (dem Induktions- bzw. Rekursionsschema). Bei der induktiven Definition erfolgt nur eine progressive Sukzession, indem - von der Induktionsbasis ausgehend - aus bereits definierten Konstrukten schrittweise die Definitionen neuer Konstrukte abgeleitet werden. Rekursive Definitionen kombinieren dagegen eine retrograde mit einer progressiven Sukzession. Zunächst wird während der 1.

Rekursionsphase die retrograde Sukzessionsrichtung eingeschlagen, um strukturell einfachere Definienda zu erlangen. Ab Erreichen der Rekursionsbasis gleichen rekursive Definitionen dann ihren induktiven Pendants. Daher können rekursive Definitionen als erweiterte induktive Definitionen angesehen werden.
Es hängt von den jeweils vorliegenden Definitionskontexten ab, ob die progressive induktive Definitionsweise oder aber die kombiniert retrograd-progressive Definitionsalternative geeigneter ist. Das induktive Schema empfiehlt sich, wenn aus einfachen Konstrukten zunehmend komplexere Konstrukte schrittweise aufgebaut werden sollen. Das rekursive Schema muß dagegen angewendet werden, wenn komplexe Konstrukte vorgegeben sind und auf ihre einfachen Bestandteile zurückgeführt werden sollen. Nach der jeweils gewählten Konstruktionsperspektive richtet es sich, ob die Konstrukte eines Konzepts ausgehend von den einfachen Basiskonstrukten oder mit den Komplexkonstrukten beginnend definiert werden. Oftmals lassen sich auch induktive und rekursive Definitionen desselben Konzepts durch entsprechenden Perspektivenwechsel ineinander transformieren. Auch die o.a. rekursive Definition vollständig explizierter Terme ließe sich in induktiver Weise reformulieren. Dazu könnte auf das induktive Schema zurückgegriffen werden, mit dessen Hilfe an späterer Stelle SIG-Termmengen definiert wurden.
Das rekursive Definitionsschema stellt unter den derzeit bekannten Definitionsschemata für formale Konzepte das leistungsfähigste dar. Es umschließt alle anderen in dieser Arbeit verwendeten Definitionsschemata - wie z.B. die induktive Definitionsweise - als vereinfachte Sonderfälle. Zur allgemeinen Bedeutung und Leistungsfähigkeit rekursiver Definitionsschemata hat sich der Verf. bereits an anderer Stelle ausführlicher geäußert; vgl. dazu die Ausführungen über das Konzept rekursiver Funktionen sowie über die hierauf fußenden Thesen von CHURCH, POST und TURING bei ZELEWSKI (1989a), S. 30ff., und den dort verzeichneten weiterführenden Quellen. Allerdings bezieht sich der Superlativ "leistungsfähigstes Definitionskonzept" nur auf solche Konzepte, die tatsächlich entscheidbare oder berechenbare Konstrukte definieren. Denn es existieren durchaus Definitionen nicht-rekursiver Art von Konstrukten, die jedoch allesamt den gravierenden Nachteil aufweisen, nicht entschieden bzw. berechnet werden zu können. Dazu gehört z.B. die nicht-berechenbare, aber definierbare Rado-Funktion; vgl. ZELEWSKI (1986a), S. 37, 41 u. 90f. sowie die dort angeführten Quellen. Weitere Beispiele für nicht-rekursiv definierte, aber auch nicht berechenbare Funktionen liefern MINSKY (1971), S. 208ff. u. 212f.; DELAHAYE (1987), S. 28. Abweichender Ansicht sind allerdings KALMAR (1955), S. 93ff., und PETER (1957), S. 223ff. Sie behaupten die Existenz nicht-rekursiver und dennoch berechenbarer Funktionen. Es handelt sich dabei aber um ein Randproblem, das im Rahmen dieser Arbeit hinsichtlich der Leistungsfähigkeit rekursiver Definitionskonzepte keine Rolle spielt. Vgl. dazu auch die Anmerkungen in ZELEWSKI (1989a), S. 30, Anmk. 91.
Trotz ihrer voranstehend skizzierten erheblichen definitorischen Bedeutung haben rekursive Konstruktdefinitionen in betriebswirtschaftlichen Kontexten bisher noch kaum explizite Beachtung gefunden. Vgl. zu den seltenen Ausnahmen BEER,S. (1979), S. 73; MALIK (1986), S. 75. Häufiger gelangen sie dagegen bei der formalen Syntaxdefinition von Programmiersprachen zur Anwendung. Insbesondere spielen rekursive Definitionen auch für die Programmiersprache PROLOG, die später für die Implementierung Synthetischer Netze herangezogen wird, eine zentrale Rolle; vgl. COLMERAUER (1983), S. 292; TOWNSEND,C. (1987), S. 95ff.; KINNEBROCK (1988), S. 38ff. u. 48ff.; PROLOG (o.J.), S. 42ff.

9) Vgl. dazu den Fall $L \geq 2$ in der formalen Funktionsdefinition SR_{Ft}.

10) Der Markierungsübergang $M_r[(t_{n(1)})\rangle M_f$, der durch die degenerierte Schaltfolge $SF_1=(t_{n(1)})$ bewirkt wird, kann vereinfacht als $M_r[t_{n(1)}\rangle M_f$ notiert werden. Vgl. dazu die Anmerkungen zur materiellen Gleichwertigkeit von degenerierten Schaltfolgen und ihren zugehörigen Transitionen.

11) Durch das Symbol "T" wird die Tautologie als logisch wahre Formel (immer wahre Aussage, allgemeingültiges Prädikat) vertreten. Jede Formel, die zur Tautologie äquivalent ist, muß ihrerseits logisch wahr sein.

12) Die o.a. materielle Gleichwertigkeit von degenerierten Schaltfolgen $SF_1=(t_{n(1)})$ mit ihren Transitionen $t_{n(1)}$ wird nachfolgend formal präzisiert. Dazu dienen zwei metasprachlich formulierte Äquivalenzen, welche die Schaltvoraussetzung (Aktivierungsbedingung) und die Schaltwirkung einer degenerierten Schaltfolge $SF_1=(t_{n(1)})$ definitorisch gleichsetzen mit der Schaltvoraussetzung bzw. -wirkung ihrer Transition $t_{n(1)}$. Hinzu kommt die Definition der Abbildungsvorschrift für die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{Ft}, die für degenerierte Schaltschritte SF_1 mit der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_{Ft} identifiziert wird.

13) Die rekursiv verschachtelte Definition der Abbildungsvorschrift für die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FT} läßt sich in eine äquivalente induktive Formulierung transformieren, wenn die übliche Notation "$SR_{Ft}(\underline{M}_r,SF_L)=\ldots$" zugunsten einer prozessualen Beschreibung der sukzessiv ausgeführten Schaltakte aufgegeben wird. Hierfür gilt:

$$\underline{M}_f = SR_{Ft}(\underline{M}_r,SF_L) = SR_t(\underline{M}_{r(L-1)} = SR_t(\underline{M}_{r(L-2)} = SR_t(...(SR_t(\underline{M}_{r(1)} = SR_t(\underline{M}_r,t_{n(1)}),t_{n(2)}),...,t_{n(L-1)}),t_{n(L)})$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad & SR_t(\underline{M}_r,t_{n(1)}) = \underline{M}_{r(1)} \wedge ... \\ & SR_t(\underline{M}_{r(1)},t_{n(2)}) = \underline{M}_{r(2)} \wedge ... \\ & \bullet\bullet\bullet \\ & SR_t(\underline{M}_{r(L-2)},t_{n(L-1)}) = \underline{M}_{r(L-1)} \wedge ... \\ & SR_t(\underline{M}_{r(L-1)},t_{n(L)}) = \underline{M}_f \end{aligned}$$

Wird diese äquivalente Formulierungsmöglichkeit in der umgekehrten Richtung gelesen, so verdeutlicht dies die frühere Feststellung, daß jede induktive Konzeptdefinition in eine rekursive Konzeptdefinition transformiert werden kann.

14) Für die Nullschaltfolge $SF_0=()$ gilt mit L=0: $M_r=M_{r(0)}=M_{r(L)}=M_f$. Entsprechend resultiert die entartete Markierungsfolge $MF_0=(M_r)$.
Die degenerierte Schaltfolge SF_1 liefert mit L=1, $M_r=M_{r(0)}$ und $M_{r(L)}=M_{r(1)}=M_f$ die einfache Markierungsfolge $MF_1=(M_r,M_f)$.

15) Zur Abgrenzung von später eingeführten realen Prozessen heißt der Prozeß $PRO_{r,f}(SF_L,MF_L)$ auch ein formaler Prozeß. Er nimmt nur auf Komponenten des formalsprachlichen Konstrukts "Stelle/Transition-Netz" Bezug.

16) Der zyklische Teilprozeß kann auch mit dem jeweils betrachteten Prozeß $PRO_{r,f}(SF_L,MF_L)$ zusammenfallen. Dies ist genau dann der Fall, wenn $l_1=0$ und $l_2=L$ gelten. Dann handelt es sich um einen unechten Teilprozeß. Andernfalls - wenn $l_1\neq0$ oder $l_2\neq L$ zutrifft - wird der echte zyklische Teilprozeß auch als ein Subzyklus angesprochen.

17) Falls die Start- und die Schlußmarkierung eines zyklischen Prozesses auseinanderfallen, dann *muß* er mindestens einen zyklischen Teilprozeß als Subzyklus enthalten. Wenn ein zyklischer Prozeß identische Start- und Schlußmarkierungen besitzt, dann *kann* er darüber hinaus noch weitere zyklische Teilprozesse als Subzyklen aufweisen. Dies ist aber nicht notwendig, weil bereits der Prozeß selbst einen unechten zyklischen Teilprozeß darstellt.

18) Eine unendliche Teilprozeßanzahl käme nur dann in Frage, wenn im betrachteten zyklischen Prozeß unendlich oft subzyklusfreie zyklische und azyklische Teilprozesse aufeinander folgen würden. Ein solcher unendlicher zyklischer Prozeß führte aber notwendig zu einem unendlichen Erreichbarkeitsgraphen. In dieser Arbeit werden grundsätzlich nur Netze mit endlichen Erreichbarkeitsgraphen zugelassen. Dies wird später ausführlicher dargelegt. Daher brauchen die speziellen unendlichen zyklischen Prozesse, die soeben angesprochen wurden, nicht weiter berücksichtigt zu werden.

19) Auf die Netzplantechnik wird an späterer Stelle ausführlicher zurückgekommen.

20) Vgl. dazu die Quellen, die zum systemtheoretischen Gestaltungsansatz angeführt wurden.

21) Die Systemtechnik stellt einen Sonderfall der Objektsimulation dar, die an späterer Stelle näher behandelt wird.

22) Vgl. zu axiomatisch fundierten Darstellungen des Petrinetz-Konzepts PETRI,C. (1976a), S. 70 i.V.m. S. 60 u. 63ff.; PETRI,C. (1977a), S. 146ff.; PETRI,C. (1977d), S. 16 i.V.m. S. 5 u. 8ff.

23) PETRI selbst spricht des öfteren von einer Theorie nicht-sequentieller Prozesse; vgl. PETRI,C. (1976a), S. 57ff., insbesondere S. 58 u. 69; PETRI,C. (1976a), S. 1ff., insbesondere S. 2 u. 16. Der Verf. bevorzugt jedoch den Begriff nebenläufiger Prozesse, weil PETRI's Ansatz als Grenzfall auch alle sequentiellen Prozesse umfaßt. Nicht-sequentielle und nebenläufige Prozesse werden in einem späteren Kapitel präzisiert. Dies ist hier noch nicht möglich, weil das Konzept der Schaltschritte noch nicht eingeführt wurde.

24) Auf diese Axiomatisierung wurde schon kurz zuvor in einer Anmerkung eingegangen.

25) Vgl. zu Geschehnis-Netzen (occurrence nets), die auch als Kausal- oder Aktionsnetze bezeichnet werden, PETRI,C. (1976a), S. 63ff.; BEST,E. (1977), S. 3ff.; BEST,E. (1980a), S. 230ff.; PETRI,C. (1980b), S. 251ff.; GENRICH (1980b), S. 527; STARKE (1980), S. 36ff.; BEST,E. (1980d), S. 79ff.; BEST,E. (1982e), S. 74ff.; BEST,E. (1982f), S. 1 u. 3ff.; BEST,E. (1985c), S. 4f.; BEST,E. (1985e), S. 5ff.; BEST,E. (1985g), S. 39ff.; REISIG (1986a), S. 40ff.; REISIG (1987e), S. 239ff.

26) So sind in ihnen - im Gegensatz zu Stelle/Transition-Netzen - weder Marken noch die damit zusammenhängenden Kantengewichte und Markenkapazitäten definiert. Darüber hinaus dürfen die Stellen eines Geschehnis-Netzes keine mehrelementigen Vor- oder Nachbereiche besitzen. Schließlich muß die Flußrelation irreflexiv sein, so daß in der graphischen Repräsentation eines Geschehnis-Netzes kein zyklischer Weg vorkommen kann.

3.3.2.1.1.2.2.2 Konflikte und Nebenläufigkeit

Aus der Analyse des wechselseitigen Verhältnisses von Transitionen, die jeweils unter derselben Referenzmarkierung aktiviert sind, lassen sich wesentliche Einsichten in die dynamische Struktur von Stelle/Transition-Netzen gewinnen. Dabei können grundsätzlich die konfliktionäre und die nebenläufige Aktivierung von Transitionen unterschieden werden. Beide Aktivierungsmodi verhalten sich komplementär zueinander. Sie prägen das Schaltverhalten von Netzen entscheidend[1)].

Das Konzept der Nebenläufigkeit[2)] stellt eine fundamentale Erweiterung der Modellierungsfähigkeit von Netzen[3)] dar. Bisher wurden nur Schaltfolgen und daraus abgeleitete sequentielle Prozesse erklärt, in denen die Schaltakte von Transitionen jeweils eine lineare Reihenfolge bilden. In solchen sequentiellen Schaltfolgen sind je zwei Schaltakte immer durch mindestens[4)] eine dazwischenliegende Netzmarkierung voneinander getrennt[5)]. Nunmehr werden auch solche Schaltfolgen zugelassen, in denen die Schaltakte mehrerer Transitionen "parallel"[6)] erfolgen können. Diese parallelen Schaltakte werden durch keine Netzmarkierung separiert. Voraussetzung hierfür ist, daß die parallel geschalteten Transitionen unter derselben Referenzmarkierung in kausal unabhängiger Weise[7)] aktiviert sind. Dieser spezielle Aktivierungsmodus wird durch das Konzept nebenläufiger Aktivierung[8)] von Transitionen präzisiert.

Transitionen, die unter derselben Referenzmarkierung aktiviert sind, brauchen allerdings keineswegs in der speziellen nebenläufigen Art aktiviert zu sein. Statt dessen können solche Transitionen auch im komplementären Verhältnis[9)] einer konfliktionären Aktivierung[10)] stehen. Ein solcher Aktivierungskonflikt liegt vor, wenn zwei Transitionen zwar jeweils aktiviert sind, aber voneinander kausal derart abhängen[11)], daß sie um ihr Schalten miteinander konkurrieren müssen. Eine solche Schaltkonkurrenz liegt vor, wenn das parallele Schalten der beiden gemeinsam aktivierten Transitionen unzulässig wäre. Eine Transition heißt dagegen konfliktfrei aktiviert, wenn sie aktiviert ist und wenn für sie kein Aktivierungskonflikt bezüglich irgendeiner anderen - ebenso aktivierten - Transition besteht[12)].

Die nebenläufige oder konfliktionäre Aktivierung einer Transition wird durch die eingangs vorgestellte Definition von Stelle/Transition-Netzen nicht erklärt. Sie ist in den bisher ergänzten Netzkonstrukten auch nicht implizit enthalten. Dies gilt vor allem in bezug auf die bereits eingeführten Schaltregel-Definitionen für einzelne Schaltakte oder Schaltfolgen. Denn dort wird jeweils nur das Schalten von genau einer Transition unter einer Referenzmarkierung betrachtet. Daher erweist sich abermals die formale Definition von Stelle/Transition-Netzen durch das 6-Tupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ als unvollständig[13)].

Es werden zwei formalsprachliche Prädikate[14)] "NEB" und "KON" eingeführt, um die nebenläufige bzw. konfliktionäre Aktivierung von Transitionen explizit zu definieren. Diese Prädikate fließen später in eine modifizierte Schaltregel-Definition für Schaltschritte ein. Bei Stelle/Transition-Netzen, die auf dieser schaltschrittbezogenen Schaltregel beruhen[15)], klafft dann nicht mehr die zuvor monierte Definitionslücke.

Betrachtet werden zwei beliebige, aber verschiedene[16)] Transitionen t_1 und t_2 aus der Transitionenmenge T, die unter derselben Referenzmarkierung M_r die Aktivierungsbedingung der transitionsbezogenen Schaltregel SR_t erfüllen. Dies wird durch die beiden Aktivierungsprädikate $AKT(t_1,M_r)$ und $AKT(t_2,M_r)$ ausgedrückt. Es kann auch vereinfacht davon gesprochen werden, die beiden Transitionen t_1 und t_2 seien unter derselben Markierung M_r "simultan"[17)] aktiviert. Das wechselseitige Verhältnis der Transitionen t_1 und t_2 hängt davon ab, wie sich ihr gemeinsames[18)] Schalten auf die Qualität der resultierenden Folgemarkierung M_f auswirken würde:

- Zwei Transitionen heißen genau dann nebenläufig aktiviert, wenn beide unter derselben Referenzmarkierung M_r aktiviert sind und ihr gemeinsames Schalten zu einer *zulässigen* Folgemarkierung M_f führen würde.
- Zwei Transitionen werden genau dann als konfliktionär aktiviert bezeichnet, wenn sie unter derselben Referenzmarkierung M_r aktiviert sind und ihr gemeinsames Schalten eine *unzulässige* Folgemarkierung M_f hervorbringen würde[19].

Da eine Folgemarkierung nur entweder zulässig oder aber unzulässig sein kann[20], stellen die nebenläufige und die konfliktionäre Aktivierung zweier simultan aktivierter Transitionen kontradiktorische Gegenteile dar. Es gibt keine dritte Möglichkeit ihres wechselseitigen Aktivierungsverhältnisses. Die beiden Prädikate $NEB(t_1,t_2,M_r)$ und $KON(t_1,t_2,M_r)$ setzen die voranstehende natürlichsprachliche Charakterisierung der nebenläufigen bzw. konfliktionären Aktivierung zweier Transitionen in präzise formalsprachliche Definitionen um:

$$
\begin{aligned}
& NEB(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\quad & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge \ldots \\
& \forall(M_f \in \mathcal{N}_0^M):\ (\ M_r[\{t_1,t_2\}\rangle M_f \rightarrow (\forall(s_m \in S):\ 0 \leq M_f(s_m) \leq K(s_m))\ )
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& KON(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\quad & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge \ldots \\
& \forall(M_f \in \mathcal{N}_0^M):\ (\ M_r[\{t_1,t_2\}\rangle M_f \rightarrow (\exists(s_m \in S):\ M_f(s_m) < 0 \vee M_f(s_m) > K(s_m))\ )
\end{aligned}
$$

Die Schaltwirkung des Schaltakts $\{t_1,t_2\}$, in dem die beiden simultan aktivierten Transitionen t_1 und t_2 gemeinsam geschaltet werden, ergibt sich als die Summe derjenigen Schaltwirkungen, welche die beiden Transitionen jeweils einzeln hervorbringen würden[21]. Daher läßt sich die Schaltwirkung von zwei nebenläufig oder konfliktionär aktivierten Transitionen ermitteln, indem die beiden Bilder $SR_t(t_1,M_r)$ und $SR_t(t_2,M_r)$ der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t für beide Transitionen addiert werden. Aus dieser Wirkungssumme und aus der definitorischen Voraussetzung, daß das Schalten zweier nebenläufig oder konfliktionär aktivierten Transitionen eine zulässige bzw. eine unzulässige Folgemarkierung bewirken würde, läßt sich auf diejenigen Bedingungen zurückschließen, die zwei simultan aktivierte Transitionen erfüllen müssen, um im oben definierten Sinne nebenläufig bzw. konfliktionär aktiviert zu sein. Das Ergebnis dieser Retroduktion liefert zwei äquivalente Formulierungen für die beiden oben eingeführten Aktivierungsprädikate. Die nunmehr vorgelegten Definitionsvarianten besitzen aber den Vorzug höherer Operationalität[22]. Für sie gilt:

$$
\begin{aligned}
& NEB(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\quad & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge \ldots \\
& (\forall(s_m \in S):\ W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2) \leq M_r(s_m) \wedge \ldots \\
& M_r(s_m) \leq K(s_m) + W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2) - W(t_1,s_m) - W(t_2,s_m))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& KON(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\quad & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge \ldots \\
& (\exists(s_m \in S):\ (W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2) > M_r(s_m)) \vee \ldots \\
& (M_r(s_m) > K(s_m) + W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2) - W(t_1,s_m) - W(t_2,s_m))
\end{aligned}
$$

Die voranstehenden Prädikate für die nebenläufige und konfliktionäre Aktivierung lassen sich äquivalent derart umformen, daß sie vollständig auf die Referenzmarkierung M_r, die Kapazitätsfunktion K und die Gewichtsfunktion W zurückgeführt werden. Zu diesem Zweck wird auf die frühere Definition des Aktivierungsprädikats $AKT(t_n,M_r)$ für einzelne Transitionen zurückgegriffen. Daraus resultieren[23]:

$$\begin{aligned}
& NEB(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\; & \forall(s_m \in S): (M_r(s_m) \geq \max\{W(s_m,t_1),W(s_m,t_2)\}) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq \min\{K(s_m)+W(s_m,t_1)-W(t_1,s_m),\ K(s_m)+W(s_m,t_2)-W(t_2,s_m)\}) \\
& \quad \wedge (W(s_m,t_1)+W(s_m,t_2) \leq M_r(s_m)) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq K(s_m)+W(s_m,t_1)+W(s_m,t_2)-W(t_1,s_m)-W(t_2,s_m))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& KON(t_1,t_2,M_r) \\
:\Leftrightarrow\; & (\forall(s_m \in S): (M_r(s_m) \geq \max\{W(s_m,t_1),W(s_m,t_2)\}) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq \min\{K(s_m)+W(s_m,t_1)-W(t_1,s_m),\ K(s_m)+W(s_m,t_2)-W(t_2,s_m)\})) \\
& \wedge (\exists(s_m \in S): (W(s_m,t_1)+W(s_m,t_2) > M_r(s_m)) \\
& \quad \vee (M_r(s_m) > K(s_m)+W(s_m,t_1)+W(s_m,t_2)-W(t_1,s_m)-W(t_2,s_m)))
\end{aligned}$$

Die nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen läßt grundsätzlich offen, in welcher Weise diese geschaltet werden[24]. Von den beiden Transitionen braucht jeweils nur eine geschaltet zu werden. Ebenso können sie gemeinsam oder überhaupt nicht geschaltet werden. Falls zwei nebenläufig aktivierte Transitionen t_1 und t_2 gemeinsam geschaltet werden, ist keine Präzedenzbeziehung[25] ihrer Schaltakte definiert. Dies läßt folgende Möglichkeiten zu:

- Die zeitliche Reihenfolge der Schaltakte von Transition t_1 und t_2 ist unbekannt.
- Die zeitliche Reihenfolge der Schaltakte von Transition t_1 und t_2 ist positiv bekannt:
  = Entweder geht der Schaltakt der Transition t_1 dem Schaltakt der Transition t_2 voran.
  = Oder der Schaltakt der Transition t_2 geht dem Schaltakt der Transition t_1 voran.
- Die zeitliche Reihenfolge der Schaltakte von Transition t_1 und t_2 ist negativ bekannt: Sie bilden keine zeitliche Reihenfolge, sondern geschehen gleichzeitig.

Alle vorgenannten Möglichkeiten lassen sich mit dem gemeinsamen Schalten zweier nebenläufig aktivierten Transitionen vereinbaren. Es kann auch offengelassen werden, welche dieser Möglichkeiten beim gemeinsamen Schalten der beiden Transitionen tatsächlich vorliegt. Dann wird von einem nebenläufigen Schalten der Transitionen gesprochen[26]. Das nebenläufige Schalten wird fortan als Standardstrategie für den Umgang mit nebenläufig aktivierten Transitionen vorausgesetzt[27]. Auf sein charakteristisches Offenhalten aller denkmöglichen Präzedenzbeziehungen wird in dieser Arbeit noch mehrfach zurückgekommen[28]. Es präzisiert die frühere intuitive Diktion, Schaltakte könnten "parallel" erfolgen.

Aufgrund der Definition nebenläufiger Aktivierung zweier Transitionen verhält sich das Ergebnis ihres gemeinsamen Schaltens invariant gegenüber der zeitlichen Anordnung der Schaltakte der beiden Transitionen: Sie können sowohl in jeder beliebigen zeitlichen Reihenfolge[29] als auch zeitgleich als auch zeitlich ungeordnet geschaltet werden, ohne daß sich hierdurch das Schaltresultat beeinflussen ließe. Wegen dieser Ergebnisinvarianz ist die zeitliche Anordnung dieser Schaltakte für das Verhalten eines Netzes irrelevant. Die Irrelevanz der zeitlichen Schaltaktanordnung rechtfertigt wiederum die o.a. Standardstrategie, das gemeinsame Schalten zweier nebenläufig aktivierten Transitionen auf keine der denkmöglichen Präzedenzbeziehungen zwischen den Schaltakten zu fixieren.

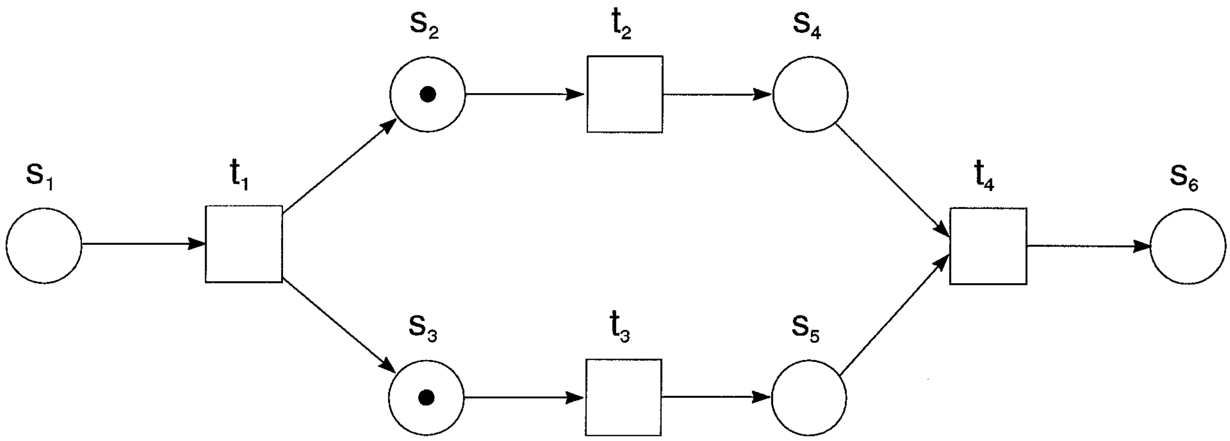
Zugleich wird nochmals der atemporale Charakter des Petrinetz-Konzepts unterstrichen: Wenn zwei Transitionen nebenläufig aktiviert sind und auch nebenläufig geschaltet werden, dann bleibt ihre zeitliche Anordnung vollkommen irrelevant und unbestimmt. Nur der Netzzustand der Referenzmarkierung M_r, unter der die beiden betrachteten Transitionen t_1 und t_2 nebenläufig aktiviert sind, und der Netzzustand der Folgemarkierung M_f, die durch das nebenläufige Schalten der beiden Transitionen hervorgebracht wird, sind wohldefiniert. Zwischen diesen beiden unmittelbar aufeinander folgenden Netzmarkierungen existiert nichts anderes als das zeitlose, punktförmige, unteilbare Ereignis des gemeinsamen Schaltens der beiden Transitionen. Dieses Schaltereignis kann bei nebenläufigem Schalten nicht in einzelne Schaltakte der beteiligten Transitionen t_1 und t_2 zerlegt werden. Daher wird das gemeinsame Schalten der beiden Transitionen selbst als ein Schaltakt bezeichnet. Er wird durch die ungeordnete Menge $\{t_1,t_2\}$ der gemeinsam geschalteten Transitionen notiert.

Für die nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen läßt sich eine hinreichende - aber keineswegs notwendige - Bedingung formulieren: Wenn zwei Transitionen unter einer Markierung simultan aktiviert sind und in ihren Nachbarschaften keine gemeinsamen Stellen besitzen, dann sind diese beiden Transitionen nebenläufig aktiviert[30]:

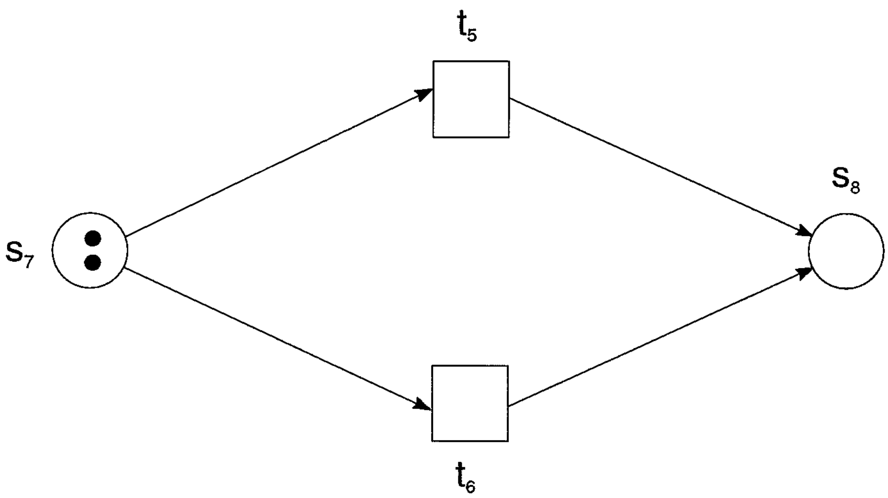
$$\begin{array}{ll} & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge (NA(t_1) \cap NA(t_2)) = \emptyset \\ \Rightarrow & NEB(t_1,t_2,M_r) \end{array}$$

Abb. 10 auf der nächsten Seite veranschaulicht die nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen. In beiden Netzen besitzen alle Kanten (kn_x,kn_y) das Standardgewicht $W(kn_x,kn_y)=1$. Die Stellen besitzen im oberen Netz jeweils die Kapazität von einer Marke, im unteren Netz dagegen von zwei Marken. Die beiden Transitionen t_2 und t_3 sind im oberen Netz nebenläufig aktiviert, weil sie keine gemeinsamen benachbarten Stellen besitzen. Auch die beiden Transitionen t_5 und t_6 aus dem unteren Netz sind nebenläufig aktiviert. Sie teilen zwar eine gemeinsame Ein- und eine gemeinsame Ausgangsstelle. Doch reichen die Markenanzahl der Eingangsstelle und die freie Markenkapazität der Ausgangsstelle aus, damit die Folgemarkierung nach dem gemeinsamen Schalten beider Transitionen zulässig bleibt. Für beide Netze gilt: Falls ihre nebenläufig aktivierten Transitionen gemeinsam geschaltet werden, so kann dies in jeder beliebigen Reihenfolge oder auch zeitgleich erfolgen. Es ist noch nicht einmal nötig, sich auf eine dieser Optionen festzulegen. Erfolgt dies nicht, weil die zeitliche Anordnung der Schaltakte unbestimmt bleibt, werden die zugehörigen Transitionen nebenläufig geschaltet.

Die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen kann dagegen immer darauf zurückgeführt werden, daß die beiden betroffenen Transitionen um knappe Ressourcen konkurrieren müssen. Dabei kann es sich entweder um die Ressource "Marke" handeln. Dies ist der Fall, weil die beiden simultan aktivierten Transitionen Marken auf ihren Eingangsstellen benötigen, um bei ihrem Schalten von dort über ihre Eingangskanten Marken abziehen zu können. Oder die Ressource "freie Markenkapazität" ist betroffen[31]. Denn die beiden simultan aktivierten Transitionen benötigen auf ihren Ausgangsstellen freie Markenkapazität, um bei ihrem Schalten über ihre Ausgangskanten dort Marken ablegen zu können. Auf diese Weise wird das Schalten von Transitionen in Netzen mit zwei komplementären Ressourcenkategorien "Marke" und "freie Markenkapazität" verknüpft, die jeweils für die Realisierung von Schaltakten erforderlich sind. Daher besitzt das Petrinetz-Konzept die interessante Eigenschaft, ereignishafte Schaltakte und daraus abgeleitete Prozesse nicht nur explizit ausdrücken zu können. Vielmehr wird auch die Realisierung dieser Schaltakte bzw. Prozesse mit den jeweils erforderlichen Ressourcen verbunden. Zu Konflikten kommt es immer dann, wenn weniger Marken bereitstehen oder wenn weniger Markenkapazität frei ist, als für das gemeinsame Schalten zweier simultan aktivierter Transitionen erforderlich wäre. In beiden Fällen wird von einem Ressourcen- oder Knappheitskonflikt gesprochen.



nebenläufige Aktivierung von t_2 und t_3



nebenläufige Aktivierung von t_5 und t_6

Abb. 10: nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen

Abb. 11 auf der nächsten Seite verdeutlicht die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen und die dabei zugrundeliegende Konkurrenz um knappe Ressourcen. In beiden Netzen besitzen alle Kanten (kn_x,kn_y) das Standardgewicht $W(kn_x,kn_y)=1$. Den Stellen s_m kommt jeweils die Markenkapazität $K(s_m)=1$ zu. Unter diesen Annahmen sind die Transitionen t_1 und t_2 konfliktionär aktiviert, weil sie um die eine Marke auf ihrer gemeinsamen Eingangsstelle s_1 konkurrieren. Die Transitionen t_3 und t_4 sind dagegen konfliktionär aktiviert, weil sie um die knappe Markenkapazität ihrer gemeinsamen Ausgangsstelle s_6 konkurrieren.

Die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen beruht also immer auf der Konkurrenz um knappe Ressourcen. Diese Ressourcen sind als Marken oder als freie Markenkapazitäten den Ein- bzw. Ausgangsstellen der involvierten Transitionen zugeordnet. Daraus folgt als eine notwendige - aber keineswegs hinreichende - Bedingung für die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen, daß sie in ihrem Vor- oder in ihrem Nachbereich über mindestens eine gemeinsame Ein- bzw. Ausgangsstelle verfügen müssen[32]. Er muß also gelten:

$$\begin{aligned} & KON(t_1,t_2,M_r) \\ \Rightarrow\quad & ((VB(t_1) \cap VB(t_2)) \neq \emptyset) \vee ((NB(t_1) \cap NB(t_2)) \neq \emptyset) \end{aligned}$$

oder äquivalent:

$$\begin{aligned} & KON(t_1,t_2,M_r) \\ \Rightarrow\quad & \exists(s_m \in S): (s_m \in VB(t_1) \wedge s_m \in VB(t_2)) \vee (s_m \in NB(t_1) \wedge s_m \in NB(t_2)) \end{aligned}$$

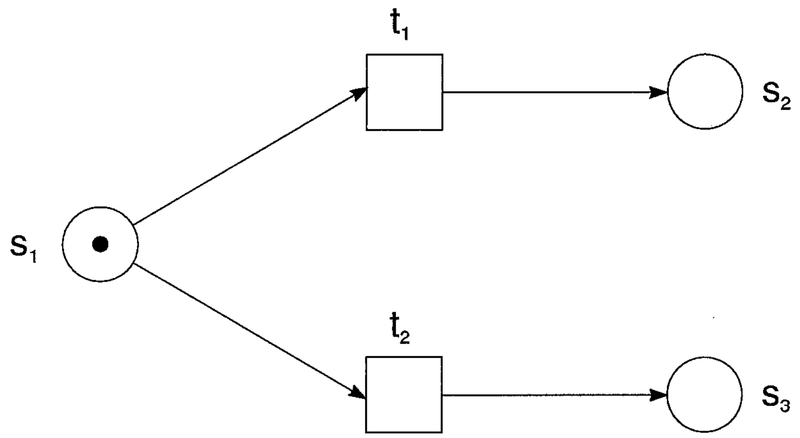
Aus der Kombination der notwendigen Bedingung für die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen mit der eingangs erfolgten Definition ihrer konfliktionären Aktivierung läßt sich eine dritte, wiederum äquivalente Definitionsvariante für das Prädikat der konfliktionären Aktivierung ableiten. Diese Reformulierung besitzt den Vorzug, daß nur noch die Stellen aus den Nachbarschaften zweier Transitionen betrachtet werden müssen, um ihre konfliktionäre Aktivierung zu überprüfen[33]:

$$\begin{aligned} & KON(t_1,t_2,M_r) \\ :\Leftrightarrow\quad & AKT(t_1,M_r) \wedge AKT(t_2,M_r) \wedge \ldots \\ & ((\exists(s_m \in (VB(t_1) \cap VB(t_2)): M_r(s_m) < W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2)) \\ & \vee (\exists(s_m \in (NB(t_1) \cap NB(t_2)): M_r(s_m) > K(s_m) + W(s_m,t_1) + W(s_m,t_2) - W(t_1,s_m) - W(t_2,s_m))) \end{aligned}$$

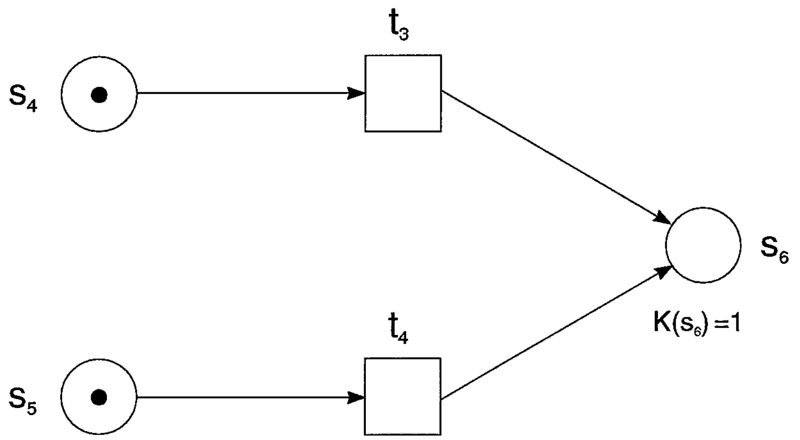
Für die konfliktionäre und die nebenläufige Aktivierung von Transitionen existieren zwei komplementäre Implikationen. Diese Implikationen werden in der Netzliteratur mitunter als äquivalente Definitionen konfliktionärer oder nebenläufiger Aktivierung behandelt. Es läßt sich jedoch zeigen, daß die Umkehrungen der Implikationen im allgemeinen nicht gelten[34].

Die erste Implikation betrifft die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen: Wenn das Schalten mindestens einer von den beiden Transitionen die Aktivierung der jeweils anderen Transition aufheben würde, dann sind beide Transitionen konfliktionär aktiviert. Formal läßt sich dieser Zusammenhang notieren als:

$$\begin{aligned} & (M_r [t_1\rangle M_{f(1)} \rightarrow \neg AKT(t_2,M_{f(1)})) \vee (M_r [t_2\rangle M_{f(2)} \rightarrow \neg AKT(t_1,M_{f(2)})) \\ \Rightarrow\quad & KON(t_1,t_2,M_r) \end{aligned}$$



konfliktionäre Aktivierung von t_1 und t_2



konfliktionäre Aktivierung von t_3 und t_4

Abb. 11: konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen

Es gilt jedoch nicht die Umkehrung. Denn es gibt konfliktionär aktivierte Transitionen, die sich beide isoliert schalten lassen, ohne hierdurch die Aktivierung der jeweils anderen Transition aufzuheben[35]. Dies ist in unreinen Netzen für Transitionen der Fall, die in 1-Schleifen eingebettet sind. Ein Beispiel hierfür ist in Abb. 12 auf der nächsten Seite angeführt. Gewichte und Markenkapazitäten aller Kanten bzw. Stellen betragen jeweils Eins. Unter der Referenzmarkierung M_r sind die Transitionen t_1 und t_2 gemeinsam aktiviert (obere Teilabbildung). Das Schalten der Transition t_1 (t_2) hebt die Aktivierung der Transition t_1 (t_2) unter der Folgemarkierung $M_{f(1)}$ ($M_{f(2)}$) keineswegs auf, wie aus Teilabbildung unten links (unten rechts) ersichtlich ist. Dennoch sind beide Transitionen unter der Markierung M_r konfliktionär aktiviert, weil ihr gemeinsames Schalten von der Stelle s_1 insgesamt zwei Marken abziehen würde. Die Belegung dieser Stelle durch nur eine Marke unter der Referenzmarkierung M_r mit $M_r(s_1)=1$ reicht jedoch nicht aus, um diesen Abfluß von zwei Marken über ihre beiden Ausgangskanten zu realisieren.

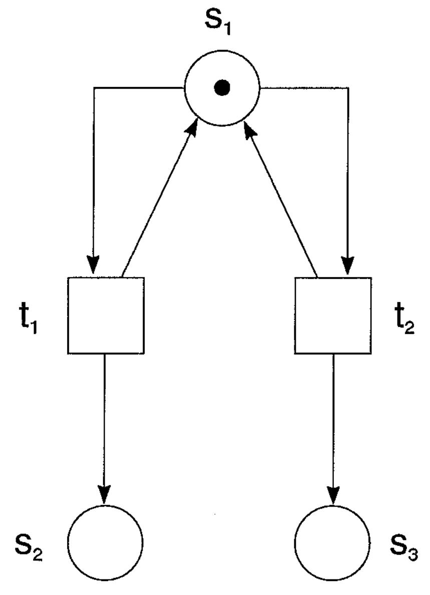
Die zweite, zur ersten komplementäre Implikation erstreckt sich auf zwei nebenläufig aktivierte Transitionen: Wenn zwei Transitionen nebenläufig aktiviert sind, dann hebt das isolierte Schalten der einen Transition die Aktivierung der jeweils anderen Transition nicht auf (vice versa). In formalisierter Notation gilt hierfür:

$$\begin{aligned} & NEB(t_1,t_2,M_r) \\ \Rightarrow\quad & (M_r[t_1\rangle M_{f(1)} \rightarrow AKT(t_2,M_{f(1)})) \wedge (M_r[t_2\rangle M_{f(2)} \rightarrow AKT(t_1,M_{f(2)})) \end{aligned}$$

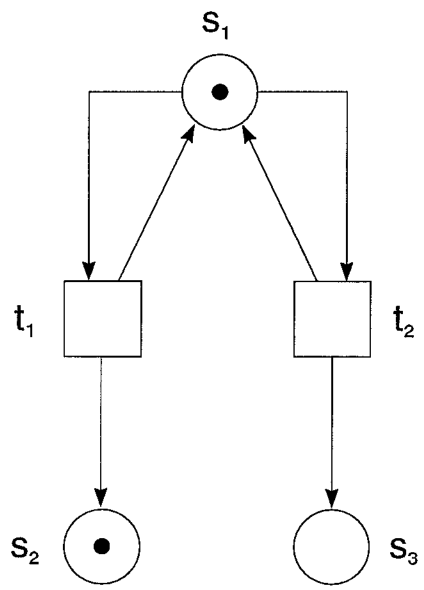
Abermals gilt nicht die Umkehrung. Vielmehr ist es möglich, daß zwei Transitionen unter derselben Markierung aktiviert sind und jede von ihnen isoliert geschaltet werden kann, ohne die Aktivierung der jeweils anderen zu beeinträchtigen, obwohl die beiden Transitionen nicht nebenläufig aktiviert sind. Als Illustrierung dieses Sachverhalts kann auf das zuletzt erörterte Beispiel aus der Abb. 12 verwiesen werden. Dort läßt sich die Transition t_1 (t_2) schalten, ohne die Aktivierung der Transition t_2 (t_1) aufzuheben. Dennoch sind die beiden Transitionen - wie oben aufgezeigt wurde - nicht nebenläufig, sondern konfliktionär aktiviert.

Die voranstehenden Ausführungen verdeutlichen die eingangs getroffene Feststellung, daß es sich bei der nebenläufigen und der konfliktionären Aktivierung zweier Transitionen um zueinander komplementäre[36] Konzepte handele. Dabei wurde das Attribut "komplementär" in zweierlei Hinsicht konkretisiert: Einerseits stellen die beiden Aktivierungsmodi kontradiktorische Gegenteile dar, sofern die betrachteten Transitionen simultan aktiviert sind[37]. Andererseits besitzen die beiden zuletzt behandelten Implikationen entgegengesetzt gleiche formale Strukturen[38].

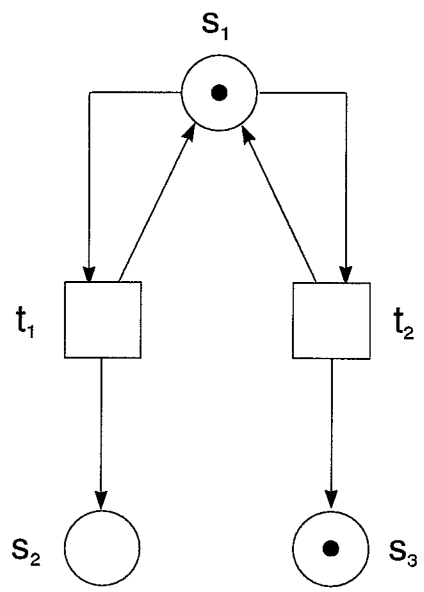
Die Konzepte der konfliktionären oder nebenläufigen Aktivierung von jeweils zwei Transitionen lassen sich auf beliebige Transitionenmengen ausdehnen, die jeweils mindestens zwei Transitionen umfassen. Sie werden als Transitionenmengen TT_a mit $TT_a=\{t_{n(1)},...,t_{n(Wa)}\}$, $W_a\in \mathcal{N}_+$, $W_a\geq 2$ und $t_{n(w)}\in T$ für alle $w\in\{1,...,W_a\}$ notiert. Eine solche Transitionenmenge heißt unter einer Referenzmarkierung M_r genau dann nebenläufig oder konfliktionär aktiviert, wenn alle mengenzugehörigen Transitionen unter derselben Markierung M_r simultan aktiviert sind und ihr gemeinsames Schalten zu einer zulässigen bzw. unzulässigen Folgemarkierung führen würde. Unter Rückgriff auf die bereits hergeleiteten Definitionen für den Grenzfall von genau zwei nebenläufig oder konfliktionär aktivierten Transitionen gilt hierfür[39]:



Markierung M_r



Folgemarkierung $M_{f(1)}$ nach Schalten von Transition t_1



Folgemarkierung $M_{f(2)}$ nach Schalten von Transition t_2

Abb. 12: konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen in einer 1-Schleife

$$
\begin{aligned}
& NEB(TT_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(s_m \in S): (M_r(s_m) \geq \max\{W(s_m,t_1),W(s_m,t_2)\}) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq \min\{K(s_m)+W(s_m,t_1)-W(t_1,s_m), K(s_m)+W(s_m,t_2)-W(t_2,s_m)\}) \\
& \quad \wedge (\Sigma(t_{n(w)} \in TT_a):W(s_m,t_{n(w)}) \leq M_r(s_m)) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq K(s_m)+\Sigma(t_{n(w)} \in TT_a):W(s_m,t_{n(w)})-W(t_{n(w)},s_m))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& KON(TT_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow\ & (\forall(s_m \in S): (M_r(s_m) \geq \max\{W(s_m,t_1),W(s_m,t_2)\}) \\
& \quad \wedge (M_r(s_m) \leq \min\{K(s_m)+W(s_m,t_1)-W(t_1,s_m), K(s_m)+W(s_m,t_2)-W(t_2,s_m)\})) \\
& \wedge (\exists(s_m \in S): (\Sigma(t_{n(w)} \in TT_a):W(s_m,t_{n(w)}) > M_r(s_m)) \\
& \quad \vee (M_r(s_m) > K(s_m)+\Sigma(t_{n(w)} \in TT_a):W(s_m,t_{n(w)})-W(t_{n(w)},s_m)))
\end{aligned}
$$

Die nebenläufige Aktivierung einer Transitionenmenge TT_a mit $\#(TT_a)\geq 2$ läßt sich auch vereinfacht dadurch ausdrücken, daß alle mengenzugehörigen Transitionen paarweise nebenläufig aktiviert sind[40)]. Wäre dies für mindestens ein Transitionenpaar nicht der Fall, so würde schon das Schalten dieses einen Paares zu einer unzulässigen Folgemarkierung führen. Dies widerspräche aber dem Vorliegen einer nebenläufig aktivierten Transitionenmenge. Daher gilt mit Hilfe des Prädikats $NEB(t_1,t_2,M_r)$ für die nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen für jede nebenläufig aktivierte Transitionenmenge TT_a in äquivalenter Weise:

$$
\begin{aligned}
& NEB(TT_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(t_{n(x)} \in TT_a)\ \forall(t_{n(y)} \in (TT_a-\{t_{n(x)}\})): NEB(t_{n(x)},t_{n(y)},M_r)
\end{aligned}
$$

Zwischen Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen einerseits und Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen anderseits besteht ein komplementäres Verhältnis, sofern es sich bei den ersten um maximale und bei den zweiten um minimale Mengen handelt.

Eine Menge TT_a nebenläufig aktivierter Transitionen heißt maximal, wenn die Erweiterung dieser Menge um eine beliebige Transition, die zuvor noch nicht zu dieser Menge gehörte, dazu führen würde, daß die Vereinigungsmenge keine Menge nebenläufig aktivierter Transitionen wäre. Das Prädikat $NEB_{max}(TT_a,M_r)$ drückt aus, daß eine Menge TT_a nebenläufig aktivierter Transitionen unter der Markierung M_r maximal ist:

$$
\begin{aligned}
& NEB_{max}(TT_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow\ & NEB(TT_a,M_r) \wedge (\forall(t_{n(w)} \in (T-TT_a)): \neg NEB(TT_a \cup \{t_{n(w)}\},M_r))
\end{aligned}
$$

Eine Menge TT_a konfliktionär aktivierter Transitionen heißt minimal, wenn die Eliminierung einer beliebigen Transition aus dieser Menge dazu führen würde, daß die Restmenge keine Menge konfliktionär aktivierter Transitionen wäre[41)]. Das Prädikat $KON_{min}(TT_a,M_r)$ zeigt an, daß eine Menge TT_a konfliktionär aktivierter Transitionen unter der Markierung M_r minimal ist:

$$
\begin{aligned}
& KON_{min}(TT_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow\ & KON(TT_a,M_r) \wedge (\forall(t_{n(w)} \in TT_a): \neg KON(TT_a-\{t_{n(w)}\},M_r))
\end{aligned}
$$

Unter derselben Markierung M_r können sowohl mehrere minimale Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen als auch mehrere maximale Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen existieren.

Den Existenzbeweis liefert Abb. 13 auf der nächsten Seite. Hier sind die Mengen $TT_3 = \{t_2,t_4,t_5\}$, $TT_4 = \{t_2,t_5,t_6\}$, $TT_5 = \{t_2,t_4,t_6\}$, $TT_6 = \{t_3,t_4,t_5\}$, $TT_7 = \{t_3,t_5,t_6\}$ und $TT_8 = \{t_3,t_4,t_6\}$ jeweils maximale Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen. Dagegen stellen die Mengen $TT_1 = \{t_2,t_3\}$ und $TT_2 = \{t_4,t_5,t_6\}$ jeweils minimale Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen dar.

Des weiteren veranschaulicht Abb. 13 die komplementäre Beziehung zwischen maximalen Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen und minimalen Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen. Wenn mehrere maximale Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen existieren, dann verhalten sich diese Mengen in dem Sinne zueinander konfliktionär, daß das nebenläufige Schalten aller Transitionen aus einer dieser Mengen die nebenläufige Aktivierung aller anderen maximalen Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen aufhebt[42)]. Beispielsweise ist nach dem Schalten der Transitionen aus der Menge $TT_6 = \{t_3,t_4,t_5\}$ keine der anderen maximalen Mengen TT_a ehemals nebenläufig aktivierter Transitionen mit $a \in \{3,4,5,7,8\}$ unter der Folgemarkierung M_f nebenläufig aktiviert.

In der umgekehrten Richtung gilt eine ähnliche, aber nur abgeschwächte Beziehung. Wenn es mehrere minimale Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen gibt, dann verhalten sich diese Mengen zueinander schwach-nebenläufig. Dies bedeutet, daß das Schalten von Transitionen in einer dieser Mengen die konfliktionäre Aktivierung der Transitionen in denjenigen anderen minimalen Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen nicht beeinflußt, die mit der erstgenannten Menge keine gemeinsamen Ein- oder Ausgangsstellen teilen. Denn die Voraussetzung disjunkter Nachbarschaften derjenigen Transitionen, die zu den betrachteten minimalen Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen gehören, stellt sicher, daß die Transitionen aus verschiedenen der vorgenannten Mengen paarweise nebenläufig aktiviert sein müssen[43)].

Bisher wurden nur die Beziehungen zwischen *verschiedenen* Transitionen erörtert, die unter derselben Markierung M_r aktiviert sind. Im Rahmen des Petrinetz-Konzepts kann jedoch auch die Frage aufgeworfen werden, ob *dieselbe* Transition auch gemeinsam mit oder nebenläufig zu sich selbst schalten darf (multiples Schalten)[44)].

Ein solches *multiples Schalten* wäre grundsätzlich immer dann möglich, wenn eine Transition mehrfach aktiviert wäre. Dies setzt erstens voraus, daß sich auf den Eingangsstellen der Transition genügend Marken befinden, um den Markenfluß entlang der Eingangskanten der Transition mindestens zweifach zu realisieren. Zweitens müßte auf den Ausgangsstellen der Transition noch hinreichend Markenkapazität zur Verfügung stehen, um den Markenfluß entlang der Ausgangskanten der Transition ebenso mindestens zweifach zuzulassen. Wären diese Bedingungen erfüllt, könnte die Transition uno actu mehrfach - also nebenläufig mit sich selbst - schalten.

Dieser Spezialfall *mehrfacher Aktivierung* und multiplen Schaltens einer Transition wird in dieser Arbeit jedoch nicht berücksichtigt. Denn er führte einerseits zu einer erheblichen formalen Komplizierung[45)], ohne für die Modellierung von Maschinenbelegungen bei Flexiblen Fertigungssystemen erforderlich zu sein. Andererseits bereitete es erhebliche Schwierigkeiten zu erklären, was das multiple Schalten einer Transition materiell bedeuten sollte. Der Verf. sieht keinen erfolgversprechenden Ansatz, diese Interpretationslücke in plausibler Weise zu schließen. Daher wird vereinbart: Jede Transition ist unter jeder Markierung höchstens einfach aktiviert[46)]; sie kann unter einer Markierung höchstens einmal geschaltet werden[47)].

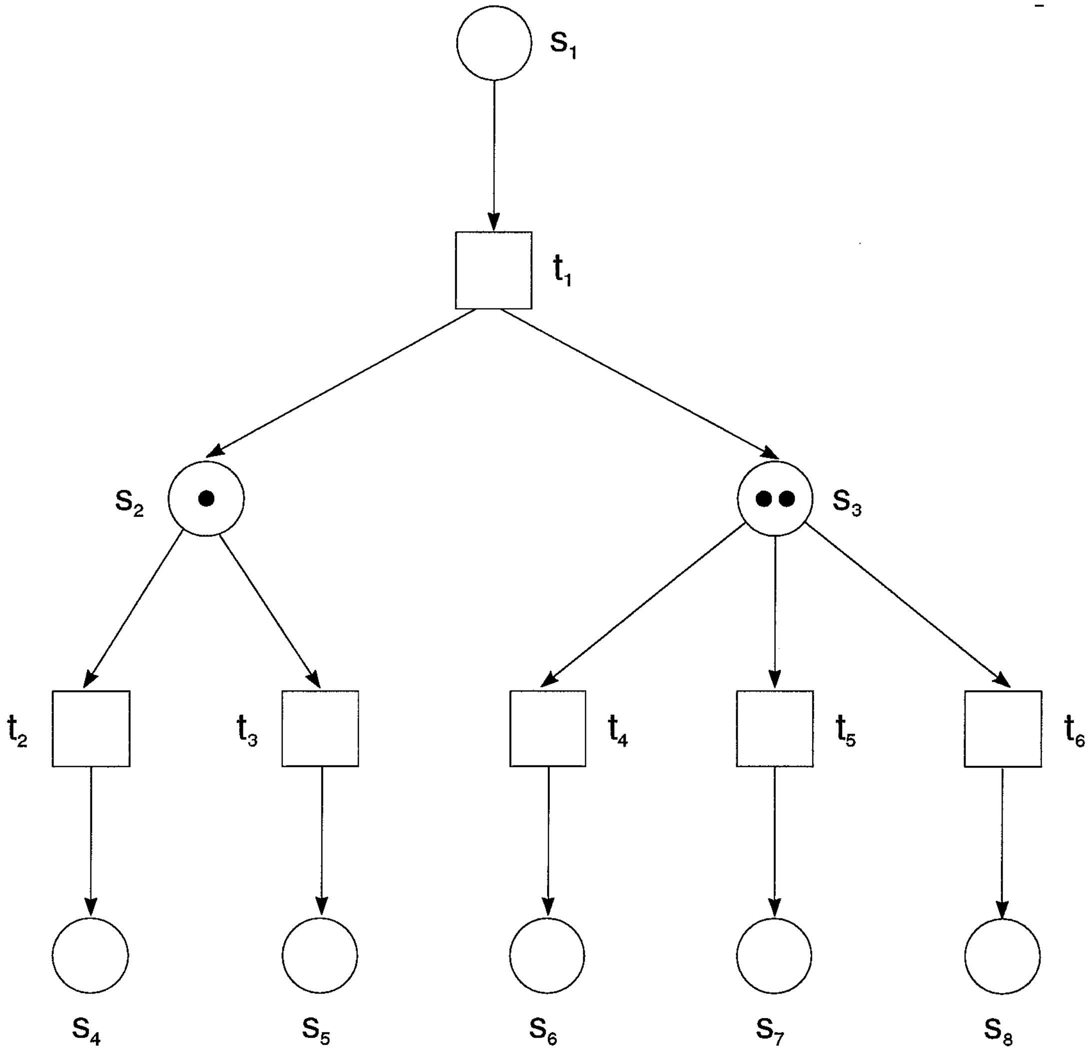


Abb. 13: maximale Mengen nebenläufig und
minimale Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen

Schließlich läßt sich eine zweistellige Nebenläufigkeitsrelation für Transitionen einführen[48]: Zwei Transitionen t_1 und t_2 stehen genau dann in der Nebenläufigkeitsrelation NEB_r, wenn sie unter der Markierung M_r nebenläufig aktiviert sind:

$$NEB_r(t_1,t_2) \;:\Leftrightarrow\; NEB(t_1,t_2,M_r)$$

Die Nebenläufigkeitsrelation NEB_r stellt eine irreflexive, nontransitive und symmetrische Relation dar. Ihre Irreflexivität folgt aus der voranstehenden Vereinbarung, daß die mehrfache Aktivierung einer Transition unter derselben Markierung ausgeschlossen wird. Die Nontransitivität der Nebenläufigkeitsrelation wird durch das einfache Netz der nachfolgenden Abb. 14 veranschaulicht. Unter der dort dargestellten Markierung sind einerseits die beiden Transitionen t_1 und t_2 sowie andererseits die beiden Transitionen t_2 und t_3 jeweils nebenläufig aktiviert. Dennoch sind die beiden Transitionen t_1 und t_3 nicht nebenläufig, sondern konfliktionär aktiviert. Denn sie konkurrieren gemeinsam um die eine Marke, die sich auf der Stelle s_1 befindet. Die fehlende nebenläufige Aktivierung der Transitionen t_1 und t_3 läßt die Transitivität der Nebenläufigkeitsrelation nicht zu. Die Symmetrie der Nebenläufigkeitsrelation ergibt sich aus dem trivialen Sachverhalt, daß die nebenläufige Aktivierung zweier Transitionen gegenüber der Reihenfolge der Transitionsnennung invariant ist. Daher impliziert $NEB(t_1,t_2,M_r)$ stets auch $NEB(t_2,t_1,M_r)$.

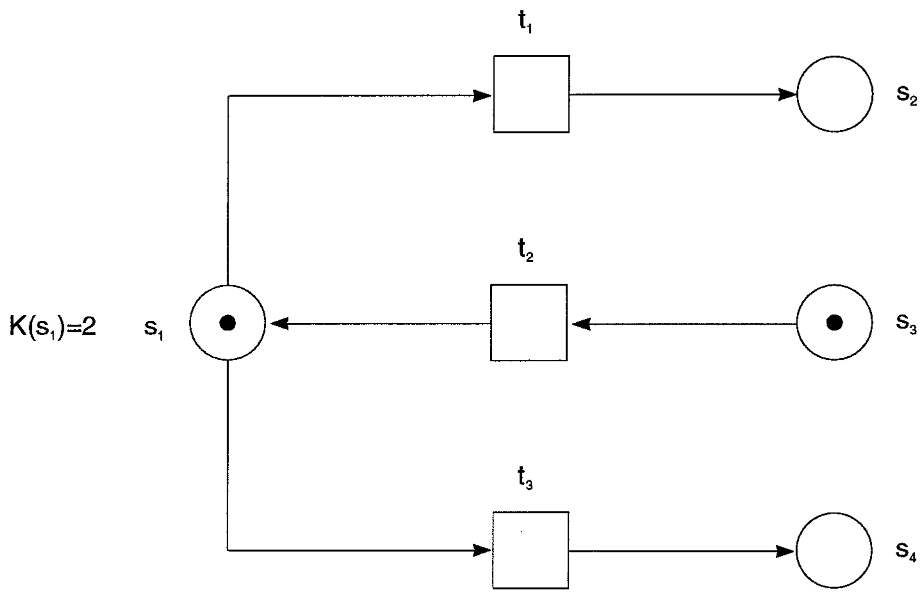


Abb. 14: Transitivitätsverletzung der Nebenläufigkeitsrelation

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. PAGNONI (1990), S. 21.

2) Eine äquivalente Formulierung für die Nebenläufigkeit von Netzen liegt vor, wenn die Halbordnung der Schaltakte ihrer Transitionen hervorgehoben wird. Auf die inhaltliche Entsprechung zwischen Nebenläufigkeit und Halbordnungen von Ereignisgeschehnissen (Transitionsschaltakten) wurde bereits in einer früheren Anmerkung hingewiesen. Vgl. zur Betonung des Sachverhalts, daß die Schaltakte der Transitionen von Petrinetzen nur einer Halbordnung unterliegen, SHAPIRO,R. (1969), S. 24; SHAPIRO,R. (1972), S. 3.28.
Vgl. darüber hinaus zur Thematisierung des Phänomens "Nebenläufigkeit" (concurrency) im eng verwandten Bereich der Koordinierung verteilter Informationsverarbeitungs- oder Datenbanksysteme BERNSTEIN (1980), S. 18ff., insbesondere S. 21ff.

3) Die nachfolgende Argumentation wird zwar im Kontext von Stelle/Transition-Netzen entfaltet. Aber die Phänomene der nebenläufigen und konfliktionären Aktivierung von Transitionen zeichnen im Petrinetz-Konzept die Dynamik aller Netzklassen aus, sofern sie überhaupt eine dynamische Struktur besitzen. Daher wird hier der Begriff "Netze" im früher erläuterten Sinne einer generischen Kennzeichnung verwendet. Er erstreckt sich insbesondere auch auf alle Klassen von Petrinetzen, die in dieser Arbeit aus den Stelle/Transition-Netzen abgeleitet werden.
Die vorgenannten Phänomene treffen dagegen weder auf Allgemeine Netze noch auf Petrinetze i.e.S. zu. Denn diese beiden Netzklassen kennen keine Netzmarkierungen und darauf fußende Schaltakte von Transitionen. Daher ist für solche Netze eine dynamische Netzstruktur überhaupt nicht definiert.

4) Falls die Schaltakte nicht unmittelbar aufeinander folgen, liegen in einem sequentiellen Prozeß mehrere Netzmarkierungen dazwischen.

5) Vgl. dazu die formale Darstellung sequentieller Prozesse. Sie bestehen aus der iterierten Alternation je eines Schaltakts und je einer Netzmarkierung.

6) Der Begriff paralleler Schaltakte wird hier in einer ersten groben Annäherung als intuitiv anschauliche Sachverhaltsumschreibung benutzt. Er wird später als nebenläufiges Schalten von Transitionen präzisiert.

7) Es wurde an früherer Stelle vereinbart, alle Abhängigkeiten zwischen den Schaltakten von Transitionen, die sich im Petrinetz-Konzept ausdrücken lassen, als "kausal" zu bezeichnen. Dieser weit gefaßte Begriff kausaler Abhängigkeit erstreckt sich nicht nur auf die kausalgesetzliche Determiniertheit im engeren Sinne, die in einer früheren Anmerkung für Ereignisgeschehnisse näher ausgeführt wurde. Vielmehr betrifft er alle horizontalen und vertikalen Abhängigkeiten zwischen Ereignissen, die in einem Netz als Transitionen dargestellt werden. So können zwei Transitionen auch aufgrund einer Integritätsbedingung unter derselben Markierung so aktiviert sein, daß sie entweder gemeinsam schalten müssen oder aber nicht gemeinsam schalten dürfen. In diesem Fall verhalten sich die beiden Transitionen horizontal interdependent. Ebenso ist es möglich, daß zwei Transitionen in der topologischen Netzstruktur so miteinander verknüpft sind, daß ihre Schaltakte nur nacheinander erfolgen können. Eine solche vertikale Interdependenz kann sowohl auf einer kausalgesetzlich determinierten als auch auf einer dispositiv bestimmten Abhängigkeit der beiden Transitionen beruhen. In allen vorgenannten Fällen liegt eine kausale Abhängigkeit i.w.S. zwischen den involvierten Transitionen vor. Dies wird fortan als bekannt vorausgesetzt. Daraus folgt, daß die kausale Unabhängigkeit von nebenläufig aktivierten Transitionen nicht nur deren kausalgesetzliche Unabhängigkeit umfaßt, sondern auch deren dispositive und integritätsbezogene Unabhängigkeit.

8) Vgl. zur nebenläufigen Aktivierung von Transitionen PAGNONI (1990), S. 20f.

9) Ob die Unterscheidung zwischen nebenläufiger und konfliktionärer Aktivierung eine vollständige Disjunktion bildet - oder ob mindestens noch ein weiterer Aktivierungsmodus existiert - wird an anderer Stelle geklärt.

10) Vgl. zur konfliktionären Aktivierung von Transitionen PAGNONI (1990), S. 20f.; ABEL,D. (1990), S. 17.

11) Die konfliktionäre Abhängigkeit zweier Transitionen, die unter derselben Markierung aktiviert sind, wird später als die Konkurrenz ihrer Schaltakte um knappe Ressourcen präzisiert. Dies ist aber nur eine mögliche Ausprägung der kausalen Abhängigkeit zwischen Transitionen. Denn der Begriff kausaler Abhängigkeit wurde bereits so weit gefaßt, daß er alle horizontalen und vertikalen Ereignisabhängigkeiten einschließt.

12) Eine konfliktfrei aktivierte Transition braucht keineswegs nebenläufig aktiviert zu sein. Denn unter einer Markierung, unter der nur genau eine aktivierte Transition existiert, ist diese Transition notwendig konfliktfrei aktiviert. Aber es gibt qua Voraussetzung keine zweite aktivierte Transition, bezüglich derer die eine Transition nebenläufig aktiviert sein könnte.

13) Die nebenläufige und konfliktionäre Aktivierung von Transitionen werden in der Netzliteratur durchaus definiert. Nur geschieht dies im allgemeinen nicht im Rahmen der formalen Netzdefinition. Statt dessen werden die beiden Aktivierungsmodi zumeist nur in natürlichsprachlicher Weise zur formalen Netzdefinition hinzugefügt.

Dabei erstreckt sich die Natürlichsprachlichkeit zunächst nur auf den Akt des Hinzufügens. Des öfteren werden aber auch die beiden o.a. Aktivierungsmodi selbst nicht formal spezifiziert, sondern natürlichsprachlich umschrieben.

14) Der formalsprachliche Prädikatsbegriff wird im Rahmen der Prädikatenlogik 1. Stufe präzisiert.

15) Vgl. dazu die vervollständigte Netzdefinition in Kapitel 3.3.3.

16) Diese Qualifizierung ist keineswegs trivial. Denn später wird auch der Frage nachgegangen, ob eine Transition "gemeinsam mit sich selbst" schalten kann; Näheres dazu unter dem Aspekt des multiplen Schaltens.

17) Es wurde schon verdeutlicht, daß das Schalten von Transitionen im Petrinetz-Konzept zunächst vollkommen unabhängig von der Anschauungsform "Zeit" definiert ist. Nicht nur die Schaltakte selbst werden als zeitlose, punktartige Ereignisse behandelt. Darüber hinaus werden auch die Netzmarkierungen ohne Bezug auf zeitliche Vorstellungsinhalte definiert. Eine Netzmarkierung kann zwar als ein Netzzustand aufgefaßt werden, aber mit dieser Zustandsvorstellung darf im Rahmen des Petrinetz-Konzepts zunächst nicht assoziiert werden, daß sich der Netzzustand über ein wohldefiniertes Zeitintervall erstrecke. Aus der atemporalen Perspektive des Petrinetz-Konzepts "dauert" eine Netzmarkierung nicht, sondern liegt einfach vor. Daher ist der zeitbezogene Begriff der "simultanen" Aktivierung zweier Transitionen strenggenommen überhaupt nicht definiert. Er wird hier nur als rein metaphorische Sprechweise zugelassen, um die Diktion zu vereinfachen. Eine zeitartige Assoziation darf mit dem Begriff der simultanen Aktivierung jedoch nicht verknüpft werden. Auf die zugrundeliegende Atemporalität des Petrinetz-Konzepts wird noch ausführlich zurückgekommen. Vgl. darüber hinaus die Diskussion, die im Kontext von Zeitnetzen aufgezeigt, daß sich aus der Perspektive des Petrinetz-Konzepts zwischen der Simultaneität und der Gleichzeitigkeit des Schaltens von Transitionen präzise unterscheiden läßt.

18) Die Formulierung, die beiden Transitionen t_1 und t_2 würden "gemeinsam" geschaltet, impliziert keine bestimmte zeitliche Anordnung ihrer Schaltakte. Es wird hiermit noch nicht einmal die Vorstellung einer beliebigen - somit unbestimmten - Schaltaktanordnung assoziiert. Dies folgt aus der Atemporalität des Petrinetz-Konzepts, die bereits in der voranstehenden Anmerkung skizziert wurde. Statt dessen ist eine zeitliche Ordnung für die Schaltakte der beiden Transitionen t_1 und t_2 überhaupt nicht definiert. Daher wird ihr gemeinsames Schalten als das Schalten der Transitionenmenge $\{t_1,t_2\}$ notiert. Da jede Menge eine *ungeordnete* Zusammenfassung ihrer Elemente darstellt, ist es unmöglich, eine Anordnung der beiden Transitionen in diesem gemeinsamen Schaltakt festzustellen. Später wird dieser mengentheoretische Ansatz für die Repräsentation einer zeitlichen Nichtordnung zum Konzept des Schaltschritts ausgebaut.

19) Eine abweichende Konfliktdefinition gibt ABEL,D. (1990), S. 17. Er sieht einen Konflikt zwischen zwei Transitionen unter einer Markierung dann als gegeben an, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind. Erstens müssen beide Transitionen unter der Markierung aktiviert sein. Zweitens muß das Schalten der einen Transition die Aktivierung der anderen Transition aufheben. Diese Definitionsvariante ist in der Netzliteratur oftmals anzutreffen. Dennoch bevorzugt der Verf. die oben vorgestellte Definition. Denn sie erlaubt einerseits eine symmetrische Definition von Konflikt und Nebenläufigkeit. Andererseits lenkt sie die Definitionsperspektive darauf, daß die "Essenz" konfliktionärer Aktivierung in der Verhinderung von Nebenläufigkeit liegt. Bei ABEL's Definitionsvariante wird dies nicht deutlich, weil er nur die Konsequenz des Schaltens einer isolierten Transition anspricht. Die beiden vorgenannten Argumente beschränken sich keineswegs auf "formalästhetische" Symmetrievorliebe und Nebenläufigkeitsfokussierung. Vielmehr führen sie zu der Konsequenz, daß die hier vorgelegte Definition konfliktionärer Aktivierung bei Netzen mit 1-Schleifen von ABEL's Definitionsvariante abweicht. Vgl. dazu die Erörterungen zu den Implikationen von konfliktionärer und nebenläufiger Aktivierung.

20) Eine Markierung M_f ist genau dann zulässig, wenn unter ihr die Markenzahlen aller Stellen weder negativ sind noch deren Markenkapazitäten überschreiten.

21) Die Additivität von Schaltwirkungen folgt aus zwei Gründen. Erstens sind die Schaltwirkungen einzelner Transitionen als *lokale* Markenflüsse definiert, die in keiner Weise von anderen Transitionen beeinflußt werden. Denn die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion bezog sich jeweils nur auf genau eine, von allen anderen Transitionen isolierte Transition. Falls sich zwei Transitionen überhaupt beeinflussen können, so wird dies im Petrinetz-Konzept durch ihre Schaltvoraussetzungen, nicht aber durch ihre Schaltwirkungen ausgedrückt. Die Beeinflussungsmöglichkeit qua Schaltvoraussetzung wird hier als nebenläufige oder konfliktionäre Aktivierung von Transitionen präzisiert. Zweitens stellen die Markenflüsse, die von zwei unabhängig schaltenden Transitionen hervorgerufen werden, rein arithmetisch definierte Konstrukte dar. Der Gesamtwert zweier unabhängiger arithmetischer Konstrukte ergibt sich stets als die Summe der einzelnen Konstruktwerte. Daher ist auch der Gesamteffekt zweier gemeinsam geschalteter Transitionen die Summe ihrer einzelnen Schaltwirkungen (Markenflüsse).

22) Die beiden ursprünglich eingeführten Aktivierungsprädikate erfordern, zwei simultan aktivierte Transitionen gemeinsam, aber hypothetisch zu schalten. Nur auf diese Weise läßt sich feststellen, ob die prädikatskonstitutive zulässige oder unzulässige Folgemarkierung resultiert. Falls dabei erkannt wird, daß eine unzulässige Folgemarkierung eintreten würde, muß das hypothetische Schalten der beiden Transitionen zurückgenommen werden. Auch für zwei nebenläufig aktivierte Transitionen kann es erforderlich sein, ihr hypothetisches Schalten zurückzusetzen,

obwohl sie - per definitionem - keine unzulässige Folgemarkierung hervorgebracht haben. Dies ist immer dann der Fall, wenn nur die nebenläufige Aktivierung festgestellt werden sollte, ohne die derart aktivierten Transitionen auch tatsächlich schalten zu wollen. Aufgrund der Permissivität der Schaltregel von Netzen ist dies durchaus möglich.
Die nunmehr präsentierten äquivalenten Formulierungen der Prädikate für die nebenläufige oder konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen nehmen dagegen auf Folgemarkierungen keinen Bezug. Daher kann das hypothetische Ermitteln dieser Markierungen ebenso vermieden werden wie die Gefahr, die Schaltakte nachträglich wieder zurücknehmen zu müssen. Statt dessen kann das Vorliegen der beiden hier betrachteten Aktivierungsmodi unmittelbar festgestellt werden. Dazu brauchen lediglich die aktuelle Referenzmarkierung M_r und zwei Komponenten der statischen Netzstruktur - die Kapazitätsfunktion K und die Gewichtsfunktion W - untersucht zu werden.

23) Vgl. hinsichtlich der nebenläufigen Aktivierung BEST,E. (1985e), S. 14 (dort allerdings in bezug auf die alternative Aktivierungsbedingung, die in einer früheren Anmerkung angesprochen wurde).

24) Dabei wird das Nichtschalten von Transitionen auch als eine Schaltweise angesehen. Aktivierte Transitionen brauchen grundsätzlich nicht geschaltet zu werden. Darauf wurde schon hingewiesen. Dieser Aspekt wird an späterer Stelle als Permissivität der Schaltregel von Stelle/Transition-Netzen nochmals aufgegriffen.

25) Unter einer Präzedenzbeziehung zwischen zwei Objekten wird jede Anordnung dieser beiden Objekte in der Anschauungsform "Zeit" verstanden. Präzedenzbeziehungen drücken also zweistellige Relationen mit zeitartigem Charakter dar.

26) Bei einem solchen nebenläufigen Schalten zweier Transitionen ist die Präzedenzbeziehung ihrer Schaltakte *grundsätzlich unbestimmt*. Das ist nicht das Gleiche wie die o.a. Möglichkeit, daß die Präzedenzbeziehung *unbekannt* sei. Denn eine unbekannte Präzedenzbeziehung kann ohne exogenen Wissenserwerb niemals in eine bekannte Präzedenzbeziehung verwandelt werden. Welche Präzedenzbeziehungen bekannt oder unbekannt sind, ist keine Ermessensfrage, sondern eine empirische Frage. Anders verhält es sich mit einer unbestimmten Präzedenzbeziehung. Sie drückt lediglich aus, daß bei der Netzgestaltung zunächst auf eine Bestimmung der Präzedenzbeziehung *verzichtet* worden ist. Dies stellt aber eine Ermessensentscheidung dar, die sich jederzeit widerrufen läßt. Auch ohne exogenen Wissenserwerb kann die Entscheidung getroffen werden, eine Präzedenzbeziehung, die vormals unbestimmt war, nachträglich doch noch - z.B. als eine Reihenfolge - zu bestimmen.

27) Das schließt jedoch nicht aus, daß bei Bedarf jede der oben aufgelisteten Möglichkeiten, nebenläufig aktivierte Transitionen zu schalten, ergriffen werden kann.

28) Vgl. vor allem die Ausführungen zum Sequentialisierungsverzicht im Rahmen der opportunistischen Koordinierungsstrategie von PPS-Systemen.

29) Dies entspricht dem Kriterium der "Serialisierbarkeit", das im Kontext paralleler Informationsverarbeitungssysteme größere Beachtung genießt; vgl. z.B. BERNSTEIN (1980), S. 21f. u. 27ff. Allerdings wird das Serialisierbarkeitskriterium mitunter nur auf die Ergebnisinvarianz bezüglich *mindestens einer* zeitlichen Reihenfolge bezogen; vgl. BERNSTEIN (1980), S. 21. Diese Auffassung ist enger als die Ergebnisinvarianz des Schaltens nebenläufiger Transitionen. Denn im letztgenanten Fall bleibt das Schaltresultat für *alle* denkmöglichen Reihenfolgen der Transitionsschaltakte unverändert.

30) Wenn zwei Transitionen disjunkte Nachbarschaften besitzen, dann ist in der o.a. Definition des Prädikats $NEB(t_1,t_2,M_r)$ immer mindestens eines der Gewichte $W(s_m,t_1)$ und $W(s_m,t_2)$ sowie mindestens eines der Gewichte $W(t_1,s_m)$ und $W(t_2,s_m)$ gleich Null. Unter dieser Voraussetzung ist die Referenzmarkierung $M_r(s_m)$ jeder Stelle s_m vor dem gemeinsamen Schalten der beiden Transitionen t_1 und t_2 immer groß genug, um den Markenfluß entlang ihrer Ausgangskante(n) realisieren zu können (entsprechend dem ersten Teil des Konjugats hinter dem Allquantor), und hinreichend klein, damit der Markenfluß entlang ihrer Eingangskante(n) ihre Markenkapazität nicht überschreitet (entsprechend dem zweiten Teil des Konjugats hinter dem Allquantor). Also führt das gemeinsame Schalten beider simultan aktivierten Transitionen mit Sicherheit zu einer zulässigen Folgemarkierung. Folglich müssen sie nebenläufig aktiviert sein.

31) Es handelt sich hierbei um einen abstrakten Ressourcenbegriff, der nicht dem intuitiven Ressourcenbegriff entspricht. Aus intuitiver Perspektive lassen sich Ressourcen als etwas Vorhandenes begreifen, das für das Erreichen eines Zweckes ge- oder verbraucht werden kann. Freie Markenkapazitäten stellen dagegen in kontraintuitiver Weise etwas Nichtvorhandenes dar, nämlich die Abwesenheit von kapazitätsausschöpfenden Marken. Solches Nichtvorhandenes läßt sich nicht ge- oder verbrauchen, um einen Zweck zu verwirklichen.

32) Wäre dies nicht der Fall, besäßen beide Transitionen disjunkte Nachbarschaften. Dann wäre in der o.a. Definition des Prädikats $KON(t_1,t_2,M_r)$ hinter dem Existenzquantor immer mindestens eines der Gewichte $W(s_m,t_1)$ und $W(s_m,t_2)$ sowie mindestens eines der Gewichte $W(t_1,s_m)$ und $W(t_2,s_m)$ gleich Null. Unter dieser Voraussetzung könnte aber keine Stelle s_m existieren, deren Folgemarkierung $M_f(s_m)$ nach dem gemeinsamen Schalten der beiden Transitionen t_1 und t_2 negativ wäre (entsprechend dem ersten Teil des Adjugats hinter dem Existenzquantor) oder ihre Markenkapazität übersteigen würde (entsprechend dem zweiten Teil des Adjugats hinter dem Existenzquantor). Das

Entstehen solcher unzulässigen Folgemarkierungen für alle Stellen s_m des Netzes wäre durch die vorausgesetzte simultane Aktivierung der beiden Transitionen t_1 und t_2 sichergestellt. Daher könnten die beiden Transitionen nicht konfliktionär aktiviert sein. Folglich handelt es sich bei der o.a. Bedingung einer gemeinsamen Ein- oder Ausgangsstelle um eine notwendige Voraussetzung für die konfliktionäre Aktivierung.

33) Diese Einschränkung auf die Nachbarschaften von Transitionen ist für die Implementierung von Analysealgorithmen für Netze vorteilhaft. Denn die Untersuchung der Aktivierung von Transitionen braucht in diesem Fall nicht auf mehr auf alle, sondern nur auf die inzidenten Stellen bezogen zu werden. Darüber hinaus wird diese nachbarschaftsbezogene Definition der konfliktionären Aktivierung auch bei der späteren Einführung von transitionenbezogenen Prioritätsordnungen für die Konfliktauflösung benutzt.

34) Dies wird nachfolgend anhand von Gegenbeispielen demonstriert. Die Implikationen können nur für den Sonderfall reiner Netze durch Äquivalenzen ersetzt werden. Denn die Gegenbeispiele beruhen stets auf 1-Schleifen, die in reinen Netzen per definitionem nicht existieren. Auf diese Einschränkung wird jedoch zumeist nicht explizit hingewiesen. Zugleich wird hieran nochmals deutlich, daß 1-Schleifen bei der Untersuchung des Schaltverhaltens von Netzen besondere Schwierigkeiten bereiten.

35) Genau diesen Sonderfall deckt die Konfliktdefinition von ABEL,D. (1990), S. 17, nicht ab. Denn sie fordert für die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen, daß das Schalten der einen Transition die Aktivierung der anderen Transition aufheben muß. Auf diese abweichende Konfliktdefinition wurde schon in einer früheren Anmerkung hingewiesen.

36) Im Sprachgebrauch des Operations Research würde eher von "dualen" Konzepten gesprochen.

37) Diese Einschränkung ist wichtig. Würde sie nicht erhoben, so wären die nebenläufige und die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen keine kontradiktorischen, sondern nur konträre Konzepte. Denn zwei Transitionen brauchen nicht simultan aktiviert zu sein: Falls mindestens eine von ihnen nicht aktiviert ist, dann sind beide zusammen nicht simultan aktiviert und a fortiori weder nebenläufig noch konfliktionär aktiviert. Ein solches Tertium widerspricht aber dem Prinzip des ausgeschlossenen Dritten, dem alle kontradiktorischen Konzepte - zumindest im Rahmen der konventionellen (nicht konstruktivistischen) Logik unterliegen. Folglich wären die nebenläufige und die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen keine kontradiktorischen Konzepte; q.e.d.

38) Dabei wird vorausgesetzt, daß nur simultan aktivierte Transitionen betrachtet werden. Auf die Bedeutung dieses Postulats wurde bereits in der voranstehenden Anmerkung hingewiesen. Unter dieser Prämisse ist die konfliktionäre Aktivierung zweier Transitionen das kontradiktorische Gegenteil ihrer nebenläufigen Aktivierung: $KON(t_1,t_2,M_r) \Leftrightarrow \neg NEB(t_1,t_2,M_r)$. Dann ist aber die zweite der beiden o.a. Implikationen die Kontraposition der ersten Implikation (vice versa). Eine Implikation und ihre Kontraposition besitzen immer die entgegengesetzt gleiche formale Struktur; q.e.d.

Im Detail gilt: Wenn zwei Formeln p_a und p_b eine Implikation der Form $p_a \Rightarrow p_b$ bilden, dann heißt die Implikation $\neg(p_b) \Rightarrow \neg(p_a)$ die Kontraposition zur erstgenannten Implikation dar. Die beiden oben vorgestellten Implikationen erfüllen dieses Kontrapositionsverhältnis. Denn es läßt sich zeigen, daß die objektsprachliche Formeln $p_a \rightarrow p_b$ und $\neg(p_b) \rightarrow \neg(p_a)$, die den vorgenannten metasprachlichen Implikationen zugrundeliegen, äquivalent sind:

$$\begin{aligned} (p_a \rightarrow p_b) &\Leftrightarrow (\neg(p_a) \vee p_b) \\ &\Leftrightarrow (\neg[\neg(p_b)] \vee [\neg(p_a)]) \\ &\Leftrightarrow (\neg(p_b) \rightarrow \neg(p_a)) \qquad \text{q.e.d.} \end{aligned}$$

Da Implikationen als logisch wahre - d.h. allgemeingültige - Subjugate lediglich eine Verallgemeinerung von Subjugaten auf der metasprachlichen Ebene darstellen, gilt die vorgenannte Äquivalenz erst recht für jede Implikation und deren Kontraposition.

39) Mit "Σ" wird der Summen(bildungs)operator notiert. Der nachgestellte eingeklammerte Ausdruck gibt jeweils den Bereich der anzuwendenden Summanden an.

40) Für eine konfliktionär aktivierte Transitionenmenge existiert diese Reformulierungsmöglichkeit im allgemeinen nicht. Zwar bringt das gemeinsame Schalten aller Transitionen per definitionem eine unzulässige Folgemarkierung hervor. Doch braucht das gemeinsame Schalten von nur zwei Transitionen aus dieser Menge keineswegs ebenso zu einer unzulässigen Folgemarkierung zu führen. Folglich müssen je zwei Transitionen auch nicht konfliktionär aktiviert zu sein. Diese paarweise konfliktionäre Aktivierung aller mengenzugehörigen Transitionen trifft erst auf die unten vorgestellten minimalen Mengen konfliktionär aktivierter Transitionen zu.

41) Jede zweielementige Menge konfliktionär aktivierter Transitionen ist minimal, weil die Restmenge, die nach Eliminierung einer Transition verbleibt, nur noch ein Element umfaßt. Für eine einzelne Transition ist aber die konfliktionäre Aktivierung nicht definiert.

42) Da die betrachtete Menge nebenläufig aktivierter Transitionen als maximal vorausgesetzt ist, muß ihre Erweiterung um jede zusätzliche Transition (Ergänzungstransition) per definitionem die nebenläufige Aktivierung dieser Menge aufheben. Dies gilt insbesondere auch für ihre Erweiterung um jeweils eine beliebige Transition aus den anderen maximalen Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen (sofern solche vorhandenen sind).
Einerseits bringt das Schalten der Transitionen aus der nicht-erweiterten Menge per definitionem immer eine zulässige Folgemarkierung hervor. Andererseits kann der Verlust der nebenläufigen Aktivierung der betrachteten Menge nach ihrer Erweiterung um eine Ergänzungstransition nur darauf beruhen, daß das gemeinsame Schalten aller Transitionen aus der erweiterten Menge zu einer unzulässigen Folgemarkierung führen würde. Daher muß daß nebenläufige Schalten aller Transitionen aus der betrachteten, nicht-erweiterten Menge die Aktivierung der Ergänzungstransition aufheben. Da diese Aktivierungsaufhebung für jede beliebige Ergänzungstransition gilt, wird die nebenläufige Aktivierung aller maximalen Mengen nebenläufig aktivierter Transitionen, die von der betrachteten Menge verschieden sind, durch das nebenläufige Schalten der letztgenannten aufgehoben; q.e.d.

43) Dies folgt unmittelbar aus der bereits angeführten Implikation, daß Transitionen mit disjunkten Nachbarschaften unter einer Markierung nebenläufig aktiviert sein müssen, sofern sie unter dieser Markierung aktiviert sind.

44) Vgl. zur Möglichkeit, das nebenläufige Schalten einer Transition mit sich selbst in Erwägung zu ziehen, STARKE (1988a), S. 218. PAGNONI (1990), S. 136, 142, 160 u. 164, bejaht diese Möglichkeit sogar definitiv (auf S. 160 allerdings in bezug auf Prädikat/Transition-Netze).

45) Diese formalen Probleme würden dadurch verursacht, daß als Schaltschritte nicht mehr Teilmengen aus der Transitionenmenge T angesetzt werden dürften. Statt dessen müßten Multimengen über der Transitionenmenge T verwendet werden. Multimengen werden zwar in dieser Arbeit für Synthetische Netze eingeführt, dienen aber nicht zur Formulierung von Schaltschritten. Sie würden auch das konventionelle mengen- und relationentheoretische sowie arithmetische Fundament der Stelle/Transition-Netze sprengen, wenn sie schon für diese Netzklasse herangezogen würden, um multiples Schalten zu ermöglichen.

46) Da mehrfache Aktivierungen ausgeschlossen sind, wird die einfache Aktivierung einer Transition in dieser Arbeit nur als Aktivierung der Transition angesprochen.

47) Das gleiche Verbot, Transitionen nebenläufig zu sich selbst schalten zu lassen, findet sich auch bei STARKE (1988a), S. 218.

48) Diese Nebenläufigkeitsrelation "NEB_r" entspricht zwar inhaltlich der Nebenläufigkeitsrelation "co", die in einer früheren Anmerkung erwähnt wurde. Beide Relationen sind aber formal unterschiedlich definiert.

3.3.2.1.2 Die schaltschrittbezogene Schaltregel

Bei der Einführung der Schaltregeln SR_t und SR_{Ft} wurde unter einer Markierung jeweils nur eine aktivierte Transition betrachtet. Daher stellen alle nicht-degenerierten Schaltfolgen SF_L mit $L \geq 2$, die mit Hilfe dieser Schaltregeln gebildet werden, immer lineare Abfolgen schaltender Transitionen dar. Sie besitzen rein sequentiellen Charakter. Diese eingeschränkte Betrachtungsweise ist jedoch keineswegs notwendig[1)].

Vielmehr ist es in Stelle/Transition-Netzen grundsätzlich möglich, daß unter derselben Markierung beliebig[2)] viele Transitionen aktiviert sind. Wenn sich alle aktivierten Transitionen zueinander konfliktionär verhalten, kann nur eine von ihnen geschaltet werden. Sofern aber eine Teilmenge dieser Transitionen nebenläufig aktiviert ist, ist es möglich, die nebenläufig aktivierten Transitionen unter derselben Markierung zu schalten. Dies wurde schon früher als "simultanes" oder - präziser - als nebenläufiges Schalten von Transitionen eingeführt. Allerdings brauchen keineswegs alle Transitionen, die unter einer Referenzmarkierung nebenläufig aktiviert sind, tatsächlich geschaltet zu werden. Statt dessen ist es ebenso zulässig, keine oder genau eine dieser Transitionen zu schalten. Allgemein ist es zulässig, entweder jede nicht-leere Teilmenge aus einer Menge nebenläufig aktivierter Transitionen zu schalten oder aber auf das Schalten jeder Transition aus dieser Menge zu verzichten.

Durch die vorgenannten Alternativen bietet die dynamische Struktur von Stelle/Transition-Netzen ein breites Spektrum unterschiedlicher Netzverhaltensweisen an. Um diese Vielfalt zu systematisieren, werden zunächst für jede Referenzmarkierung M_r vier Aktivierungsmuster unterschieden:

- Ein "Deadlock"[3)] liegt vor, wenn unter der Markierung M_r überhaupt keine Transition aktiviert ist. Eine solche Deadlock-Markierung wird durch das Symbol M_D vertreten. Hierfür gilt:

  $M_r = M_D \;:\Leftrightarrow\; (\forall(t_n \in T): \neg AKT(t_n, M_r))$

  Unter einer Deadlock-Markierung kann zwar keine Transition schalten, da keine Aktivierungsbedingung erfüllt ist. Als formaler Grenzfall wird aber zugelassen, daß unter jeder Deadlock-Markierung die Nullschaltfolge $SF_0 = \varnothing$ "aktiviert" ist[4)] und infolgedessen auch schalten kann[5)].

- Es ist nur genau eine Transition aktiviert, die geschaltet werden kann, aber nicht muß. Wenn mehrere Markierungen mit diesem Aktivierungsmuster aufeinander folgen, indem die jeweils eine aktivierte Transition geschaltet wird, dann liegt notwendig ein sequentieller Prozeß vor.

- Unter der Referenzmarkierung sind zwar mehrere Transitionen aktiviert; aber alle sind zueinander konfliktionär aktiviert. Auch dann kann höchstens eine Transition geschaltet werden, ohne daß sie geschaltet werden muß. Falls mehrere Markierungen mit diesem Aktivierungsmuster aufeinander folgen, indem jeweils eine der konfliktionär aktivierten Transitionen geschaltet wird, läuft wiederum notwendig ein sequentieller Prozeß ab.

- Mindestens zwei Transitionen sind nebenläufig aktiviert. Dann besteht der Freiheitsgrad, von allen nebenläufig aktivierten Transitionen keine, eine, mehrere oder alle zu schalten. Wenn mehrere Markierungen mit diesem Aktivierungsmuster aufeinander folgen, indem jeweils mindestens eines der nebenläufig aktivierten Transitionen geschaltet wird, geschieht ein nebenläufiger Prozeß. Seine Charakteristik ist unterbestimmt. Je nachdem, wie der Freiheitsgrad beim Transitionsschalten genutzt wird, kann sowohl ein sequentieller als auch ein nicht-sequentieller Prozeß resultieren.

Um diese vier Aktivierungsmuster formal einheitlich zu behandeln, wird das Konzept der Schaltschritte eingeführt. Schaltschritte stellen das allgemeinste Konstrukt dar, das vom Petrinetz-Konzept für die Formulierung der dynamischen Netzstruktur vorgehalten wird. Es gibt keinen Aspekt der Netzdynamik, d.h. kein denkmögliches Verhalten eines Netzes, das sich nicht mit der Hilfe von Schaltschritten ausdrücken ließe. Dies gilt auch in bezug auf die früher eingeführten Konstrukte des Schaltens einzelner Transitionen und daraus abgeleiteten Schaltfolgen. Denn sie können als spezielle - degenerierte[6)] bzw. iterierte[7)] - Ausprägungen von Schaltschritten rekonstruiert werden.

Ein Schaltschritt ist eine nicht-leere Menge aus Transitionen des zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes[8)]. Mit "pot$_+$" als positivem Potenzmengenoperator, der aus einer Bezugsmenge die Gesamtheit aller ihrer nicht-leeren Teilmengen erzeugt, gilt hierfür:

$$SS_a \in pot_+(T)$$
$$SS_a = \{ t_{n(w)}: \underline{\exists}(W_a \in \mathcal{N}_+)\ \forall(w \in \{1,...,W_a\}): t_{n(w)} \in T \}$$

Ein solcher Schaltschritt wird fortan als Transitionenmenge $SS_a = \{t_{n(w)}: w=1,...,W_a\}$ mit $W_a \in \mathcal{N}_+$ und $\emptyset \neq SS_a \subseteq T$ notiert. Ein Schaltschritt heißt degeneriert, falls er aus genau einer Transition besteht[9)]. Andernfalls heißt er nicht-degeneriert. Die Menge SSM aller Schaltschritte, die für ein Stelle/Transition-Netz definiert sind[10)], fällt mit der Menge aller nicht-leeren Teilmengen seiner Transitionenmenge T zusammen:

$$SSM = \{SS_a: SS_a \in pot_+(T)\} \Leftrightarrow SSM = pot_+(T)$$

Für die Aktivierung eines Schaltschritts kann vollständig auf bereits eingeführte Aktivierungsprädikate zurückgegriffen werden. Ein Schaltschritt SS_a heißt unter einer Markierung M_r genau dann aktiviert, wenn gilt:

- Die Transition $t_{n(1)}$ eines degenerierten Schaltschritts ist unter der Markierung M_r aktiviert.
- Ein nicht-degenerierter Schaltschritts ist bezüglich der Markierung M_r eine nebenläufig aktivierte Transitionenmenge.

Die Aktivierung eines Schaltschritts unter einer Referenzmarkierung M_r wird durch das Aktivierungsprädikat $AKT(SS_a,M_r)$ notiert. Aufgrund der voranstehenden inhaltlichen Festlegung wird es formal definiert durch:

$$\begin{aligned} & AKT(SS_a,M_r) \\ :\Leftrightarrow\ & (SS_a=\{t_{n(1)}\} \rightarrow AKT(t_{n(1)},M_r)) \wedge ... \\ & ((SS_a=\{t_{n(w)}: w \in \{1,...,W_a\}\} \wedge W_a \geq 2) \rightarrow NEB(SS_a,M_r)) \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der früher eingeführten Definitionen für die Aktivierung einzelner Transitionen oder mehrelementiger Transitionenmengen gilt für die Aktivierung eines Schaltschritts in äquivalenter Weise:

$$\begin{aligned} & AKT(SS_a,M_r) \\ :\Leftrightarrow\ & (\forall(s_m \in S): (\Sigma(t_{n(w)} \in SS_a): W(s_m,t_{n(w)}) \leq M_r(s_m)) \\ & \qquad \wedge (M_r(s_m) \leq K(s_m) + \Sigma(t_{n(w)} \in SS_a): W(t_{n(w)},s_m) - W(s_m,t_{n(w)})) \end{aligned}$$

Ein Schaltschritt heißt maximal bezüglich der Markierung M_r[11], wenn er unter der Markierung M_r aktiviert ist und jede Erweiterung um eine Transition t_n, die im Schaltschritt nicht enthalten ist, dazu führen würde, daß der erweiterte Schaltschritt SS_a $\{t_n\}$ nicht mehr aktiviert wäre. Notiert wird diese Schaltschritteigenschaft durch das Prädikat $AKT_{max}(SS_a,M_r)$, für das gilt:

$$
\begin{aligned}
& AKT_{max}(SS_a,M_r) \\
:\Leftrightarrow \quad & AKT(SS_a,M_r) \wedge (\forall(t_n \in (T\text{-}SS_a)): \neg AKT(SS_a \cup \{t_n\},M_r))
\end{aligned}
$$

Jeder nicht-degenerierte Schaltschritt SS_a ist genau dann maximal, wenn er eine maximale Menge nebenläufig aktivierter Transitionen darstellt[12].

Die Ausführung eines Schaltschritts SS_a, der unter einer Referenzmarkierung M_r aktiviert ist, bewirkt einen Markierungsübergang zur Folgemarkierung M_f. Bei der Schaltschrittausführung werden alle schaltschrittzugehörigen Transitionen t_n nebenläufig geschaltet. Für das Schaltereignis jeder involvierten Transition wurde früher das Konzept des Schaltakts eingeführt. Da alle Transitionen zum selben Schaltschritt gehören, müssen ihre Schaltakte $sa_{r.n.f}$ jeweils dieselbe Referenzmarkierung M_r und dieselbe Folgemarkierung M_f wie der ausgeführte Schaltschritt SS_a besitzen. Daher läßt sich das transitionsbezogene Schaltakt-Konzept zu einem schaltschrittbezogenen Konzept einfach dadurch erweitern, daß die schaltschrittzugehörigen Transitionen t_n durch den ausgeführten Schaltschritt SS_a ersetzt werden[13]. Daher gilt für jeden Schaltakt $sa_{r.a.f}$, bei dem ein Schaltschritt SS_a ausgeführt wird:

$$sa_{r.a.f} \;:\Leftrightarrow\; (AKT(SS_a,M_r) \wedge M_r\,[SS_a\rangle\, M_f)$$

Die Ausführung eines degenerierten Schaltschritts unterscheidet sich nicht vom Schalten seiner einen Transition[14]. Daher liegt ein einfacher Schaltakt vor. Beim Ausführen eines nicht-degenerierten Schaltschritts werden dagegen mehrere Transitionen nebenläufig geschaltet. In diesem Fall wird von einem mehrfachen, multiplen oder komplexen Schaltakt gesprochen.

Für das nebenläufige Schalten von genau zwei Transitionen wurde bereits die Schaltwirkung beschrieben: Sie ist invariant gegenüber der zeitlichen Anordnung der Schaltakte der beiden beteiligten Transitionen. Daher ließ sich der Gesamteffekt des gemeinsamen Schaltens beider Transitionen als die Summe ihrer isolierten Schaltwirkungen bestimmen. Dieser Ansatz wird für das Ausführen eines nicht-degenerierten Schaltschritts verallgemeinert. Seine Schaltwirkung kann auf zwei formal verschiedene, aber ergebnisidentische Weisen ermittelt werden. Die Schaltwirkung eines Schaltschritts $SS_a = \{t_{n(w)}: w=1,\ldots,W_a\}$ mit $W_a \geq 2$ ist:

- ❏ die Folgemarkierung, die durch Addition der Schaltwirkungen aller schaltschrittzugehörigen Transitionen entsteht[15];
- ❏ die Folgemarkierung, die nach Ausführen einer Schaltfolge SF_a resultiert, die genau alle Transitionen $t_{n(w)}$ aus dem Schaltschritt SS_a in einer *beliebigen* Permutation enthält[16].

Alle voranstehend erläuterten Charakteristika von Schaltschritten werden durch die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S in inhaltlich äquivalenter, aber formal präzisierter Weise zusammengefaßt. Entsprechend zu den beiden Alternativen für die Ermittlung der Schaltwirkung läßt sich eine additive Schaltregel-Funktion $SR_{S.1}$ und eine permutative Schaltregel-Funktion $SR_{S.2}$ formulieren. Die additive Variante bezieht sich ausschließlich auf Schaltschritte. Die permutative Alternative führt dagegen das Ausführen eines Schaltschritts auf die sukzessive Anwendung der früher definierten transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t zurück[17]. Für beide Schaltregel-Funktionen gilt mit identischer Schaltwirkung $\underline{M}_f = SR_{S.1}(\underline{M}_r,SS_a) = SR_{S.2}(\underline{M}_r,SS_a)$[18]:

a) Additive Schaltregel-Funktion für Schaltschritte:

$SR_{S.1}$: $\mathcal{N}_0^M \times pot_+(T) \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r, SS_a) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{S.1}(\underline{M}_r, SS_a)$; sofern $AKT(SS_a, \underline{M}_r)$

mit:

$$\forall(s_m \in S): M_f(s_m) = M_r(s_m) + \Sigma(t_n \in SS_a): W(t_n, s_m) - W(s_m, t_n)$$

b) Permutative Schaltregel-Funktion für Schaltschritte:

$SR_{S.2}$: $\mathcal{N}_0^M \times pot_+(T) \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r, SS_a) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{S.2}(\underline{M}_r, SS_a)$; sofern $AKT(SS_a, \underline{M}_r)$

mit:

$SS_a = \{t_{n(w)}: w=1,...,W_a\}$ [19]

$$\Rightarrow (M_{r(0)}=M_r \wedge M_{r(0)}[t_{n(1)}\rangle M_{r(1)} \wedge ... \wedge M_{r(Wa-1)}[t_{n(Wa)}\rangle M_{r(Wa)} \wedge M_{r(Wa)}=M_f)$$

und:

$$\forall(w \in \{1,...,W_a\}): M_{r(w-1)}[t_{n(w)}\rangle M_{r(w)} \leftrightarrow M_{r(w)} = SR_t(t_{n(w)}, M_{r(w-1)})$$

In speziellen Kontexten kann auch die besonders kompakte Notation von Inzidenzmatrizen von Vorteil sein[20]. Um die Inzidenzmatrix $\underline{C}$ eines Netzes anwenden zu können, muß zunächst der Schaltvektor $\underline{sv}_a$ des Schaltschritts SS_a bestimmt werden. Es handelt sich um einen N-stelligen Spaltenvektor mit den Komponenten $sv_{a.n}$ und $n \in \{1,...,N\}$. Er zeigt durch die alternativen Werte $sv_{a.n}=1$ und $sv_{a.n}=0$ seiner Komponenten $sv_{a.n}$ an, ob die Transition t_n zum Schaltschritt SS_a gehört bzw. nicht gehört[21]. Folglich gilt:

$$\underline{sv}_a^{tr} = (sv_{a.n}: n \in \{1,...,N\} \wedge (sv_{a.n}=1 \leftrightarrow t_n \in SS_a) \wedge (sv_{a.n}=0 \leftrightarrow t_n \notin SS_a))$$

Auf dieser Grundlage kann die additive Schaltregel-Funktion $SR_{S.1}$ als Schaltregel-Funktion $SR_{S.3}$ mit Inzidenzmatrixbezug kompakter formuliert werden:

$SR_{S.3}$: $\mathcal{N}_0^M \times pot_+(T) \rightarrow \mathcal{N}_0^M$

$(\underline{M}_r, SS_a) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{S.3}(\underline{M}_r, SS_a) = \underline{M}_r + \underline{C} \bullet \underline{sv}_a$; sofern $AKT(SS_a, \underline{M}_r)$

Infolge ihrer größeren formalen Eleganz und Kompaktheit bevorzugt der Verf. die additive Variante der Schaltregel-Funktion. Dagegen verzichtet er in der Regel[22] auf die noch weiterreichende Kompaktifizierung mittels des Inzidenzmatrixbezugs. Diese Zurückhaltung wurde schon an früherer Stelle begründet. Unter der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S wird daher im folgenden - wenn nicht ausdrücklich anders vereinbart - stets die additive Funktionsvariante $SR_{S.1}$ verstanden[23].

Analog zur Erweiterung der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion auf Schaltfolgen kann auch vom Ausführen eines Schaltschritts zum Ausführen einer Schaltfolge SF_L der Länge $L \in \mathcal{N}_0$ übergegangen werden. Schaltfolgen beziehen sich jetzt allerdings nicht mehr auf das sukzessive Schalten einzelner Transitionen, sondern auf das Ausführen ganzer Schaltschritte. Sie erfüllen daher die Bedingung $SF_L \in (pot_+(T))^L$. Nicht-degenerierte Schaltfolgen, in denen nacheinander einzelne Transitionen geschaltet werden, wurden bereits als sequentielle oder lineare Schaltfolgen benannt. Dagegen heißen Schaltfolgen, die aus Schaltschritten bestehen, nebenläufige Schaltfolgen. Dies gilt sowohl für nicht-degenerierte als auch für degenerierte Schaltfolgen aus Schaltschritten[24]. Dabei wird zwischen zwei Varianten der Nebenläufigkeit unterschieden:

- Eine Schaltfolge heißt nebenläufig i.w.S., sobald ihre Komponenten Schaltschritte darstellen. Hinsichtlich der Eigenschaften dieser Schaltschritte werden keine Voraussetzungen getroffen. Jede der oben eingeführten nebenläufigen Schaltfolgen SF_L ist daher nebenläufig i.w.S. Auch jede Schaltfolge, die nur aus degenerierten Schaltschritten besteht, stellt eine nebenläufige Schaltfolge i.w.S. dar[25].
- Eine Schaltfolge wird dagegen als nebenläufig i.e.S. oder echt nebenläufig bezeichnet, falls sie mindestens einen nicht-degenerierten Schaltschritt umfaßt. Dann werden unter mindestens einer Markierung mindestens zwei Transitionen nebenläufig geschaltet. Daher ist es unmöglich, für die Schaltakte der Transitionen aus *allen* Schaltschritten einer Schaltfolge i.e.S. eine lineare Anordnung zu definieren. Deshalb werden nebenläufige Schaltfolgen i.e.S. auch als nicht-sequentielle oder nonlineare Schaltfolgen bezeichnet[26].

Fortan werden nebenläufige Schaltfolgen stets im weiten Sinne aufgefaßt. Falls die eng definierte Variante gemeint ist, wird sie explizit als Nebenläufigkeit i.e.S. oder echte Nebenläufigkeit angesprochen. Durch die alternierende Verschränkung von Schaltschrittausführungen und Netzmarkierungen resultieren wiederum die Prozesse $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ eines Netzes[27]:

- entartete Prozesse mit L=0:

  $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)=(M_r) \;:\Leftrightarrow\; (SF_0=() \wedge MF_0=(M_r))$

- einfache Prozesse mit L=1:

  $PRO_{r.f}(SF_1,MF_1)=(M_r,t_n,M_f) \;:\Leftrightarrow\; (SF_1=(SS_{a(1)}) \wedge MF_1=(M_r,M_f))$

- komplexe Prozesse mit L≥2:

  $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)=(M_r=M_{r(0)},SS_{a(1)},M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},SS_{a(L)},M_{r(L)}=M_f)$

  $:\Leftrightarrow\; (SF_L=(SS_{a(1)},\dots,SS_{a(L)}) \wedge MF_L=(M_{r(0)},M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},M_{r(L)}))$

Von einem echt nebenläufigen, nicht-sequentiellen oder nonlinearen Schaltprozeß wird gesprochen, wenn ein nicht-entarteter Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit $L\in \mathcal{N}_+$ mindestens einen nicht-degenerierten Schaltschritt $SS_{a(l)}$ mit $l\in\{1,\dots,L\}$ und $\#(SS_{a(1)})\geq 2$ enthält. Daher stellt auch ein einfacher Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit L=1 einen echt nebenläufigen Schaltprozeß dar, sofern sein Schaltschritt $SS_{a(1)}$ aus mindestens zwei Transitionen besteht. Ein sequentieller oder linearer Schaltprozeß liegt dagegen vor, wenn alle Schaltschritte $SS_{a(l)}$ eines komplexen Prozesses $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit $L\in \mathcal{N}_+$ und L≥2 jeweils aus genau einer Transition $t_{n(l)}$ bestehen[28]. Ein einfacher Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit L=1, dessen einer Schaltschritt $SS_{a(1)}$ wegen $SS_{a(1)}=\{t_{n(1)}\}$ nur genau eine Transition enthält, stellt weder einen sequentiellen noch einen nebenläufigen Schaltprozeß dar. Er wird auch als unärer Schaltprozeß bezeichnet. Wenn keine nähere Festlegung erfolgen soll, welcher der vorgenannten Schaltprozesse gemeint ist, wird von einem nebenläufigen Schaltprozeß - oder kurz: Prozeß - geredet. Abb. 15 auf der nächsten Seite faßt die verschiedenartigen Schaltprozesse zusammen, die mit Hilfe der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_{FS} definiert wurden.

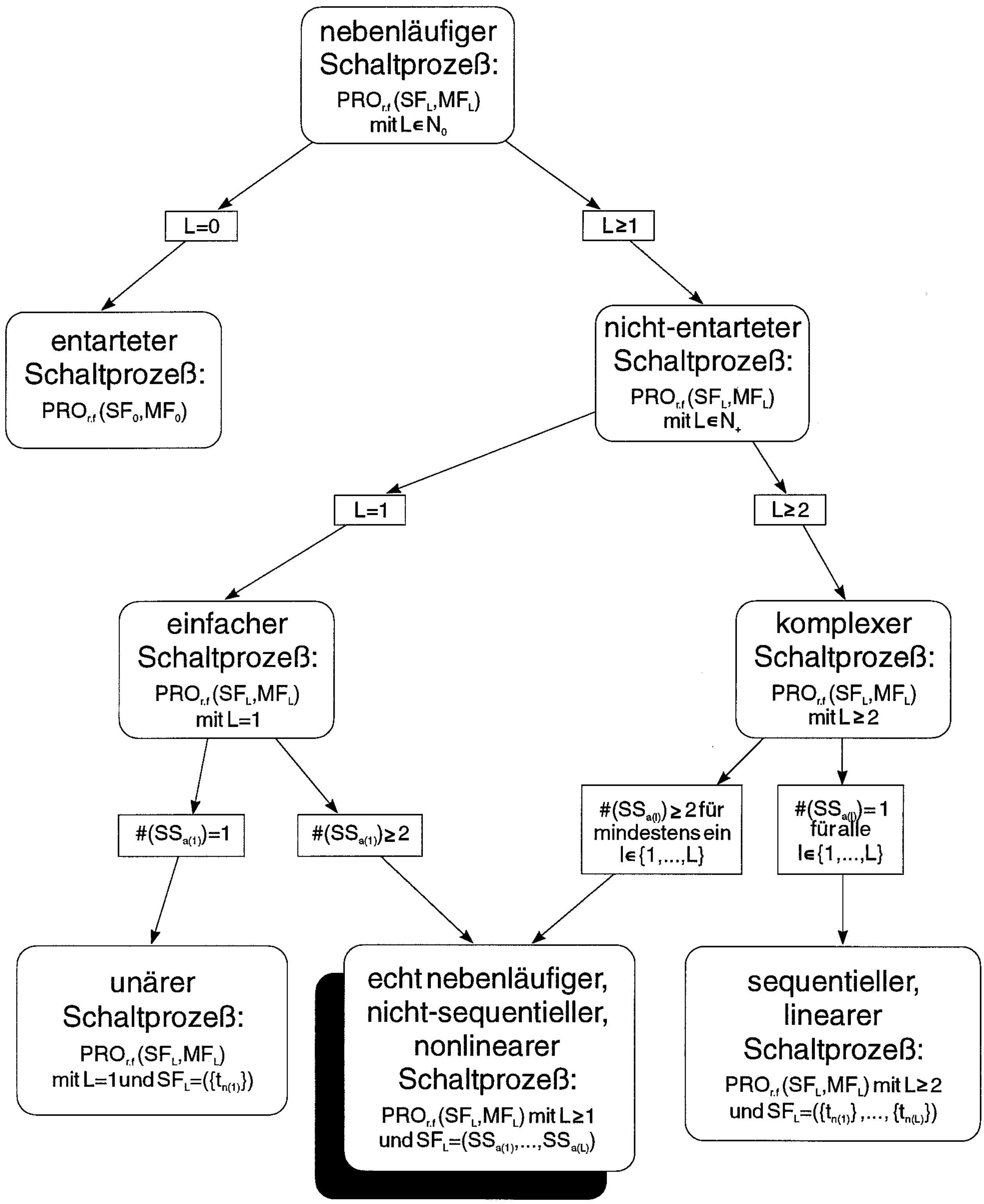


Abb. 15: Varianten nebenläufiger Schaltprozesse

Aus der Schaltregel-Funktion SR_{Ft} für sequentielle Schaltfolgen ergibt sich unmittelbar die Schaltregel-Funktion SR_{FS} für nebenläufige Schaltfolgen SF_L. Dabei wird lediglich das Schalten einzelner Transitionen durch das analoge Ausführen von Schaltschritten ersetzt:

$$SR_{FS}: \quad \mathcal{N}_0^M \times (pot_+(T))^* \to \mathcal{N}_0^M$$
$$(\underline{M}_r, SF_L) \to \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r, SF_L); \text{ sofern } AKT(SF_L, \underline{M}_r)$$

mit:

- für die Nullschaltfolge SF_0 mit L=0 und $SF_0 = () = \varnothing$:
  $AKT(SF_0, M_r) :\Leftrightarrow T$
  $M_r[SF_0\rangle M_f \;:\Leftrightarrow\; M_f = M_r$
  $\underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r, SF_0) = \underline{M}_r$

- für degenerierte Schaltfolgen SF_1 mit L=1 und $SF_1 = (SS_{a(1)})$:
  $AKT(SF_1, M_r) \;:\Leftrightarrow\; AKT(SS_{a(1)}, M_r)$
  $M_r[SF_1\rangle M_f \;:\Leftrightarrow\; M_r[SS_{a(1)}\rangle M_f$
  $\underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r, SF_1) = SR_S(\underline{M}_r, SS_{a(1)})$

- für nicht-degenerierte Schaltfolgen SF_L mit $L \geq 2$ und $SF_L = (SS_{a(1)}, \ldots, SS_{a(L)})$:
  $AKT(SF_L, M_r) \;:\Leftrightarrow\; AKT(SS_{a(1)}, M_r) \wedge M_{r(0)} = M_r \wedge \ldots$
  $(\forall (l \in \{1, \ldots, L\text{-}1\}): (M_{r(l-1)}[SS_{a(l)}\rangle M_{r(l)} \to AKT(SS_{a(l+1)}, M_{r(l)}))$
  $M_r[SF_l\rangle M_f \;:\Leftrightarrow\; M_{r(0)} = M_r \wedge (\forall (l \in \{1, \ldots, L\}): M_{r(l-1)}[SS_{a(l)}\rangle M_{r(l)}) \wedge M_f = M_{r(L)}$
  $\underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r, SF_L)$
  $= SR_S(\underline{M}_{r(L-1)} = SR_S(\underline{M}_{r(L-2)} = SR_S(\ldots(SR_S(\underline{M}_{r(1)} = SR_S(\underline{M}_r, SS_{a(1)}), SS_{a(2)}), \ldots, SS_{a(L-1)}), SS_{a(L)})$

Mit der Schreibweise $M_r[SF_L\rangle M_f$ wird ausgedrückt, daß die Markierung M_r durch die Schaltfolge SF_L in die Folgemarkierung M_f transformiert wird. Für die degenerierte Schaltfolge $SF_1 = (SS_{a(1)})$ wird wieder die vereinfachte Notation $M_r[SS_{a(1)}\rangle M_f$ zugelassen.

In der schaltschritt- und schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktion SF_{FS} wird mehrfach auf die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SF_S Bezug genommen. Für diese Schaltregel-Funktion SF_S kann im Prinzip jede von den drei oben eingeführten Varianten $SF_{S.1}$, $SF_{S.2}$ und $SF_{S.3}$ ausgewählt werden. Je nachdem, wie diese Selektion ausgefallen ist, läßt sich die Notation der schaltschritt- und schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktion zu $SF_{FS.1}$, $SF_{FS.2}$ bzw. $SF_{FS.3}$ präzisieren. Im Regelfall wird - wie bereits vereinbart wurde - die additive Schaltregel-Funktion $SF_{S.1}$ zugrundegelegt. Bei der Schaltregel-Funktion SF_{FS} handelt es sich dann um die Variante $SF_{FS.1}$.

Für Sonderfälle, in denen die Funktionsvarianten $SF_{S.3}$ mit Inzidenzmatrixbezug bevorzugt wird, läßt sich abermals eine besonders kompakte Formulierung erzielen. Allerdings muß dafür der Schaltvektor $\underline{sv}_a$, der bislang für einen einzelnen Schaltschritt SS_a definiert war, auf Schaltfolgen SF_L der Länge L mit $L \in \mathcal{N}_0$ erweitert werden. Der Schaltvektor $\underline{sv}_L$ einer Schaltfolge SF_L gibt dann an, wie oft jede Transition t_n aus der Transitionenmenge T eines Netzes in der Schaltfolge SF_L geschaltet wird. Hierfür werden vereinbart:

- für die Nullschaltfolge SF_0 mit L=0 und $SF_0=()=\varnothing$:
  $\underline{sv}_L = \underline{0}_N$

- für degenerierte Schaltfolgen SF_1 mit L=1 und $SF_1=(SS_{a(1)})$:
  $\underline{sv}_L = \underline{sv}_{a(1)}$

- für nicht-degenerierte Schaltfolgen SF_L mit L≥2 und $SF_L = (SS_{a(1)},...,SS_{a(L)})$:
  $\underline{sv}_L = \Sigma(l=1,...,L)\text{: } \underline{sv}_{a(l)}$

Auf der Basis dieser Festlegungen ist es möglich, die schaltschritt- und schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion für die Variante $SF_{FS.3}$ des Inzidenzmatrixbezugs wie folgt zu verdichten:

$$SR_{FS.3}\text{: } \mathcal{N}_0^M \times \text{pot}_+(T)^* \rightarrow \mathcal{N}_0^M$$
$$(\underline{M}_r,SF_L) \rightarrow \underline{M}_f = SR_{FS.3}(\underline{M}_r,SF_L) = \underline{M}_r + \underline{C} \bullet \underline{sv}_L;\ \text{sofern AKT}(SF_L,\underline{M}_r)$$

mit:

- für die Nullschaltfolge SF_0 mit L=0 und $SF_0=()=\varnothing$:
  $AKT(SF_0,M_r) :\Leftrightarrow T$

- für degenerierte Schaltfolgen SF_1 mit L=1 und $SF_1=SS_{a(1)})$:
  $AKT(SF_1,M_r) :\Leftrightarrow AKT(SS_{a(1)},M_r)$

- für nicht-degenerierte Schaltfolgen SF_L mit L≥2 und $SF_L=(SS_{a(1)},...,SS_{a(L)})$:
  $AKT(SF_L,M_r) :\Leftrightarrow AKT(SS_{a(1)},M_r) \wedge M_{r(0)}=M_r \wedge ...$
  $(\forall(l\in\{1,...,L-1\})\text{: } M_{r(l-1)}[SS_{a(l)}\rangle M_{r(l)} \rightarrow AKT(SS_{a(l+1)},M_{r(l)}))$

Im folgenden wird aber - sofern nicht ausdrücklich abweichende Festlegungen erfolgen - stets von der schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktion SR_{FS} ausgegangen, die in der Variante $SF_{FS.1}$ auf der additiven Schaltregel-Funktion $SF_{S.1}$ für Schaltschritte aufbaut.

Nebenläufige Schaltfolgen und ihre schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FS} stellen die allgemeinste Form dar, in der sich die dynamische Struktur eines Stelle/Transition-Netzes beschreiben läßt[29)]. Sie erlauben es, sowohl sequentielle als auch echt nebenläufige Prozesse innerhalb desselben formalen Rahmens darzustellen. Dies verleiht dem Petrinetz-Konzept eine beachtliche Modellierungsfähigkeit. Hierdurch hebt es sich von einer Vielzahl anderer graphisch gestützter Modellierungskonzepte deutlich ab.

Allerdings ist es nicht unbedingt erforderlich, für die Definition oder die Erzeugung von nebenläufigen Schaltfolgen auf die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FS} zurückzugreifen. Statt dessen reicht dazu die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S vollkommen aus, sofern die Dynamik eines Netzes mit der Hilfe eines Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR_S)$ expliziert wird. Denn jeder Weg in einem solchen Erreichbarkeitsgraphen besitzt einen zweifachen Charakter: Einerseits geht er aus der iterierten[30)] Anwendung der Schaltregel-Funktion SR_S hervor. Andererseits repräsentiert er die Kombination aus einer nebenläufigen[31)]

Schalt- mit ihrer zugehörigen Markierungsfolge, also einen nebenläufigen Prozeß. Folglich sind schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktionen überhaupt nicht notwendig, um das gesamte Spektrum nebenläufiger Schaltfolgen, Markierungsfolgen und Prozesse zu erzeugen.

Die fehlende Notwendigkeit von schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktionen stellt jedoch noch kein überzeugendes Argument dar, die schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen zu bevorzugen. Eine solche Präferenz bedarf einer zusätzlichen Rechtfertigung. Sie findet sich in der größeren Transparenz und Explizitheit, die sich durch Verwendung von schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen erzielen läßt. Denn bei allen nicht-degenerierten Schaltfolgen fällt die rekursiv verschachtelte Konstruktion der Abbildungsvorschrift $\underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r, SF_L)$ für die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FS} deutlich komplizierter und unübersichtlich aus als die Abbildungsvorschrift $\underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r, SS_a)$ der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S für einzelne Schaltschritte. Darüber hinaus führt die Kombination aus dem Erreichbarkeitsgraphen mit einer schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion zu einer vollständigen Explizierung[32)] der dynamischen Struktur von Netzen. Schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktionen leisten durch ihre Deklarationen dagegen nur eine implizite Beschreibung der Netzdynamik. Aufgrund dieser Transparenz- und Explizitheitvorteile steht auch in dieser Arbeit die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S im Vordergrund.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Fortan werden unter Schaltfolgen - sofern nicht ausdrücklich anders festgelegt, immer nicht-degenerierte Schaltfolgen der Länge $L \geq 2$ betrachtet. Denn die anschließende Thematisierung von sequentiellen und nebenläufigen Schaltfolgen setzt voraus, daß mindestens zwei Transitionen oder mindestens ein Schaltschritt aus mindestens zwei Transitionen geschaltet wird.
Auf Nullschaltfolgen $SF_o = () = \varnothing$ mit der Länge $L=0$ läßt sich diese Differenzierung nicht anwenden. Denn das Leertupel $() = \varnothing$ enthält keine Transitionen, deren sequentielles oder nebenläufiges Schalten festgestellt werden könnte. Für degenerierte Schaltfolgen SF_1 der Länge $L=1$ läßt sich zwar nebenläufiges, nicht aber sequentielles Schalten definieren. Denn sequentielle Schaltfolgen sind nur für mindestens zwei aufeinander folgende Schaltakte definiert ($L \geq 2$), in denen sich die lineare Anordnung der isoliert geschalteten Transitionen offenbart. Nebenläufige Schaltfolgen lassen sich dagegen bereits beim Vorliegen eines einzigen Schaltschritts als solche erkennen ($L \geq 1$). Um diese Asymmetrie nicht weiter berücksichtigen zu müssen, wird fortan für die Differenzierung zwischen sequentiellen und nebenläufigen Schaltfolgen vereinfachend die Mindestlänge $L_{min}=2$ vorausgesetzt.

2) Dies bedeutet, daß sowohl eine als auch keine Transition aktiviert sein kann. Ebenso ist es möglich, daß mehrere Transitionen - bis hin zu allen Transitionen aus der Menge T - aktiviert sind. Nachfolgend wird für die Untersuchung des nebenläufigen Schaltens nur auf den Fall mehrerer aktivierter Transitionen eingegangen. Falls nur eine Transition aktiviert ist, besteht keine nebenläufige Schaltmöglichkeit. Wenn unter einer Markierung überhaupt keine Transition aktiviert ist, liegt ein "Deadlock" vor. Auf diesen Spezialfall ohne jede Schaltmöglichkeit wird erst später zurückgekommen.

3) Der Begriff "Deadlock" hat sich für den hier beschriebenen Sachverhalt etabliert. Um den Anschluß an den vorherrschenden Sprachgebrauch zu wahren, verzichtet der Verf. auf Versuche, diesen Terminus technicus als "Blockierung", "Verklemmung" o.ä. einzudeutschen. Diese Rechtfertigung, eine "Germanisierung" bereits weit verbreiteter, aber fremdsprachlicher Fachbegriffe zu unterlassen, wird fortan nicht mehr explizit wiederholt. Sie gilt aber implizit für alle analogen Fälle, wie z.B. das später thematisierte "negation by failure"-Prinzip.

4) Die Aktivierungsbedingung der Nullschaltfolge wurde bereits als Tautologie festgelegt. Daher ist die Nullschaltfolge unter jeder Markierung aktiviert.

5) Diese prima facie artifizielle Konstruktion besitzt sowohl einen formalen als auch einen materiellen Hintergrund. In formaler Hinsicht garantiert das Ausführen der Nullschaltfolge für Deadlocks, daß für jedes Stelle/Transition-Netz die Ausgangsmarkierung M_0 in der Menge aller erreichbaren Markierungen enthalten ist. Denn dadurch kann die Ausgangsmarkierung immer zumindest von sich selbst aus erreicht werden, indem die Nullschaltfolge ausgeführt wird. Das gilt selbst dann, wenn die Ausgangsmarkierung eine Deadlock-Markierung sein sollte. Aufgrund dieser formalen Vereinbarung besteht der Erreichbarkeitsgraph für *jedes* Stelle/Transition-Netz aus mindestens einem Knoten: der immer erreichbaren Ausgangsmarkierung. Dieser Knoten ist der einzige, isolierte Knoten eines kantenfreien Erreichbarkeitsgraphen, falls die Ausgangsmarkierung eine Deadlock-Markierung darstellt.
Die materielle Perspektive betrifft gehaltreichere Synthetische Netze, die später eingeführt werden. Dort kann der Fall eintreten, daß eine Deadlock-Markierung zwar aktuell vorliegt, aber nur vorübergehend Bestand hat. Denn es ist möglich, daß ein solches Netz ein reales Modellierungsobjekt abbildet. Falls neue Informationen über das modellierte Objekt eintreffen, kann das Netzmodell so modifiziert werden, daß es in eine Folgemarkierung übergeht, die keine Deadlock-Markierung mehr ist. In der Zwischenzeit werden zwar per constructionem keine Transitionen geschaltet, aber es verfließt bis zum Eintreffen der deadlockaufhebenden Information Zeit. Dieser Zeitfluß kann mit Hilfe von Nullschaltfolgen dargestellt werden.

6) Einzelne Transitionen werden als degenerierte Schaltschritte erfaßt.

7) Schaltfolgen lassen sich durch iteriertes Anwenden von transitionsbezogenen (oder auch schaltschrittbezogenen) Schaltregel-Funktionen erzeugen.

8) Da jeder Schaltschritt eine Menge darstellt, kann in ihm jede Transition t_n aus der Transitionenmenge T eines Netzes höchstens einmal enthalten sein. Hierdurch wird ausgeschlossen, daß eine Transition innerhalb desselben Schaltschritts mehrfach geschaltet wird. Dies entspricht der früheren Festlegung, keine Transitionen zu betrachten, die mehrfach aktiviert sind und daher nebenläufig zu sich selbst schalten könnten.

9) Degenerierte Schaltschritte SS_a mit $W_a=1$ und $SS_a = \{t_{n(1)}\}$ dürfen auch vereinfacht als Schaltschritte $SS_a = t_{n(1)}$ notiert werden. Im degenerierten Fall kann also ein Schaltschritt, der strenggenommen eine Menge darstellt, der Einfachheit halber mit seiner Transition $t_{n(1)}$ gleichgesetzt werden. Daher wird fortan das Schalten einer einzelnen Transition t_n als das Ausführen eines degenerierten Schaltschritts SS_a mit $SS_a = \{t_n\}$ betrachtet. Der Verf. verzichtet darauf, alle Definitionen, die sich auf Schaltschritte beziehen, explizit auf das Schalten einer einzelnen Transition zu übertragen. Diese Übertragungen gelten jeweils als implizit vereinbart. Allerdings können sie in Einzelfällen weiterhin zwecks Verdeutlichung erfolgen.

10) Fortan wird auch von der Menge aller denkmöglichen Schaltschritte gesprochen.

11) Wenn aus dem Kontext ersichtlich ist, daß es sich um einen Schaltschritt handelt, der unter der Markierung M_r aktiviert ist, kann auf diesen expliziten Markierungsbezug verzichtet werden.

12) Aus der Definition von Schaltschritten SS_a und von nebenläufig aktivierten Transitionenmengen TT_a folgt:

$$\begin{array}{ll} & (\#(SS_a)\geq 2 \wedge \#(TT_a)\geq 2 \wedge SS_a=TT_a) \\ \Rightarrow & (AKT(SS_a,M_r) \leftrightarrow NEB(TT_a,M_r)) \end{array}$$

Daraus ergibt sich für alle nicht-degenerierte maximale Schaltschritte:

$$\begin{array}{lll} & AKT_{max}(SS_a,M_r) \wedge \#(SS_a)\geq 2 & \\ \Leftrightarrow & AKT(SS_a,M_r) \wedge (\forall(t_n\in(T\text{-}SS_a)): \neg AKT(SS_a\cup\{t_n\},M_r)) \wedge \#(SS_a)\geq 2 & \\ \Rightarrow & NEB(TT_a,M_r) \wedge (\forall(t_n\in(T\text{-}TT_a)): \neg NEB(TT_a\cup\{t_n\},M_r)) & \\ \Leftrightarrow & NEB_{max}(TT_a,M_r) & \text{q.e.d.} \end{array}$$

13) Die Verallgemeinerung betrifft erstens die Schaltvoraussetzung. Es wird vom transitionsbezogenen Aktivierungsprädikat $AKT(t_n,M_r)$ zum schaltschrittbezogenen Aktivierungsprädikat $AKT(SS_a,M_r)$ übergegangen. Das wurde bereits an früherer Stelle dargelegt. Zweitens wird die Schaltwirkung $M_r[t_n\rangle M_f$ einer einzelnen Transition t_n durch die Schaltwirkung $M_r[SS_a\rangle M_f$ eines Schaltschritts SS_a abgelöst. Beide Verallgemeinerungen zusammen reichen für die nachfolgende Definition eines Schaltakts $sa_{r.a.f}$ aus. Darüber hinaus könnte noch das schaltaktdefinierende Prädikat, das in bezug auf einzelne Transitionen t_n als $SA(M_r,t_n,M_f)$ eingeführt wurde, durch das schaltschrittbezogene Prädikat $SA(M_r,SS_a,M_f)$ substituiert werden. Dies ist hier aber nicht erforderlich, weil von vornherein auf die Kurznotation "$sa_{r.a.f}$" für schaltschrittbezogene Schaltakte zurückgegriffen wird.

14) Allenfalls besteht ein marginaler formaler Unterschied zwischen dem degenerierten Schaltschritt SS_a als Menge $SS_a=\{t_n\}$ auf der einen und der Transition t_n als Element auf der anderen Seite. Doch wirkt sich diese formale Darstellungsdifferenz in materieller Hinsicht nicht auf den Schaltakt $sa_{r.a.f}$ eines degenerierten Schaltschritts SS_a aus. Denn hierfür gilt:

$$\begin{array}{ll} & SS_a=\{t_n\} \\ \Rightarrow & sa_{r.a.f} :\Leftrightarrow (AKT(\{t_n\},M_r) \wedge M_r[\{t_n\}\rangle M_f) \end{array}$$

Mit Hilfe der vereinfachten Notation $SS_a=t_n$ für $SS_a=\{t_n\}$ kann dieser Sachverhalt auch verkürzt dargestellt werden als:

$$\begin{array}{ll} & SS_a=\{t_n\} \\ \Rightarrow & sa_{r.a.f} :\Leftrightarrow (AKT(t_n,M_r) \wedge M_r[t_n\rangle M_f) \end{array}$$

Dann unterscheidet sich der schaltschrittbezogene Schaltakt $sa_{r.a.f}$ nicht mehr vom früher definierten transitionsbezogenen Schaltakt $sa_{r.n.f}$. Folglich besteht kein materieller Unterschied zwischen dem Ausführen eines degenerierten Schaltschritts SS_a mit $SS_a=\{t_n\}$ und dem Schalten seiner zugehörigen Transition t_n. Umgekehrt kann aufgrund dieser materiellen Gleichwertigkeit das Schalten einzelner Transitionen als ein Grenzfall des Ausführens von Schaltschritten aufgefaßt werden.

15) Die Additivität der Schaltwirkungen einzelner Transitionen spiegelt die wechselseitige Unabhängigkeit des Schaltens von nebenläufig aktivierten Transitionen wider.

16) Dies reflektiert die Invarianz des Schaltergebnisses gegenüber *beliebigen Reihenfolgen* des Schaltens von schaltschrittzugehörigen Transitionen.

17) Daher kann die permutative Schaltregel-Funktion $SR_{S.2}$ auch als eine schaltschrittbezogene Verallgemeinerung der transitionenbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t aufgefaßt werden.

18) Analog zu den Ausführungen, in denen Notationsvarianten für die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion SR_t diskutiert wurden, könnten hier entsprechende Notationen für die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S durchgespielt werden. Dies führte jedoch zu keinen neuartigen Erkenntnissen. Daher verzichtet der Verf. darauf. Alle früher vorgestellten Notationsvarianten können aber im Bedarfsfall auf die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion übertragen werden.

19) In der Menge $SS_a=\{t_{n(w)}:w=1,...,W_a\}$ können für $W_a\geq 2$ die Transitionen $t_{n(w)}$ des Schaltschritts in jeder beliebigen Reihenfolge angeordnet werden. Durch jede Reihenfolge könnte dem jeweils w-ten Element aus der Menge

$\{t_{n(w)}:w=1,...,W_a\}$ eine andere Transition $t_{n(w)}$ zugeordnet werden. Diese Variabilität findet in der o.a. Notation keinen Ausdruck. Statt dessen müßten Permutationen "per" der Indexmenge $\{1,...,W_a\}$ betrachtet werden. Jede solche Permutation bildet die Indexmenge $\{1,...,W_a\}$ auf das geordnete W_a-Tupel $per(\{1,...,W_a\})=(per(1),...,per(W_a))$ ab. Entsprechend wäre der Ermittlung der Schaltwirkung nicht mehr der Schaltschritt SS_a selbst, sondern seine zugehörige Permutation $per(SS_a)=(t_{n(per(w))}:w=1,..,W_a)$ zugrundezulegen. In allen nachfolgenden Teilformeln müßten die schaltschrittzugehörigen Transitionen $t_{n(w)}$ durch ihre Permutanten $t_{n(per(w))}$ ersetzt werden. Schließlich wäre der Gesamtformel für die Berechnung der Schaltwirkung ein Allquantor voranzustellen, der sich auf alle Permutationen der Indexmenge $\{1,...,W_a\}$ erstreckte. Da hierdurch die formale Darstellung der permutativen Schaltregel-Funktion sehr aufwendig und intransparent geworden wäre, hat der Verf. darauf verzichtet, die permutationsbedingte Variabilität der Anordnung aller Transitionen $t_{n(w)}$ im Schaltschritt SS_a explizit zu formalisieren. Statt dessen begnügt er sich hier mit dem informalen Hinweis, daß die Transitionen $t_{n(w)}$ im Schaltschritt SS_a für $W_a \geq 2$ in jeder beliebigen Anordnung vorgestellt werden können. In Abhängigkeit von dieser Anordnung variieren zwar die Zwischenmarkierungen $M_{r(w)}$ für $w \in \{1,...,W_a-1\}$. Aber es resultiert immer dieselbe Folgemarkierung $M_f=M_{r(Wa)}$ nach Schalten der jeweils letzten Transition $t_{n(Wa)}$.

20) Eine Anwendung erfolgt später im Zusammenhang mit der Invariantenanalyse. Allerdings wird dort die Erweiterung der o.a. Schaltregel-Funktion auf schaltschrittbezogene Schaltfolgen verwendet.

21) Da jede Transition in einem Schaltschritt nur höchstens einmal vorkommen darf, sind Komponentenwerte $sv_{a.n}>1$ ausgeschlossen.

22) Auf Ausnahmen wurde schon hingewiesen.

23) Dies gilt allerdings nur im Kontext von Stelle/Transition-Netzen. Denn später wird für Synthetische Netze aufgezeigt, daß dort die additive Ermittlung der Schaltwirkung nicht mehr möglich ist. Für diese Netze gilt ein komplexes Übergangsschema, dessen Operationen sich nicht mehr auf arithmetische Additionen reduzieren lassen. Daher wird bei Synthetischen Netzen wieder auf die permutative Variante der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion zurückgegriffen.

24) Auf die Asymmetrie zwischen degenerierten Schaltfolgen, die entweder aus einzelnen Transitionen oder aber aus Schaltschritten bestehen, wurde bereits hingewiesen.

25) Die Schaltakte der Transitionen aus allen degenerierten Schaltschritten sind in einer solchen Schaltfolge entsprechend zur Reihenfolge ihrer Schaltschritte linear angeordnet, falls die Schaltfolge mit $L \geq 2$ mehrere Schaltschritte enthält. Daher werden die Schaltprozesse, die sich aus solchen Schaltfolgen mit mehreren degenerierten Schaltschritten ableiten lassen, als sequentielle oder lineare Schaltprozesse bezeichnet. Nebenläufige Schaltfolgen i.w.S. decken daher als Grenzfall auch alle sequentiellen Schaltprozesse ab.

26) Entsprechend heißen die Prozesse, die zu solchen Schaltfolgen gehören, echt nebenläufige, nicht-sequentielle oder nonlineare Schaltprozesse.

27) Vgl. dazu die zugrundeliegenden, aber transitionsbezogen definierten Prozesse.

28) Dies entspricht genau der früheren Definition sequentieller Schaltprozesse, die für das Schalten einzelner Transitionen vorgelegt wurde. Es werden lediglich jene Transitionen $t_{n(l)}$ hier durch einelementige Schaltschritte $SS_{a(l)}=\{t_{n(l)}\}$ ersetzt.

29) Die Beschreibung der Netzdynamik erfolgt kompakt. Denn die Aspekte der nebenläufigen oder konfliktionären Aktivierung von Transitionen werden in nebenläufigen Schaltfolgen und ihrer Schaltregel-Funktion nur noch implizit widergespiegelt. Nebenläufige Aktivierungen werden dadurch berücksichtigt, daß nach Maßgabe der Schaltregel-Funktion SR_{FS} für jeden Schaltschritt $SS_{a(l)}$ aus einer Schaltfolge SS_L unter seiner Referenzmarkierung $M_{r(l-1)}$ das Aktivierungsprädikat $AKT(SS_{a(l)},M_{r(l-1)})$ erfüllt sein muß. Falls es sich bei dem Schaltschritt $SS_{a(l)}$ um einen nicht-degenerierten Schaltschritt handelt, drückt dieses Aktivierungsprädikat aus, daß der Schaltschritt $SS_{a(l)}$ unter der Markierung $M_{r(l-1)}$ eine Menge nebenläufig aktivierter Transitionen darstellt. Konfliktionäre Aktivierungen fließen dagegen nur in indirekter Weise ein: Da jeder nicht-degenerierte Schaltschritt eine nebenläufig aktivierte Transitionenmenge ist, kann eine Schaltfolge aus Schaltschritten unter keiner Markierung konfliktionär aktivierte Transitionen umfassen. Jede konkret vorliegende schaltschrittbezogene Schaltfolge setzt also voraus, daß alle Konflikte zwischen konfliktionär aktivierten Transitionen - sofern es solche gab - bei der Formulierung der Schaltfolge bereits aufgelöst worden sind. Wie dies im einzelnen geschehen ist, darüber geben die Schaltfolge und die Schaltregel-Funktion SR_{FS} allerdings keine Auskunft. Dieser Aspekt der Konfliktauflösung wird im nächsten Kapitel eingehender behandelt.

30) Eine Operation heißt iteriert, falls sie nullmal, einmal oder mehrmals ausgeführt wird. Vgl. dazu die Verwendung des Iterationsbegriffs beim datenorientierten Strukturentwurf nach JACKSON. Die iterierte Anwendung einer Schaltregel-Funktion erfordert also nicht unbedingt, daß sie wiederholt angewendet werden muß. Statt dessen ist es ebenso möglich, sie im Erreichbarkeitsgraphen zur Erzeugung einer Schaltkante nur genau einmal anzuwenden. Der

Grenzfall der Iteration, eine Operation nullmal auszuführen, spielt dagegen bei der Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen keine Rolle.

31) Wie bereits oben vereinbart, wird unter Nebenläufigkeit ohne qualifizierenden Zusatz stets die Nebenläufigkeit i.w.S. gemeint.

32) Die Bevorzugung expliziter Konstruktionen wurde bereits erläutert.

3.3.2.2 Erreichbarkeitsgraphen

Das Konzept der Erreichbarkeitsgraphen[1)] besitzt fundamentale Bedeutung für die Darstellung und die Analyse der dynamischen Struktur von Netzen. Hier wird zunächst nur auf den Darstellungsaspekt eingegangen. Die Erreichbarkeitsanalyse von Netzen wird später ausführlich dargelegt. Die Verwendung von Erreichbarkeitsgraphen läßt es zu, sich auf die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S zu konzentrieren[2)]. Zugleich können Schalt- und Markierungsfolgen sowie Prozesse als Komponenten von Erreichbarkeitsgraphen identifiziert werden.

Definition: Erreichbarkeitsgraph

Der Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0,SR_S)$ eines Stelle/Transition-Netzes $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ mit der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S und daraus abgeleitet schaltfolgenbezogener Schaltregel-Funktion SR_{FS} ist ein geordnetes 3-Tupel $(KN_{RG},KA_{RG};bk_{RG})$ mit folgenden Eigenschaften:

- ❑ KN_{RG} ist die Menge aller Knoten des Erreichbarkeitsgraphen. Jeder Knoten ist eine Markierung M_r des Netzes STN, die von der Ausgangsmarkierung M_0 aus durch das Ausführen mindestens einer Schaltfolge SF_L, die unter der Ausgangsmarkierung aktiviert ist, erreicht werden kann. Folglich gilt für die Knotenmenge:

$$KN_{RG} = \{M_f\colon \underline{M}_f \in \mathcal{N}_0^M \wedge \ldots$$
$$(\exists(L \in \mathcal{N}_0)\ \exists(SF_L \in ((pot_+(T))^L)\colon AKT(SF_L,M_0) \wedge \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_0,SF_L))\}$$

- ❑ KA_{RG} ist die Menge aller gerichteten Kanten des Erreichbarkeitsgraphen. Eine Kante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_f)$ ist im Erreichbarkeitsgraph genau dann vom Knoten M_r zum Knoten M_f gerichtet, wenn im zugrundeliegenden Netz genau ein Schaltschritts SS_a existiert, der unter der Referenzmarkierung M_r aktiviert ist und dessen Ausführung die Folgemarkierung M_f hervorbringt. Daraus folgt für die Kantenmenge:

$$KA_{RG} = \{ka_{r.a.f}\colon ka_{r.a.f}=(M_r,M_f) \wedge M_r \in KN_{RG} \wedge M_f \in KN_{RG} \wedge \ldots$$
$$(\underline{\exists}(SS_a \in (pot_+(T)))\colon AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a))\}$$

- ❑ bk_{RG} ist eine Beschriftungsfunktion, die jede Kante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_f)$ des Erreichbarkeitsgraphen auf denjenigen Schaltschritt SS_a abbildet, der im zugrundeliegenden Netz unter der Referenzmarkierung M_r aktiviert ist und durch sein Ausführen die Folgemarkierung M_f hervorbringt:

$$bk_{RG}\colon\ KA_{RG} \rightarrow pot_+(T)$$
$$ka_{r.a.f} \rightarrow bk_{RG}(ka_{r.a.f})$$
$$\text{mit:}\quad bk_{RG}(ka_{r.a.f})=SS_a \Leftrightarrow (ka_{r.a.f}=(M_r,M_f) \wedge AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a))$$

<u>Erläuterungen und Ergänzungen zur Erreichbarkeitsgraphen-Definition:</u>

a) Der Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0,SR_S)=(KN_{RG},KA_{RG};bk_{RG})$ ist ein monopartiter[3)], gerichteter, beschrifteter Graph.

b) Für Erreichbarkeitsgraphen wird fortan stets die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S vorausgesetzt. Daher können sie vereinfacht auch als $RG(M_0)$ notiert werden.

c) Wenn ein Stelle/Transition-Netz $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ um die Schaltregel SR erweitert wurde, dann wird seine dynamische Struktur durch den Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR)$ explizit, eindeutig und vollständig[4] dargestellt.

d) Der Erreichbarkeitsgraph ist im allgemeinen ein endlicher Graph. Dies kann allerdings nur dann garantiert werden, wenn alle Stellen $s_m \in S$ des zugrundeliegenden Netzes jeweils endliche Markenkapazitäten $K(s_m) \in \mathcal{N}_+$ besitzen[5]. Von dieser Voraussetzung wird in dieser Arbeit ausgegangen[6]. Daher brauchen immer nur endliche Erreichbarkeitsgraphen beachtet zu werden. Das Petrinetz-Konzept ist allerdings hinreichend leistungsfähig, um auch den Fall unbeschränkter Markenkapazitäten abzudecken[7].

e) Wenn der Bezug auf ein zugrundeliegendes Netz mit einer Ausgangsmarkierung M_0 und einer Schaltregel SR aus dem Kontext ersichtlich ist, kann auch einfach von einem Erreichbarkeitsgraph RG gesprochen werden.

f) Die Knoten eines Erreichbarkeitsgraphen werden als Markierungsknoten bezeichnet. Seine Kanten heißen Schaltkanten. Hierdurch werden die Knoten und Kanten des Erreichbarkeitsgraphen von den Knoten bzw. Kanten desjenigen Graphen abgehoben, der das zugrundeliegende Netz repräsentieren kann. Die inhaltliche Adäquanz der Präfixe "Markierung-" und "Schalt-" wird nachstehend erläutert.

g) Der einzige Knoten des Erreichbarkeitsgraphen, der keinen Vorgängerknoten besitzt[8], wird durch die Ausgangsmarkierung M_0 gebildet. Er ist die "Wurzel" des Baumgraphen. Da diese Wurzel im allgemeinen als *oben*liegende Spitze des Baumgraphen gezeichnet wird, wird von einem invertierten Baumgraphen gesprochen.

h) Die Knotenmenge KN_{RG} eines Erreichbarkeitsgraphen beruht auf dem Konzept der *mittelbaren* Erreichbarkeit. Konkretisiert wird dieses Konzept durch Schaltfolgen: Eine Folgemarkierung M_f heißt von der Ausgangsmarkierung M_0 aus mittelbar erreichbar, wenn mindestens eine Schaltfolge SF_L existiert, die unter der Ausgangsmarkierung aktiviert ist und nach deren Ausführen die Markierung M_f vorliegt. Genau diesen Sachverhalt drückte die o.a. Definition der Knotenmenge aus:

$$
\begin{aligned}
KN_{RG} = \{M_f\colon \underline{M}_f \in \mathcal{N}_0{}^M \wedge \ldots \\
(\exists(L \in \mathcal{N}_0)\ \exists(SF_L \in ((pot_+(T))^L)\colon AKT(SF_L,M_0) \wedge \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_0,SF_L))\}
\end{aligned}
$$

Die erreichbaren Markierungen M_r eines Netzes, die zur Knotenmenge KN_{RG} gehören, werden mit durchlaufenden Indices "r" aus der Indexmenge $\{0,1,\ldots,R\}$ versehen. Hierfür gilt $R+1=\#(KN_{RG})$[9].

i) Früher wurde die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FS} auf die rekursive Verschachtelung von endlich vielen[10] Anwendungen der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S zurückgeführt. Daher läßt sich die Knotenmenge des Erreichbarkeitsgraph ebenso auffassen als eine Menge, die alle Ergebnisse von iterierten Applikationen der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S zusammenfaßt.

j) Die Menge aller Markierungen, die durch endliche viele Anwendungen der Schaltregel-Funktion SR_S von der Ausgangsmarkierung M_0 aus erreicht werden können, wird als Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_S)$ bezeichnet[11]. Diese Erreichbarkeitsmenge fällt aufgrund der voranstehenden Erläuterung mit der Knotenmenge KN_{RG} eines Erreichbarkeitsgraphen zusammen[12]:

$$RM(M_0,SR_s) = KN_{RG}$$

$$\Leftrightarrow \quad RM(M_0,SR_s) = \{M_f\text{: } \underline{M}_f \in \mathcal{N}_0^M \wedge ...$$
$$(\exists(L \in \mathcal{N}_0)\ \exists(SF_L \in ((pot_+(T))^L)\text{: } AKT(SF_L,M_0) \wedge \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_0,SF_L))\}$$

Zugleich wird durch die Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_s)$ der früher intuitiv eingeführte Begriff der Erreichbarkeit einer Markierung formal präzisiert[13]: Eine Markierung M_r heißt genau dann erreichbar, wenn sie ein Element aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_s)$ ist[14]. Wegen $RM(M_0,SR_s) = KN_{RG}$ gilt ebenso, daß eine Markierung M_r genau dann erreichbar ist, wenn sie einen Knoten im Erreichbarkeitsgraphen darstellt.

k) Die Definition der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_S)$ läßt sich analog auf die Menge $RM(M_r,SR_S)$ aller Markierungen M_f übertragen, die vor einer beliebigen Referenzmarkierung M_r aus durch endliche viele Anwendungen der Schaltregel-Funktion SR_S erreicht werden können:

$$RM(M_r,SR_s) = \{M_f\text{: } \underline{M}_f \in \mathcal{N}_0^M \wedge ...$$
$$(\exists(L \in \mathcal{N}_0)\ \exists(SF_L \in ((pot_+(T))^L)\text{: } AKT(SF_L,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_r,SF_L))\}$$

l) Alle Erreichbarkeitsmengen $RM(M_0,SR_S)$ und $RM(M_r,SR_S)$ dürfen vereinfacht als $RM(M_0)$ bzw. $RM(M_r)$ notiert werden, wenn aus dem Argumentationskontext die jeweils angewandte Schaltregel SR_S offensichtlich ist[15].

m) Jede erreichbare Markierung ist notwendig eine zulässige Markierung. Denn die Ausgangsmarkierung M_0 wurde durch die Integritätsbedingung IB_0 als zulässige Markierung ausgezeichnet. Die Schaltregel-Funktionen für einzelne Transitionen und Schaltschritte wurden mit Hilfe ihrer Aktivierungsbedingungen so definiert, daß sie aus zulässigen Referenzmarkierungen immer nur ebenso zulässige Folgemarkierungen hervorbringen können[16]. Die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion SR_{FS} stellt eine rekursive Verschachtelung von Anwendungen der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion dar. Daher lassen sich durch die schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktion aus der zulässigen Ausgangsmarkierung M_0 stets nur wiederum zulässige Markierungen M_f erreichen; q.e.d.

n) Die Knotenmenge eines Erreichbarkeitsgraphen und die identische Erreichbarkeitsmenge eines Netzes explizieren aber nur einen Teilaspekt seiner dynamischen Struktur. Denn beide enthalten nur die erreichbaren Markierungen in expliziter Weise. Die Schaltfolgen die zu diesen Markierungen führen können, werden aber nicht expliziert. Der Existenzquantor in den o.a. Definitionsformeln für Knoten- und Erreichbarkeitsmenge ist grundsätzlich nicht-konstruktiver Art[17]. Er postuliert nur die Existenz mindestens einer Schaltfolge, ohne deren konkrete Gestalt anzugeben. Darüber hinaus können auch mehrere Schaltfolgen existieren, welche dieselbe erreichbare Markierung M_f von der Ausgangsmarkierung M_0 aus hervorbringen können. Auch dies läßt sich aus dem Existenzquantor nicht erkennen[18]. Daher wird die dynamische Struktur eines Netzes erst dann vollständig expliziert, wenn ihre Spezifizierung auch alle Schaltfolgen und die darin enthaltenen Schaltschritte, die im Netz ausgeführt werden können, in expliziter Weise umfaßt. Diese notwendige Ergänzung leisten die Kantenmenge und die Beschriftungsfunktion des Erreichbarkeitsgraphen.

o) Die Kantenmenge KA_{RG} eines Erreichbarkeitsgraphen setzt das Konzept der *unmittelbaren* Erreichbarkeit voraus. Eine Markierung M_f heißt genau dann unmittelbar erreichbar von einer Markierung M_r, wenn mindestens[19] ein Schaltschritt SS_a existiert, der unter der Markierung M_r aktiviert ist und dessen Ausführung die Markierung M_f hervorbringt. Genau dies wurde durch die Definition der Kantenmenge eines Erreichbarkeitsgraphen ausgedrückt:

$$KA_{RG} = \{ka_{r.a.f}: ka_{r.a.f} = (M_r,M_f) \wedge M_r \in KN_{RG} \wedge M_f \in KN_{RG} \wedge \ldots$$
$$(\underline{\exists}(SS_a \in (pot_+(T))): AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a))\}$$

Die ausführbaren Schaltschritte SS_a eines Netzes werden mit durchlaufenden Indices "a" aus der Indexmenge {1,...,A} versehen. Da jeder ausführbare Schaltschritt SS_a durch genau eine Kante aus der Kantenmenge KA_{RG} definiert ist, gilt $A = \#(KN_{RG})$.

p) Die Kantenmenge KA_{RG} ist insofern formal unvollständig, als in der Kantennotation $ka_{r.a.f} = (M_r,M_f)$ der jeweils zugrundeliegende Schaltschritt SS_a nicht enthalten ist[20]. Diese Explizierungslücke wird durch die Beschriftungsfunktion "bk_{RG}" geschlossen, die jede Schaltkante $ka_{r.a.f}$ auf ihren zugehörigen Schaltschritt SS_a abbildet. Zugleich kann jede beschriftete Kante $bk_{RG}(M_r,M_f) = SS_a$ als ein Schaltakt $sa_{r.a.f}$ aufgefaßt werden. Denn sowohl die beschriftete Kante als auch der Schaltakt drücken aus, daß der Schaltschritt SS_a unter der Markierung M_r aktiviert ist und durch seine Ausführung einen Übergang zur Folgemarkierung M_f bewirkt.

q) Die Erreichbarkeitsrelation $RR(M_0,SR_s)$ eines Netzes mit der Ausgangsmarkierung M_0 drückt die unmittelbare Erreichbarkeit zweier Markierungen durch Ausführen von genau einem Schaltschritt aus. Sie ist die Menge aller geordneten 3-Tupel (M_r,SS_a,M_f), die in der ersten und letzten Komponente erreichbare Markierungen enthalten[21]. Die zweite Komponente stellt jeweils denjenigen Schaltschritt dar, der nach Maßgabe der Schaltregel SR_S einen Übergang von der Referenzmarkierung M_r zur Folgemarkierung M_f bewirkt:

$$RR(M_0,SR_S) \subseteq (\mathcal{N}_0^M \times pot_+(T) \times \mathcal{N}_0^M)$$

$$RR(M_0,SR_S) = \{(M_r,SS_a,M_f): M_r \in RM(M_0) \wedge M_f \in RM(M_0) \wedge \ldots$$
$$AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a)\}$$

Jedes Element (M_r,SS_a,M_f) der Erreichbarkeitsrelation entspricht wiederum genau einem Schaltakt $sa_{r.a.f}$. Denn beide bezeichnen in formal verschiedener Notation denselben materiellen Sachverhalt, daß ein Schaltschritt SS_a, der unter Referenzmarkierung M_r aktiviert ist, durch sein Ausführen den Übergang zu einer Folgemarkierung M_f bewirkt. Genau denselben Schaltakt repräsentiert aber auch jedes Paar aus einem Element $ka_{r.a.f} = (M_r,M_f)$ der Kantenmenge KA_{RG} eines Erreichbarkeitsgraphen und aus seiner Beschriftung $bk_{RG}(ka_{r.a.f}) = SS_a$. Daraus folgt der transitive Schluß, daß jedes Element (M_r,SS_a,M_f) aus der Erreichbarkeitsrelation mit einer beschrifteten Kante $bk_{RG}(ka_{r.a.f}) = SS_a$ des Erreichbarkeitsgraphen eineindeutig korrespondiert.

r) Es wurde zuvor zweierlei gezeigt: Erstens ist jede Markierung M_r aus der Knotenmenge KN_{RG} des Erreichbarkeitsgraphen ein Element aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_S)$. Die Umkehrung gilt ebenso. Zweitens besteht eine bijektive Korrespondenz zwischen einerseits dem Paar (KA_{RG},bk_{RG}), das aus der Kantenmenge KA_{RG} des Erreichbarkeitsgraphen und seiner Beschriftungsfunktion "bk_{RG}" besteht, sowie andererseits der Erreichbarkeitsrelation $RR(M_0,SR_S)$. Folglich kann der Informationsgehalt des Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR_S) = (KN_{RG},KA_{RG};bk_{RG})$ auch durch das 2-Tupel $(RM(M_0,SR_s),RR(M_0,SR_S))$ wiedergegeben werden. Das Paar aus Erreichbarkeitsmenge und -relation erfüllt zwar nicht mehr die Definition eines mathematischen Graphen[22]. Doch es liefert ebenso eine explizite, eindeutige und vollständige Spezifizierung der dynamischen Struktur des zugrundeliegenden Netzes.

s) Die Kantenmenge KA_{RG} des Erreichbarkeitsgraphen und seine Beschriftungsfunktion "bk_{RG}" einerseits sowie die Erreichbarkeitsrelation $RR(M_0,SR_S)$ andererseits wurden in analoger Weise auf Schaltakte $sa_{r.a.f}$ zurückgeführt. Daher läßt sich das Paar $(KA_{RG};bk_{RG})$ ebenso wie die Relation $RR(M_0,SR_S)$ ersetzen durch die Menge SA aller Schaltakte $sa_{r.a.f}$, die im zugrundeliegenden Netz geschehen können. Aufgrund der früher erfolgten Schaltaktdefinition gilt für diese Menge:

$$SA = \{sa_{r.a.f}: sa_{r.a.f} \in (pot_+(T)) \wedge sa_{r.a.f} = SS_a \leftrightarrow (AKT(SS_a, M_r) \wedge M_r [SS_a\rangle M_f)\}$$

Folglich kann der Informationsgehalt des Erreichbarkeitsgraphen des weiteren durch die 2-Tupel (KN_{RG}, SA) oder $(RM(M_0, SR_S), SA)$ ausgedrückt werden.

t) Obwohl es sich um einen mathematischen Graphen handelt, wird der Erreichbarkeitsgraph im allgemeinen in "graphischer" Weise als visualisierter Graph dargestellt[23]. Da Erreichbarkeitsgraphen monopartite Graphen darstellen, braucht auf die Graphiksymbole für ihre Knoten nicht besonders geachtet werden[24]. Die Exemplare der nur einen Knotenart können beliebig repräsentiert werden. Der Verf. bevorzugt dafür eine rechteckige Darstellungsform. Die gerichteten Kanten werden dagegen - wie schon bei der graphischen Repräsentation von Netzen - als Pfeile notiert. Jeder Knoten M_r wird im visualisierten Graphen durch das Symbol "M_r" der repräsentierten Netzmarkierung beschriftet. Statt dessen kann auch der transponierte Markierungsvektor $\underline{M}_r^{tr}$ benutzt werden. Mit seiner Hilfe lassen sich in jeden Markierungsknoten M_r die Markenanzahlen $M_r(s_m)$ eintragen, die allen Stellen im Netz unter der Markierung M_r zukommen. Jede Kante (M_r, M_f) wird mit dem Schaltschritt SS_a beschriftet, der ihr durch $bk_{RG}(M_r, M_f) = SS_a$ zugeordnet ist.

u) Falls nur der mathematische Gehalt eines Erreichbarkeitsgraphen interessiert, kann er auch in einer Matrixform dargestellt werden. Betrachtet wird der Erreichbarkeitsgraph RG, der insgesamt $\#(KN_{RG}) = R+1$ Markierungsknoten und $\#(KA_{RG}) = A$ Schaltkanten umfaßt. Dieser Graph läßt sich durch eine quadratische (R+1)x(R+1)-Matrix $\underline{RC}$ spezifizieren. Für diese Erreichbarkeitsmatrix gilt[25]:

- ❑ Jede r-te Zeile und jede r-te Spalte der Matrix $\underline{RC}$ mit $r \in \{0,1,...,R\}$ entspricht einem Knoten des Erreichbarkeitsgraphen RG, d.h. einer erreichbaren Markierung M_r aus dem zugrundeliegenden Netz.
- ❑ Jeder Koeffizient $rc_{x.y}$ Matrix $\underline{RC}$ mit $x,y \in \{0,1,...,R\}$ entspricht einer Kante des Erreichbarkeitsgraphen RG, d.h. einem Schaltschritt SS_a im zugrundeliegenden Netz mit $a \in \{1,...,A\}$.
- ❑ Zwei Knoten M_x und M_y, zwischen denen im Erreichbarkeitsgraphen eine Schaltkante (M_x, M_y) verläuft, die mit einem Schaltschritt SS_a beschriftet ist, besitzt in der Matrix $\underline{RC}$ den Koeffizienten $rc_{x.y} = SS_a$ $(x,y \in \{0,1,...,R\}$ und $a \in \{1,...,A\})$.
- ❑ Zwei Knoten M_x und M_y, zwischen denen im Erreichbarkeitsgraphen eine Schaltkante (M_y, M_x) verläuft, die mit einem Schaltschritt SS_a beschriftet ist, besitzt in der Matrix $\underline{RC}$ den Koeffizienten $rc_{y.x} = SS_a$ $(x,y \in \{0,1,...,R\}$ und $a \in \{1,...,A\})$.
- ❑ Jedes Knotenpaar (M_x, M_y), zwischen dem im Erreichbarkeitsgraph keine Schaltkante verläuft, führt in der Matrix $\underline{RC}$ zum Koeffizienten $rc_{x.y} = \varnothing$[26].

v) Abb. 16 auf der nächsten Seite zeigt ein Stelle/Transition-Netz. Es repräsentiert ein einfaches Produktionssystem, auf das später im Zusammenhang mit Gozinto-Graphen zurückgekommen wird. Die Stellen s_m mit $m \in \{1,2,3,6,8,10\}$ besitzen die unbeschränkte Kapazität $K(s_m) = \omega$, die Stellen s_m mit $m \in \{4,5,7,9\}$ dagegen die Einheitskapazität $K(s_m) = 1$[27]. Sein Erreichbarkeitsgraph RG wird in Abb. 17 auf der übernächsten Seite in der üblichen "graphischen" Darstellungsweise wiedergegeben. Auf den beiden anschließenden Seiten wird derselbe Erreichbarkeitsgraph in äquivalenter Weise durch seine Erreichbarkeitsmatrix $\underline{RC}$ dargestellt. Dem Erreichbarkeitsgraphen und der Erreichbarkeitsmatrix liegt gemeinsam die Menge $\{M_0,...,M_{13}\}$ erreichbarer Markierungen zugrunde, die nach dem Erreichbarkeitsgraphen und vor der Erreichbarkeitsmatrix aufgelistet ist.

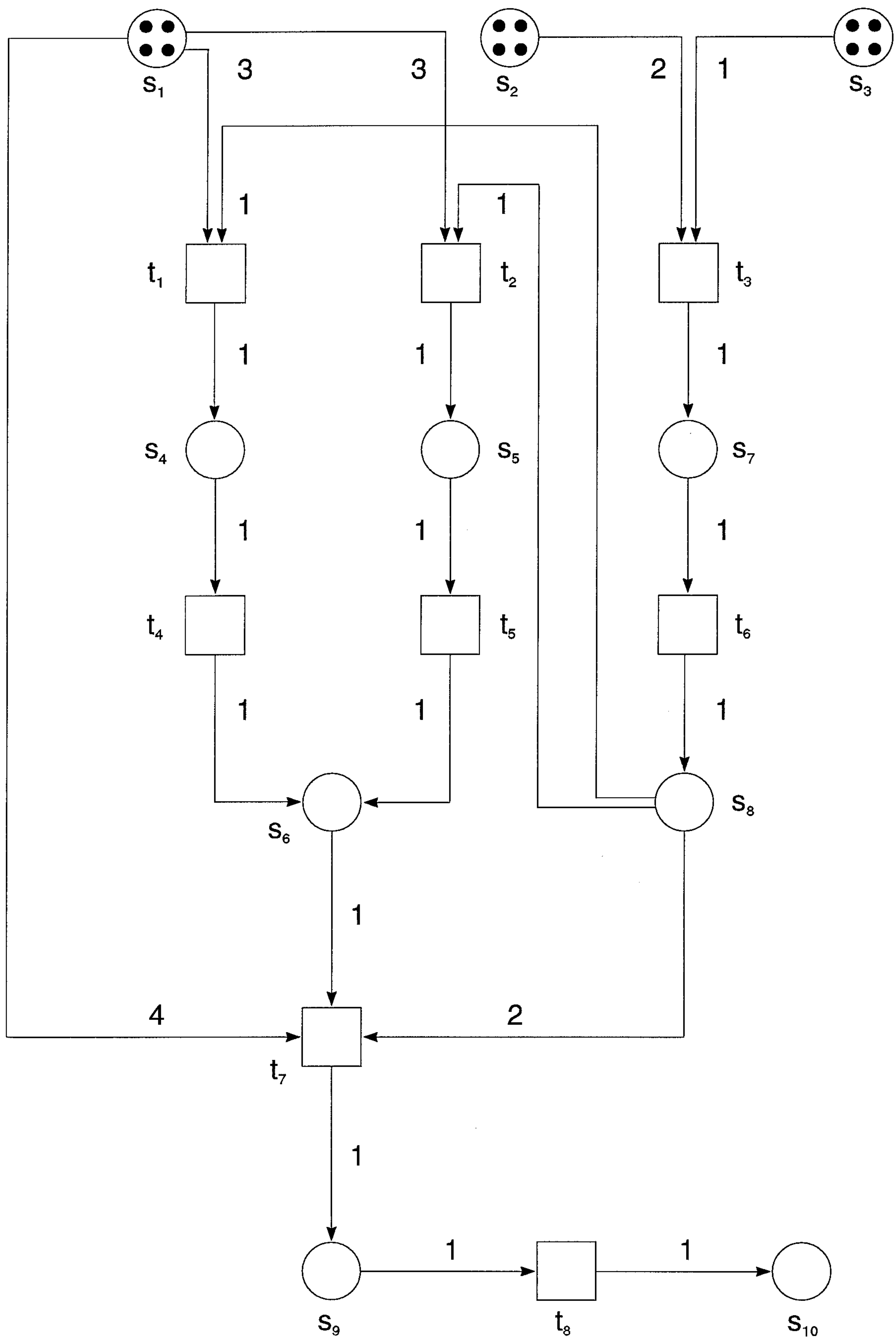


Abb. 16: Stelle/Transition-Netz für ein einfaches Produktionssystem

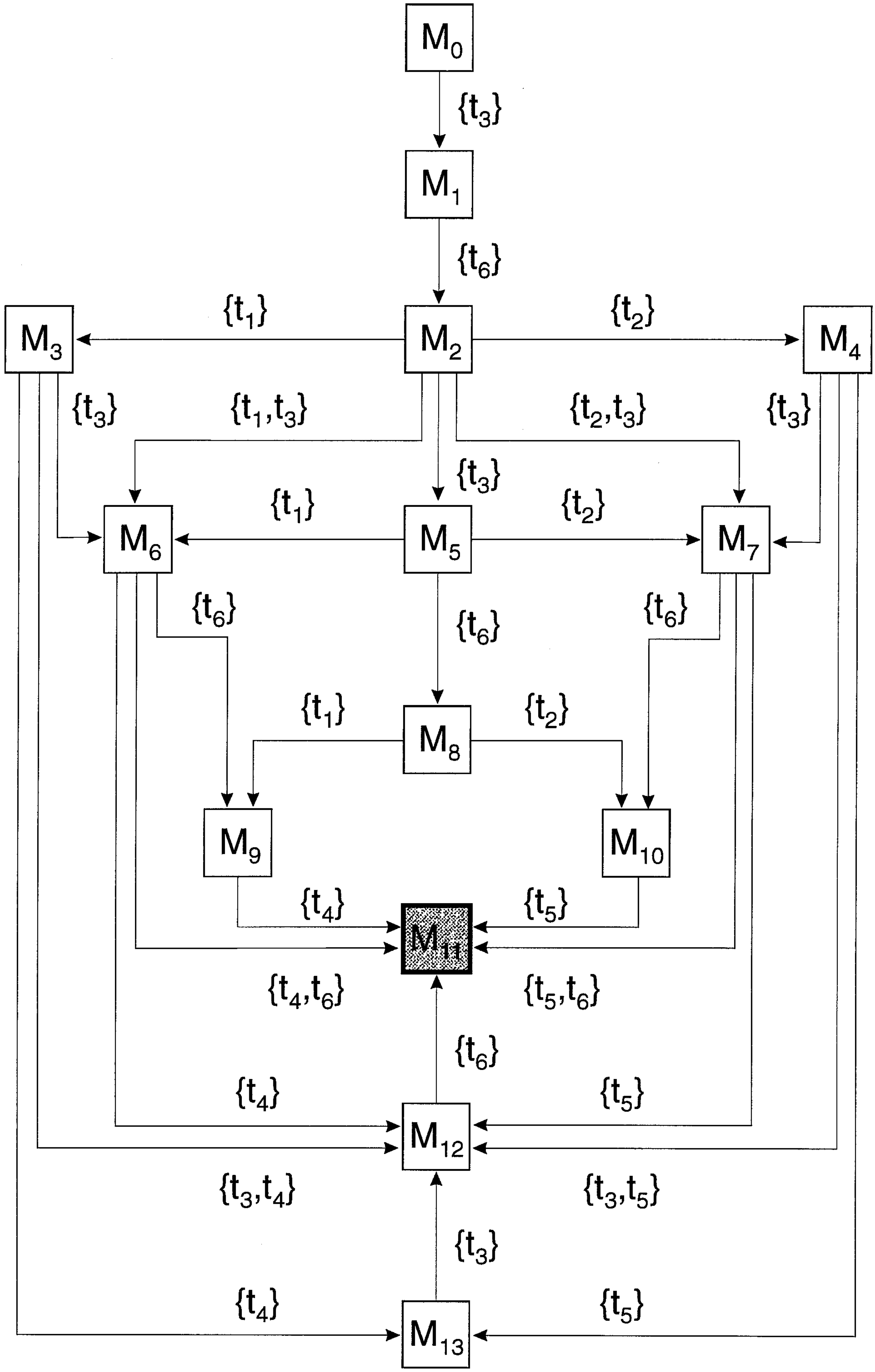


Abb. 17: Erreichbarkeitsgraph für das voranstehende Stelle/Transition-Netz

Erreichbare Markierungen M_r für den voranstehenden Erreichbarkeitsgraphen und die nachfolgende Erreichbarkeitsmatrix:

$\underline{M}_0^{tr}=(4,4,4,0,0,0,0,0,0,0)$
$\underline{M}_1^{tr}=(4,2,3,0,0,0,1,0,0,0)$
$\underline{M}_2^{tr}=(4,2,3,0,0,0,0,1,0,0)$
$\underline{M}_3^{tr}=(1,2,3,1,0,0,0,0,0,0)$
$\underline{M}_4^{tr}=(1,2,3,0,1,0,0,0,0,0)$
$\underline{M}_5^{tr}=(4,0,2,0,0,0,1,1,0,0)$
$\underline{M}_6^{tr}=(1,0,2,1,0,0,1,0,0,0)$
$\underline{M}_7^{tr}=(1,0,2,0,1,0,1,0,0,0)$
$\underline{M}_8^{tr}=(4,0,2,0,0,0,0,2,0,0)$
$\underline{M}_9^{tr}=(1,0,2,1,0,0,0,1,0,0)$
$\underline{M}_{10}^{tr}=(1,0,2,0,1,0,0,1,0,0)$
$\underline{M}_{11}^{tr}=(1,0,2,0,0,1,0,1,0,0)$
$\underline{M}_{12}^{tr}=(1,0,2,0,0,1,1,0,0,0)$
$\underline{M}_{13}^{tr}=(1,2,3,0,0,1,0,0,0,0)$

Erreichbarkeitsmatrix für den voranstehenden Erreichbarkeitsgraphen:

1. Hälfte:

	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
M_0	$\varnothing$	$\{t_3\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_6\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_1\}$	$\{t_2\}$	$\{t_3\}$	$\{t_1,t_3\}$
M_3	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_3\}$
M_4	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_5	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_1\}$
M_6	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_7	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_8	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_9	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{10}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{11}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{12}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{13}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

2. Hälfte:

	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}	M_{12}	M_{13}
M_0	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_2	$\{t_2,t_3\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_3	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_3,t_4\}$	$\{t_4\}$
M_4	$\{t_3\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_3,t_5\}$	$\{t_5\}$
M_5	$\{t_2\}$	$\{t_6\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_6	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_6\}$	$\varnothing$	$\{t_4,t_6\}$	$\{t_4\}$	$\varnothing$
M_7	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_6\}$	$\{t_5,t_6\}$	$\{t_5\}$	$\varnothing$
M_8	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_1\}$	$\{t_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_9	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_4\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{10}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_5\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{11}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{12}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_6\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
M_{13}	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{t_3\}$	$\varnothing$

w) Graphen werden gewöhnlich als Monographen behandelt, ohne daß darauf gesondert hingewiesen würde[28]. Ein Monograph zeichnet sich dadurch aus, daß zwischen je zwei benachbarten Knoten niemals mehrere gleichartige[29] Kanten existieren. Erreichbarkeitsgraphen für Stelle/Transition-Netze weichen hiervon ab. Denn es kann nicht ausgeschlossen werden, daß eine Markierung M_r durch zwei unterschiedliche Schaltschritte in eine Folgemarkierung M_f überführt wird. Daher ist es möglich, daß zwischen zwei benachbarten Knoten des Erreichbarkeitsgraphen zwei oder mehr gleichsinnig gerichtete Kanten verlaufen, die sich nur durch ihre Schaltschritt-Beschriftung voneinander unterscheiden. Ein solches Bündel aus gleichsinnig gerichteten, aber unterschiedlich beschrifteten Kanten zwischen demselben Knotenpaar wird als eine Multikante bezeichnet. Wenn ein Erreichbarkeitsgraph mindestens eine solche Multikante enthält, stellt er einen Multigraphen dar.

Abb. 18 u. Abb. 19 auf den beiden nächsten Seiten präsentieren ein einfaches Stelle/Transition-Netz mit zugehörigem Erreichbarkeitsgraphen. Der Erreichbarkeitsgraph ist ein Multigraph, weil zwischen dem Markierungsknoten M_1 und dem Markierungsknoten M_4 eine Multikante verläuft. Sie besteht aus den beiden gleichsinnig gerichteten Kanten $ka_{1.4.1} = (M_1,M_4)$ und $ka_{1.4.2} = (M_1,M_4)$, die sich nur dadurch unterscheiden, daß sie mit unterschiedlichen Schaltschritten $bk_{RG}(ka_{1.4.1}) = \{t_2\}$ bzw. $bk_{RG}(ka_{1.4.2}) = \{t_3,t_4\}$ beschriftet sind. Die Knoten des Erreichbarkeitsgraphen repräsentieren dabei folgende Markierungen des zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes:

$\underline{M}_0^{tr} = (1,2,0)$	
$\underline{M}_1^{tr} = (0,3,0)$	$\underline{M}_2^{tr} = (1,0,2)$
$\underline{M}_3^{tr} = (1,1,1)$	$\underline{M}_4^{tr} = (0,0,3)$
$\underline{M}_5^{tr} = (0,1,2)$	$\underline{M}_6^{tr} = (0,2,1)$

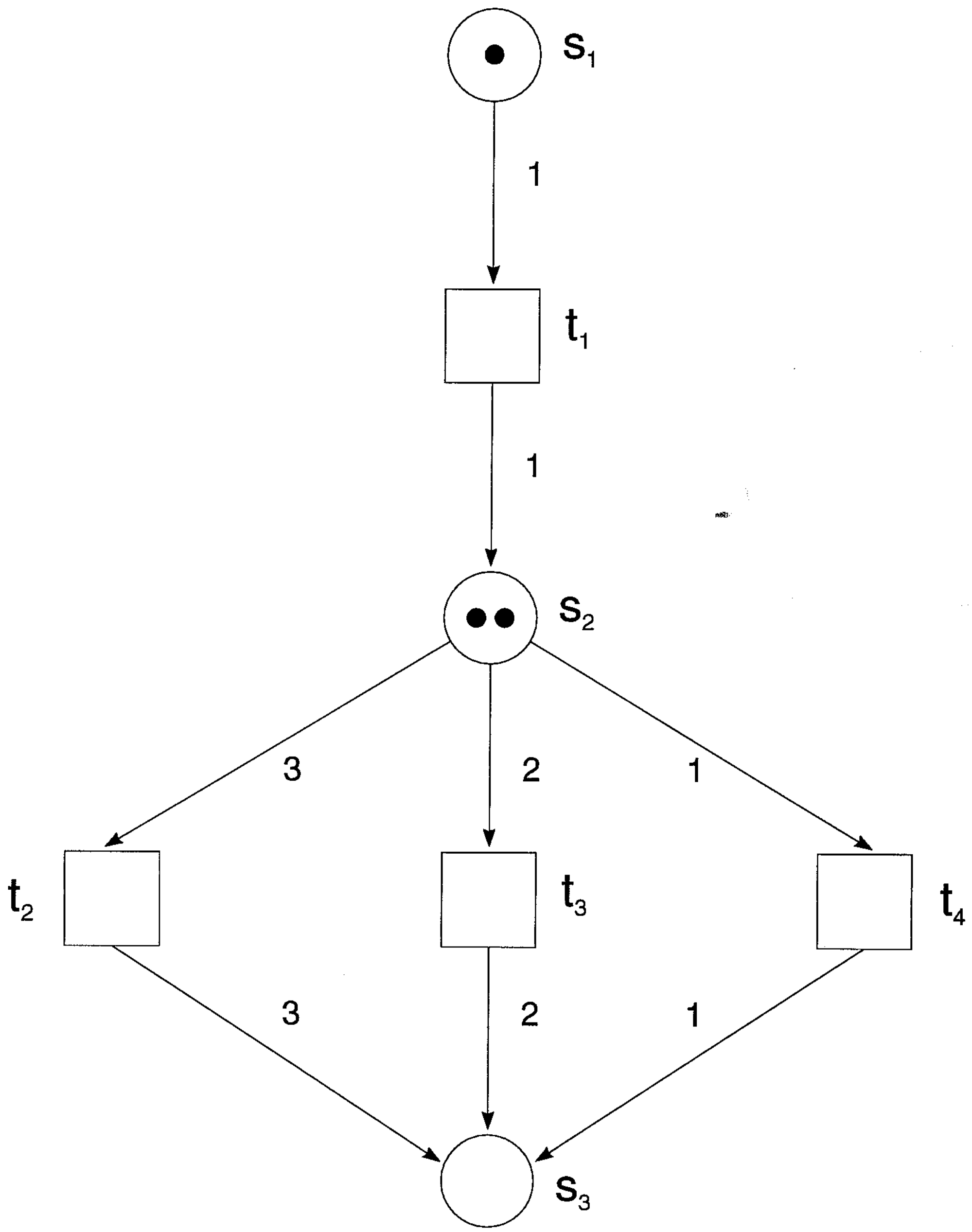


Abb. 18: Stelle/Transition-Netz mit einem Erreichbarkeitsgraphen aus der Klasse der Multigraphen

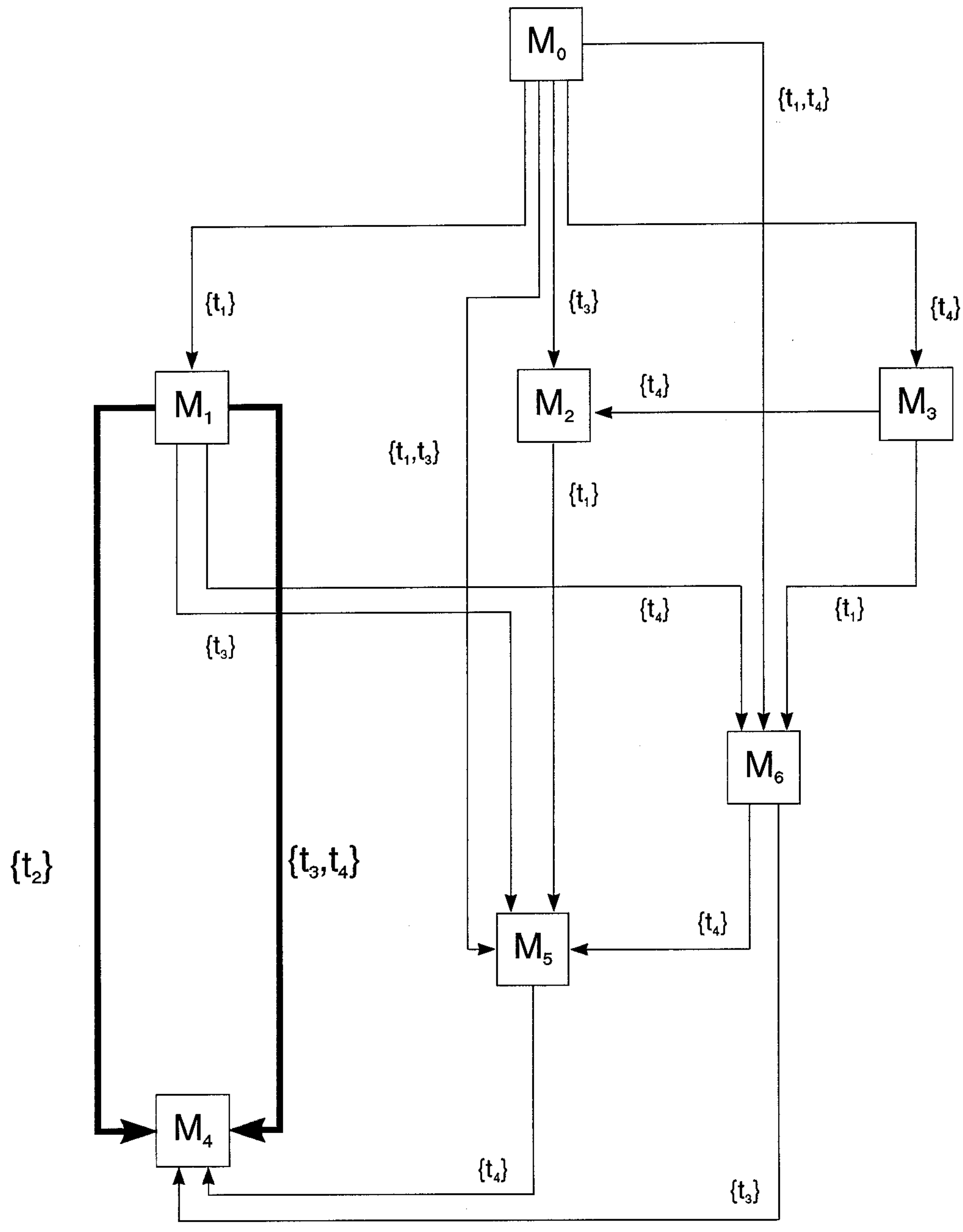


Abb. 19: Erreichbarkeitsgraph in der Gestalt eines Multigraphen

Der Erreichbarkeitsgraph eines Stelle/Transition-Netzes stellt nur dann mit Sicherheit einen Monographen dar, wenn vier vereinfachende Voraussetzungen erfüllt sind: Erstens muß es sich um ein Stelle/Transition-Netz handeln, das keine 1-Schleifen enthält. Zweitens muß seine Gewichtungsfunktion W allen Kanten das Einheitsgewicht $W(kn_x,kn_y)=1$ zuordnen. Drittens muß seine Kapazitätsfunktion K alle Stellen auf die Einheitskapazität $K(s_m)=1$ abbilden. Viertens werden ausschließlich unäre Schaltschritte zugelassen. Ein Stelle/Transition-Netz, dessen statische Netzstruktur die drei erstgenannten Voraussetzungen erfüllt, entspricht der besonderen Netzklasse der Bedingung/Ereignis-Netze[30)]. Diese Netzklasse erfüllt ein "Extensionalitätsaxiom"[31)]. Das Extensionalitätsaxiom läßt sich bereits anwenden, wenn die ersten drei von den vorgenannten vier Voraussetzungen erfüllt sind[32)]. Es drückt aus, daß ein Ereignis durch die Gesamtheit der Veränderungen, die sein Eintreten bewirkt, vollständig beschrieben wird. Deshalb müssen zwei Ereignisse identisch sein, sofern sich ihre Geschehnisse in keiner einzigen Veränderungswirkung unterscheiden. Auf Stelle/Transition-Netze übertragen bedeutet das Extensionalitätsaxiom[33)]: Zwei einzelne Transitionen sind identisch, falls sie in ihren Schaltwirkungen übereinstimmen[34)]. Diese Konsequenz ergibt sich aufgrund des Extensionalitätsaxioms bereits dann, wenn nur die drei erstgenannten Voraussetzungen für das Vorliegen eines Monographen erfüllt sind. Dies reicht aber noch nicht aus, um einen Monographen als Erreichbarkeitsgraphen zu garantieren. Dies ist erst dann der Fall, wenn die dynamische Struktur des Stelle/Transition-Netzes auch die vierte Voraussetzung erfüllt. Dann sind ausschließlich Schaltschritte erlaubt, die aus genau einer Transition bestehen. Dann kann der Übergang von einer Referenz- zu einer Folgemarkierung nur durch alternative Schaltakte von einzelnen Transitionen bewirkt werden. Falls mehrere alternative Transitionen existieren würden, deren Schaltakte jeweils denselben Markierungsübergang verursachen, besäßen sie dieselbe Schaltwirkung. Transitionen mit derselben Schaltwirkung sind aber aufgrund des Extensionalitätsaxioms identisch. Folglich kann ein Markierungsübergang immer nur durch das Schalten von genau einer Transition hervorgerufen werden, sofern die o.a. vier Voraussetzungen erfüllt sind[35)]. Diese eine Transition konstituiert den genau einen Schaltschritt, der den Übergang von einer Referenz- zu einer Folgemarkierung zu bewirken vermag. Deshalb muß der Erreichbarkeitsgraph eines Stelle/Transition-Netzes, das den vier Voraussetzungen gerecht ist, einen Monographen darstellen (q.e.d).

Stelle/Transition-Netze, die mindestens eine der vier oben erwähnten Voraussetzungen verletzen, erlauben jedoch, daß derselbe Markierungsübergang von mehreren unterschiedlichen Schaltschritten hervorgerufen wird. Dies belegt bereits das oben angesprochene Beispielnetz. Es verstößt gegen alle vier Voraussetzungen[36)]. Darüber hinaus verletzten Stelle/Transition-Netze, die mindestens eine der drei erstgenannten Anforderungen an die statische Netzstruktur nicht erfüllen, die Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze. Aber selbst wenn diese Anwendungsvoraussetzungen eingehalten werden, kann immer noch ein Multigraph als Erreichbarkeitsgraph resultieren. Dazu reicht es bereits aus, daß die dynamische Netzstruktur Schaltschritte umfassen darf, die aus mehreren Transitionen bestehen[37)].

x) Die Konstruktion des Erreichbarkeitsgraphen[38)] $RG(M_0,SR_s)$ für ein gegebenes Netz $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ beginnt mit der Ausgangsmarkierung M_0. Sie steht als Wurzel des Graphen fest. Die Konstruktionsfortsetzung erfolgt in induktiver Weise. Sei M_r ein bereits erzeugter Markierungsknoten des Erreichbarkeitsgraphen. Für jede Folgemarkierung M_f, die von dieser Markierung aus durch Ausführen eines aktivierten Schaltschritts SS_a mit $AKT(SS_a,M_r)$ und $\underline{M}_f=SR_S(\underline{M}_r,SS_a)$ erreicht werden kann, wird im Erreichbarkeitsgraphen der neue Knoten M_f hinzugefügt. Des weiteren wird die Kante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_f)$ ergänzt und mit dem Bild $bk_{RG}(ka_{r.a.f})=SS_a$ der Beschriftungsfunktion versehen. Dies gilt allerdings nur, falls der Schaltschritt SS_a für den Knoten M_r zuvor noch nicht untersucht worden ist und der Knoten M_f nicht mit einem bereits erzeugten Knoten M_r identisch ist. Wenn der aktivierte Schaltschritt SS_a für den Knoten M_r zwar noch nicht betrachtet worden ist, aber der hervorgebrachte Knoten M_f mit einem schon erzeugten Knoten M_r zusammenfällt, wird kein neuer Knoten konstruiert. Statt dessen wird nur die Kante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_f)$ mit der Kantenanschrift SS_a zwischen den schon existierenden Knoten M_r und M_f

eingefügt. Diese Konstruktion neuer Markierungsknoten und neuer Schaltkanten endet genau dann, wenn sich im Graphen kein Knoten mehr befindet, der noch mindestens einen nicht untersuchten aktivierten Schaltschritt besitzt. Das Ergebnis ist der Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0,SR_S)$.

y) Der Erreichbarkeitsgraph präzisiert den früher verwendeten, aber noch rein intuitiv verstandenen Begriff des Netzverhaltens: Jedem (zulässigen) Netzverhalten entspricht genau ein Weg im Erreichbarkeitsgraphen. Ein solcher Weg stellt eine zusammenhängende, unverzweigte, endliche Folge aus alternierenden Knoten und dazwischenliegenden, gleichsinnig gerichteten Kanten dar. Er beginnt mit genau einem Knoten M_r, dem Startknoten, und endet in genau einem Knoten M_f, dem Schlußknoten. Die Anzahl der intermittierenden Kanten wird als Weglänge L bezeichnet. Hierfür wird stets $L \in \mathcal{N}_0$ vorausgesetzt. Formal definiert ist ein solcher Weg als ein Konstrukt $wg_{r.f}$, für das gilt:

$$wg_{r.f} = (M_r{=}M_{r(0)}, (M_{r(0)},M_{r(1)}), M_{r(1)}, (M_{r(1)},M_{r(2)}), M_{r(2)}, \ldots, M_{r(L-1)}, (M_{r(L-1)},M_{r(L)}), M_{(L)}{=}M_f)$$

Nullwege, die aus genau einem identischen Start- und Schlußknoten $M_f{=}M_r$ und aus überhaupt keiner Schaltkante bestehen (L=0), degenerieren zu Konstrukten $wg_{r.r}{=}(M_r)$, die nur noch aus einem Knoten M_r bestehen[39]. Zyklische Wege zeichnen sich ebenfalls durch die Identität ihrer Start- und Schlußknoten aus. Doch wird von einem Zyklus erst dann gesprochen, wenn die Weglänge[40] L positiv ist.

z) Die Menge WG aller Wege, die im Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR_S) = (KN_{RG},KA_{RG};bk_{RG})$ eines Netzes enthalten sind, ist über der Knoten- und Kantenmenge des Erreichbarkeitsgraphen in induktiver Weise aufgebaut. Mit WG_L als Menge aller Wege $wg_{r.f}$, welche dieselbe Weglänge L besitzen, gilt:

$$WG_0 = \{(M_r) \colon M_r \in KN_{RG}\}$$

$$WG_1 = \{(M_r{=}M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),M_{r(1)}{=}M_f) \colon \ldots \\ M_{r(0)} \in KN_{RG} \wedge M_{r(1)} \in KN_{RG} \wedge (M_{r(0)},M_{r(1)}) \in KA_{RG}\}$$

$$\forall (L \in (\mathcal{N}_+ - \{1\})) \colon \ldots \\ WG_L = \{(M_r{=}M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),\ldots,M_{r(L-1)},(M_{r(L-1)},M_{r(L)}),\ldots,M_{(L)}{=}M_f) \colon \ldots \\ (M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),\ldots,M_{r(L-1)}) \in WG_{L-1} \wedge (M_{r(L-1)},M_{r(L)}) \in KA_{RG} \wedge M_{r(L)} \in KN_{RG}\}$$

$$WG = \bigcup (L \in \mathcal{N}_0) \colon WG_L$$

A) Der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes ist aufgrund seiner Konstruktionsweise immer ein zusammenhängender Graph[41]. Denn jeder Knoten M_r des Erreichbarkeitsgraphen kann zumindest vom Knoten der Ausgangsmarkierung M_0 aus über mindestens einen Weg $wg_{0.r}$ erreicht werden. Folglich ist es ausgeschlossen, daß der Erreichbarkeitsgraph isolierte Knoten besitzt[42]. Ebensowenig kann er Teilgraphen umfassen, die vom Rumpf des Erreichbarkeitsgraphen isoliert sind[43].

B) Da endliche Erreichbarkeitsgraphen vorausgesetzt wurden, existiert für jeden Erreichbarkeitsgraph eine größte Länge L_{max} aller in ihm definierten Wege. Hierfür gilt[44]:

$$\underline{\exists}(L_{max} \in \mathcal{N}_0) \colon (\forall (WG_L \subseteq WG) \colon L \leq L_{max}) \wedge (\exists (WG_L \subseteq WG) \colon L = L_{max})$$

Diese maximale Weglänge L_{max} eines Erreichbarkeitsgraphen wird auch als dessen Reichweite bezeichnet[45].

C) Mitunter kann es von Interesse sein, einen Erreichbarkeitsgraphen nur so weit zu betrachten, wie die in ihm definierten Wege eine höchstzulässige Weglänge L_{sup} mit $L_{sup} \in \mathcal{N}_0$ nicht überschreiten[46]. Es wird nicht vorausgesetzt, daß alle zulässigen Wege eines Erreichbarkeitsgraphen diese höchstzulässige Weglänge einhalten. Statt dessen wird die Konstruktion eines Erreichbarkeitsgraphen von seiner Ausgangsmarkierung aus nur so weit vorangetrieben, wie keiner der Wege, die im bereits konstruierten Erreichbarkeitsgraphen definiert sind, die höchstzulässige Weglänge überschreiten. Falls für einen Erreichbarkeitsgraphen $L_{sup} \geq L_{max}$ gilt, wirkt sich die Vorgabe der höchstzulässigen Weglänge L_{sup} auf die Entfaltung des Erreichbarkeitsgraphen überhaupt nicht aus: Er wird vollständig konstruiert[47]. Andernfalls - wenn also $L_{sup} < L_{max}$ gilt - wird nur ein echter Ausschnitt aus dem Erreichbarkeitsgraphen entfaltet. Es liegt dann ein echter Teilerreichbarkeitsgraph mit der zulässigen Reichweite L_{sup} vor. Wenn zwar eine höchstzulässige Weglänge L_{sup} vorgegeben, aber die Reichweite L_{max} des - noch nicht vollständig konstruierten - Erreichbarkeitsgraphen unbekannt ist, steht auch im allgemeinen nicht fest, ob entweder $L_{sup} \geq L_{max}$ oder aber $L_{sup} < L_{max}$ zutrifft. Dann wird von einem Teilerreichbarkeitsgraphen mit der zulässigen Reichweite L_{sup} gesprochen[48]. Er wird auch kurz als ein L_{sup}-reduzierter Erreichbarkeitsgraph bezeichnet.

D) Die Konstruktion eines Teilerreichbarkeitsgraphen mit zulässiger Reichweite L_{sup} läßt sich derart verallgemeinern, daß die Konstruktion nicht in der Ausgangsmarkierung M_0 des zugrundeliegenden Netzes begonnen werden muß. Statt dessen kann sie in jeder beliebigen Netzmarkierung M_w einsetzen, sofern es sich nur um eine erreichbare Markierung aus der Menge $RM(M_0)$ handelt. Es wird dann von einem Teilerreichbarkeitsgraphen $TRG(M_w,L_{sup})$ mit der Markierungswurzel M_w und mit der zulässigen Reichweite L_{sup} oder kurz von einem (M_w,L_{sup})-reduzierten Erreichbarkeitsgraphen gesprochen. Dabei wird der zugrundeliegende vollständige Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0,SR_S)$ stets als implizite Referenz vorausgesetzt[49]. Dieser Teilerreichbarkeitsgraph läßt sich formal genau so wie ein Erreichbarkeitsgraph definieren. Es brauchen lediglich die Einschränkungen auf den Wurzelknoten M_w als "Ausgangsmarkierung" und auf die zulässige Weglänge L_{sup} berücksichtigt zu werden. Daher gilt für jeden Teilerreichbarkeitsgraphen $TRG(M_w,L_{sup})$:

$$TRG(M_w,L_{sup}) = (KN_{TRG},KA_{TRG};bk_{TRG})$$

mit:

- ❑ $M_w \in RM(M_0)$
- ❑ $L_{sup} \in \mathcal{N}_0$
- ❑ $KN_{TRG} = \{M_f\colon \underline{M}_f \in \mathcal{N}_0^M \wedge (\exists(L \in \mathcal{N}_0)\ \exists(SF_L \in ((pot_+(T))^L)\colon \ldots$
  $L \leq L_{sup} \wedge AKT(SF_L,M_w) \wedge \underline{M}_f = SR_{FS}(\underline{M}_w,SF_L))\}$
- ❑ $KA_{TRG} = \{ka_{r.a.f}\colon ka_{r.a.f} = (M_r,M_f) \wedge M_r \in KN_{TRG} \wedge M_f \in KN_{TRG} \wedge \ldots$
  $(\exists(SS_a \in (pot_+(T)))\colon AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a))\}$
- ❑ $bk_{TRG}\colon\ KA_{TRG} \rightarrow pot_+(T)$
  $ka_{r.a.f} \rightarrow bk_{TRG}(ka_{r.a.f})$
  mit: $bk_{TRG}(ka_{r.a.f}) = SS_a \Leftrightarrow ka_{r.a.f} = (M_r,M_f) \wedge AKT(SS_a,M_r) \wedge \underline{M}_f = SR_S(\underline{M}_r,SS_a)$

Ein Teilerreichbarkeitsgraph $TRG(M_w,L_{sup}) = (KN_{TRG},KA_{TRG};bk_{TRG})$ fällt mit dem Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR_S) = (KN_{RG},KA_{RG};bk_{RG})$ des zugrundeliegenden Netzes zusammen, falls $M_w = M_0$ und $L_{sup} \geq L_{max}$ erfüllt sind.

E) Zulässige Netzverhaltensweisen wurden früher als Prozesse eingeführt, die in einem Netz ausgeführt werden können. Diese Prozesse nehmen im zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen eine besonders anschauliche Form an. Jedem Prozeß des Netzes entspricht im Erreichbarkeitsgraphen genau ein Weg[50]. Daher läßt sich jede zulässige Verhaltensweise eines Netzes sowohl durch genau einen Prozeß im Netz als auch durch genau einen korrespondierenden Weg im Erreichbarkeitsgraphen beschreiben. Beide Darstellungsformen unterscheiden sich zwar durch ihre verschiedenen Bezugspunkte - Erreichbarkeitsgraphen bzw. Netze - und durch ihre abweichenden formalen Ausdrucksweisen. Aber sie drücken wegen der Korrespondenz zwischen Wegen und Prozessen materiell das gleiche Netzverhalten aus[51]. Da jedes Netzverhalten durch Schaltakte von Transitionen hervorgebracht wird, können die verhaltensbeschreibenden Wege oder Prozesse auch verdeutlichend als Schaltwege bzw. Schaltprozesse bezeichnet werden.

F) Ein endlicher Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ liegt vor, wenn er die Markierung M_r durch eine endliche Schaltfolge SF_L mit $L\in\mathcal{N}_0$ in die Markierung M_f überführt. Dann kann die Folgemarkierung M_f von der Referenzmarkierung M_r aus durch Ausführen des endlichen Prozesses - und somit durch das Ausführen seiner zugrundeliegenden endlichen Schaltfolge SF_L - erreicht werden. Mit $RM(M_r)$ als vereinfachter Notation für die Menge aller Markierungen, die sich von der Referenzmarkierung M_r aus erreichen lassen, gilt daher für alle endlichen Prozesse eines Netzes:

$$\exists(L\in\mathcal{N}_0):\ PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)\ \Leftrightarrow\ M_f\in RM(M_r)$$

G) Endliche Prozesse $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit $L\in\mathcal{N}_0$ besitzen im zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen eine eineindeutige Entsprechung, sofern es sich um azyklische Prozesse handelt. Die Schalt- und die Markierungsfolge SF_L bzw. MF_L, aus deren alternierender Verschränkung der Prozeß $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ im Netz aufgebaut ist, finden sich dann im Erreichbarkeitsgraphen als eineindeutig korrespondierende Folgen von Kantenbeschriftungen bzw. Markierungsknoten auf dem prozeßzugehörigen Weg wieder. Diese Korrespondenzen zwischen prozeßbezogenen Konstrukten in Netzen und wegbezogenen Komponenten von Erreichbarkeitsgraphen werden formal präzisiert durch folgende Äquivalenzzuordnung:

- für entartete Prozesse mit L=0:

$$\begin{aligned}
&SF_0=()=\varnothing\wedge MF_0=(M_r)\\
\Leftrightarrow\ &PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)=(M_r)\\
\Leftrightarrow\ &wg_{r.r}=(M_r)
\end{aligned}$$

- für nicht-entartete Prozesse mit $L\in\mathcal{N}_+$:

$$\begin{aligned}
&SF_L=(SS_{a(1)},\dots,SS_{a(L)})\wedge\dots\\
&MF_L=(M_{r(0)},M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},M_{r(L)})\\
\Leftrightarrow\ &PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)=(M_r{=}M_{r(0)},SS_{a(1)},M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},SS_{A(L)},M_{r(L)}{=}M_f)\\
\Leftrightarrow\ &wg_{r.f}=(M_r{=}M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),M_{r(1)},\dots,M_{r(L-1)},(M_{r(L-1)},M_{r(L)}),M_{r(L)}{=}M_f)\\
&\wedge(\forall(l\in\{1,\dots L\}):\ bk_{RG}(M_{r(l-1)},M_{r(l)})=SS_{a(l)})
\end{aligned}$$

H) Für endliche, aber zyklische Prozesse gilt die eineindeutige Entsprechung nicht mehr. Denn jedem endlichen zyklischen Prozeß $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ entspricht zwar im Erreichbarkeitsgraphen genau ein - ebenso zyklischer - Weg $wg_{r.r}$ mit $wg_{r.f}=(M_r=M_{r(0)},\ldots,M_{r(L)}=M_r)$ und $L\in\mathcal{N}_0$. Aber dieser zyklische Weg korrespondiert seinerseits mit beliebig - potentiell unendlich - vielen zyklischen Prozessen im zugrundeliegenden Netz. Jeder dieser Prozesse fällt entweder mit demjenigen Prozeß $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ zusammen, der dem einmaligen Durchlaufen des zyklischen Wegs $wg_{r.f.}$ im Erreichbarkeitsgraphen entspricht, oder geht aus diesem Prozeß durch dessen beliebig häufige, aber endliche Iteration hervor. Jeder dieser endlichen zyklischen Prozesse wird als $(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k$ mit $k\in\mathcal{N}_+$ notiert. Dabei stellt der Teilprozeß $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ einen Schaltzyklus dar. Der Iterationsparameter "k"[52)] gibt an, wie oft dieser Schaltzyklus im zyklischen Gesamtprozeß $(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k$ ausgeführt wird. Ein zyklischer Prozeß $(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^1$, dessen Schaltzyklus genau einmal durchlaufen wird, heißt ein zyklischer Basisprozeß.

I) Unendliche Prozesse $PRO_{r.r}(SF_\emptyset,MF_\emptyset)$[53)] werden in den hier vorausgesetzten endlichen Erreichbarkeitsgraphen durch zyklische Wege $wg_{r.r}=(M_r=M_{r(0)},\ldots,M_{r(L)}=M_r)$ mit $L\in\mathcal{N}_0$[54)] erfaßt. Dabei wird der endliche zyklische Prozeß $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$, dem der zyklische Weg $wg_{r.r}$ entspricht, im zugrundeliegenden Netz beliebig - potentiell unendlich - oft wiederholt ausgeführt. Der unendliche Prozeß $PRO_{r.r}(SF_\emptyset,MF_\emptyset)$ stellt daher eine unbeschränkte Iteration des endlichen zyklischen Teilprozesses $PRO_{r.r}(SF_L,MF_L)$ dar. Dieser Sachverhalt wird fortan mit $PRO_{r.r}(SF_\emptyset,MF_\emptyset)=(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^\emptyset$ notiert.

J) Ein Projektionsoperator "pro(...)" bildet jeden Prozeß[55)], der eine zulässige Verhaltensweise eines Netzes darstellt, auf den korrespondierenden Weg $wg_{r.f}$ im zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen ab. Hierfür gilt hinsichtlich des Normalfalls nicht-entarteter Prozesse[56)]:

- ❑ im Hinblick auf endliche azyklische Prozesse $PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)$ mit $L\in\mathcal{N}_+$ und $M_r\neq M_f$:

$$\begin{aligned}
&pro(PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)) = wg_{r.f}\\
:\Leftrightarrow\ &(PRO_{r.f}(SF_L,MF_L) = (M_r=M_{r(0)},SS_{a(1)},M_{r(1)},\ldots,M_{r(L-1)},SS_{A(L)},M_{r(L)}=M_f)\\
&\wedge\ wg_{r.f} = (M_r=M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),M_{r(1)},\ldots,M_{r(L-1)},(M_{r(L-1)},M_{r(L)}),M_{r(L)}=M_f)\\
&\wedge\ (\forall(l\in\{1,\ldots L\})\colon bk_{RG}(M_{r(l-1)},M_{r(l)})=SS_{a(l)}))
\end{aligned}$$

- ❑ im Hinblick auf zyklische - endliche oder unendliche - Prozesse $(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k$ mit $L\in\mathcal{N}_+$ und $k\in(\mathcal{N}_+\cup\{\omega\})$:

$$\begin{aligned}
&pro((PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k) = wg_{r.f}\\
:\Leftrightarrow\ &(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L) = (M_r=M_{r(0)},SS_{a(1)},M_{r(1)},\ldots,M_{r(L-1)},SS_{A(L)},M_{r(L)}=M_r)\\
&\wedge\ wg_{r.r} = (M_r=M_{r(0)},(M_{r(0)},M_{r(1)}),M_{r(1)},\ldots,M_{r(L-1)},(M_{r(L-1)},M_{r(L)}),M_{r(L)}=M_r)\\
&\wedge\ (\forall(l\in\{1,\ldots L\})\colon bk_{RG}(M_{r(l-1)},M_{r(l)})=SS_{a(l)}))
\end{aligned}$$

K) Mit der Hilfe des Projektionsoperators läßt sich die Menge PROM aller Prozesse eines Netzes aus dessen Erreichbarkeitsgraphen ableiten. Für diese Prozeßmenge gilt[57)]:

$$\begin{aligned}
PROM\ =\ &\{PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)\colon M_r\neq M_f \wedge L\in\mathcal{N}_0 \wedge \ldots\\
&\quad(\exists(wg_{r.f}\in WG_L)\colon pro(PRO_{r.f}(SF_L,MF_L))=wg_{r.f}\}\\
\cup\ &\{(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k\colon k\in(\mathcal{N}_+\ \{w\}) \wedge L\in\mathcal{N}_0 \wedge \ldots\\
&\quad(\exists(wg_{r.f}\in WG_L)\colon pro((PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^k)=wg_{r.f}\}
\end{aligned}$$

L) Die dynamische Struktur eines Netzes wurde als Potential aller Verhaltensweisen eingeführt, die sich in diesem Netz durch das Schalten seiner Transitionen verwirklichen lassen. Jedes solche Netzverhalten stellt dabei einen nicht-entarteten Prozeß dar. Daher überdeckt die Prozeßmenge PROM alle zulässigen Verhaltensweisen eines Netzes. Sie besitzt allerdings einen Gehaltsüberschuß, weil sie auch die entarteten Prozesse $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)$ und deren Iterationen enthält[58]. Solchen Prozessen entspricht kein intuitiv zugängliches Netzverhalten, da in ihnen überhaupt keine Transition geschaltet wird. Um die dynamische Struktur eines Netzes darzustellen, reicht es deshalb aus, die reduzierte Prozeßmenge $PROM_+$ zu betrachten. Sie geht aus der Prozeßmenge PROM dadurch hervor, daß in ihrer oben vorgelegten Definition die Ausdrücke "$L\in \mathcal{N}_0$" durch "$L\in \mathcal{N}_+$" ersetzt werden. Die reduzierte Prozeßmenge enthält daher keine entarteten Prozesse mehr.

M) Mitunter kann ein Interesse daran bestehen, nur alle wiederholungsfreien Prozesse zu betrachten[59]. Dabei handelt es sich um solche Schaltprozesse, die entweder azyklischer Natur sind oder aber zyklische Basisprozesse darstellen. Dann ist sichergestellt, daß im Netz kein Schaltzyklus mehrfach durchlaufen wird. Für die derart eingeschränkte Menge Prozeßmenge $PROM_B$ gilt:

$$\begin{aligned}
PROM_B = & \{PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)\colon M_r \neq M_f \wedge L\in \mathcal{N}_0 \wedge \ldots \\
& \quad (\exists(wg_{r.f}\in WG_L)\colon pro(PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)) = wg_{r.f}\} \\
& \cup \ \{(PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^1\colon L\in \mathcal{N}_0 \wedge \ldots \\
& \quad (\exists(wg_{r.f}\in WG_L)\colon pro((PRO_{r.r}(SF_L,MF_L))^1) = wg_{r.f}\} \\
= & \{PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)\colon L\in \mathcal{N}_0 \wedge (\exists(wg_{r.f}\in WG_L)\colon pro(PRO_{r.f}(SF_L,MF_L)) = wg_{r.f}\}
\end{aligned}$$

N) Der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes repräsentiert die dynamische Netzstruktur auf rein kausaler Grundlage. Das kausale Fundament bilden die Schaltakte $sa_{r.a.f}$. Wenn ein Schaltakt $sa_{r.a.f}$ geschieht, dann bewirkt das Ausführen des zugehörigen Schaltschritts SS_a einen Übergang $M_r[SS_a\rangle M_f$ von der Referenzmarkierung M_r zu deren Folgemarkierung M_f[60]. Diejenige Schaltkante $ka_{r.a.f} = (M_r,M_f)$ des Erreichbarkeitsgraphen, die mit dem Schaltschritt SS_a beschriftet ist, weist im Erreichbarkeitsgraphen von der Referenz- zur Folgemarkierung. Ihre unidirektionale[61] Gerichtetheit spiegelt die kausale Asymmetrie[62] des bewirkten Markierungsübergangs wider. Darüber hinaus liegt dem Erreichbarkeitsgraphen eine schwache kausale Folgebeziehung[63] zugrunde. Denn aktivierte Schaltschritte können zwar ausgeführt werden, müssen es aber nicht.

O) Schaltkanten und -wege in einem Erreichbarkeitsgraphen gestatten es, für die erreichbaren Markierungen des zugrundeliegenden Netzes eine zweistellige, kausal fundierte, asymmetrische[64] Anordnungsrelationen[65] zu definieren. Für je zwei beliebige Netzmarkierungen M_1 und M_2 aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$ gilt:

- ❑ Markierung M_1 ist eine Vorgängermarkierung der Markierung M_2 genau dann, wenn im Erreichbarkeitsgraphen mindestens ein Schaltweg mit M_1 als Start- und mit M_2 als Schlußknoten existiert. Es wird dann auch davon gesprochen, die Markierung M_1 erfolge kausal früher als die Markierung M_2[66].
- ❑ Markierung M_1 ist eine Nachfolgermarkierung der Markierung M_2 genau dann, wenn im Erreichbarkeitsgraphen mindestens ein Schaltweg mit M_1 als Schluß- und mit M_2 als Startknoten existiert. Es wird dann auch davon geredet, die Markierung M_1 erfolge kausal später als die Markierung M_2[67]. Nachfolgermarkierung werden in dieser Arbeit auch kurz als Folgemarkierungen bezeichnet.

- Eine Markierung M_1 stellt eine unmittelbare Vorgänger- oder Nachfolgermarkierung der M_2 genau dann dar, wenn es sich bei der Markierung M_1 um eine Vorgänger- bzw. Nachfolgermarkierung der Markierung M_2 handelt und wenn der zugehörige Schaltweg im Erreichbarkeitsgraphen die Länge L=1 besitzt.
- Eine Markierung M_1 stellt eine mittelbare Vorgänger- oder Nachfolgermarkierung der M_2 genau dann dar, wenn es sich bei der Markierung M_1 um eine Vorgänger- bzw. Nachfolgermarkierung der Markierung M_2 handelt und wenn der zugehörige Schaltweg im Erreichbarkeitsgraphen die Länge $L \geq 2$ besitzt.
- Unmittelbare und mittelbare Vorgänger- oder Nachfolgermarkierungen werden gemeinsam als echte Vorgänger- bzw. Nachfolgermarkierungen bezeichnet. Ihre zugehörigen Schaltwege im Erreichbarkeitsgraphen besitzen die Weglänge $L \in \mathcal{N}_+$.
- Unechte Vorgänger- oder Nachfolgermarkierungen liegen dagegen vor, wenn die beiden betrachteten Markierungen M_1 und M_2 als Start- und Schlußknoten von einem Nullweg der Länge L=0 zusammenfallen.

Die voranstehenden Definitionen schließen nicht aus, daß eine Markierung M_1 sowohl eine Vorgänger- als auch eine Nachfolgermarkierung einer anderen Markierung M_2 darstellt. Dies ist genau dann der Fall, wenn im Erreichbarkeitsgraphen ein zyklischer Schaltweg existiert, der die Markierungsknoten M_1 und M_2 enthält.

P) Aufgrund seines Kausalcharakters besitzt der Erreichbarkeitsgraph grundsätzlich keine zeitbezogenen Attribute für Markierungsknoten oder Schaltkanten. Daher reichen die zuvor eingeführten Bezeichnungen der Vorgänger- und Nachfolgermarkierungen nicht aus, um die involvierten Markierungsknoten eindeutig als zeitlich frühere bzw. zeitlich spätere Knoten anzuordnen. Dies ist nicht nur wichtig, um das Petrinetz-Konzept als ein Konzept zu qualifizieren, das sich durch eine rein kausal fundierte, infolgedessen atemporale Dynamik auszeichnet. Darüber hinaus führt die rein kausale Folgebeziehung zwischen Netzmarkierungen auch dazu, daß zyklische Wege im Erreichbarkeitsgraphen ohne Einschränkungen zulässig sind. Die sonst vorherrschenden Konzepte, die auf einer temporal ausgerichteten Dynamik beruhen, müssen[68)] dagegen zyklische Wege entweder grundsätzlich ausschließen[69)] oder aber zumindest auf zyklische Wege mit einer zulässigen, nicht-positiven Weglänge begrenzen[70)]. Solche konsistenzwahrenden Vorkehrungen sind im Petrinetz-Konzept nicht notwendig. Dort bedeutet ein zyklischer Weg im Erreichbarkeitsgraphen lediglich, daß im zugehörigen Schaltprozeß gleiche Netzmarkierungen mehrfach nacheinander hervorgebracht werden können. Wird ein solcher Schaltzyklus mehrfach durchlaufen, so liegt jede Markierung des aktuellen Durchlaufs zugleich zeitlich später als alle Markierungen der vorangehenden und zeitlich später als alle Markierungen der nachfolgenden Durchläufe. Der Erreichbarkeitsgraph selbst drückt jedoch nur die kausalen Folgebeziehungen der markierungstransformierenden Schaltakte innerhalb eines Zyklusdurchlaufs aus. Wie häufig ein zyklischer Schaltweg tatsächlich in der Anschauungsform Zeit durchlaufen wird, bleibt im Erreichbarkeitsgraphen hingegen völlig unbestimmt.

Diese temporale Unbestimmtheit zieht zwei wesentliche Konsequenzen nach sich. Einerseits bleibt die zeitliche Anordnung von Markierungsknoten aus einem zyklischen Weg offen, so lange keine - im Erreichbarkeitsgraphen selbst nicht enthaltene - Information darüber vorliegt, zu welchen Zyklusdurchläufen die anzuordnen Markierungen gehören. Andererseits läßt es diese Unterbestimmtheit zu, in einem endlichen Erreichbarkeitsgraphen die Ausführungsmöglichkeit potentiell unendlicher Schaltprozesse[71)] kausal präzise darzustellen. Denn die Unbestimmtheit der Häufigkeit, in der ein zyklischer Schaltweg durchlaufen wird, umgreift auch den Grenzfall, den zugehörigen Schaltprozeß unbeschränkt - also potentiell unendlich - oft zu wiederholen. Diese Fähigkeit, potentiell unendliche Prozesse mit zyklischer Ablaufstruktur in endlicher Weise zu repräsentieren, besitzen die oben angesprochenen Konzepte mit temporaler Dynamik wegen ihrer Ausgrenzung von zyklischen Wegen (mit positiver Weglänge) nicht.

Q) Das kausale Fundament von Erreichbarkeitsgraphen gestattet es, die Begriffe der kausalen Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Ereignissen für Netze präzise zu bestimmen[72]. Hierdurch wird eine schwache[73] kausale Folgebeziehung[74] zwischen den Schaltakten in einem Netz konstituiert. Der Einfachheit halber werden anschließend nicht die Schaltakte $ss_{r.a.f}$ selbst, sondern die jeweils zugehörigen Schaltschritte[75] SS_a betrachtet[76]. Zugleich werden die Kausalbeziehungen, die zwischen Schaltschritten bestehen können, inhaltlich in zweifacher Hinsicht ausdifferenziert. Einerseits wird zwischen einer sequentiellen und einer konfliktionären Variante der kausalen Abhängigkeit unterschieden. Andererseits kann die kausale Abhängigkeit sowohl unmittelbarer als auch mittelbarer Natur sein. Schließlich wird die kausale Abhängigkeit zweier Schaltschritte hinsichtlich der Markierungen präzisiert, unter denen die Schaltschritte aktiviert sind oder welche die Schaltschrittausführungen hervorbringen[77]. Gemeinsame Grundlage dieser Verallgemeinerungen und Präzisierungen ist weiterhin die kausale Unterscheidung zwischen der Schaltvoraussetzung, die für die Aktivierung einer Transition erfüllt sein muß, und der Schaltwirkung, die durch das Schalten einer aktivierten Transition bewirkt wird. Im einzelnen gilt für je zwei Schaltschritte SS_1 und SS_2[78]:

- ❑ Die Schaltschritte hängen in sequentieller Weise unmittelbar kausal voneinander ab, falls sie nicht unter derselben Markierung aktiviert sind, aber das Ausführen des einen Schaltschritts diejenige Markierung M_r hervorbringt, unter welcher der jeweils andere Schaltschritt aktiviert ist[79]. Im Erreichbarkeitsgraphen lassen sich zwei derart unmittelbar-sequentiell kausal abhängige Schaltschritte daran erkennen, daß sie die Kantenanschriften zweier Schaltkanten darstellen, die unmittelbar aufeinander folgen und über den Markierungsknoten M_r miteinander zusammenhängen.

- ❑ Die Schaltschritte verhalten sich in sequentieller Hinsicht mittelbar kausal voneinander abhängig, wenn sie nicht unter derselben Markierung aktiviert sind, jedoch mindestens ein Schaltprozeß zulässig ist, in dessen Schaltfolge beide Schaltschritte enthalten sind, ohne unmittelbar aufeinander zu folgen[80]. Zwei derart mittelbar-sequentiell kausal abhängigen Schaltschritten entspricht im Erreichbarkeitsgraphen ein Schaltweg, für den gilt: Er umfaßt zwei Schaltkanten, die mit den beiden Schaltschritten beschriftet sind. Aber die Schaltkanten hängen nicht über einen gemeinsamen Markierungsknoten unmittelbar zusammen.

- ❑ Die Schaltschritte hängen auf konfliktionäre Art kausal voneinander ab[81], falls zwar beide Schaltschritte unter derselben Markierung M_r aktiviert sind, jedoch das Ausführen von mindestens einem Schaltschritt bewirkt, die Aktivierung des jeweils anderen Schaltschritts aufzuheben[82]. Dies ist genau dann der Fall, wenn der Schaltschritt $SS_{1\&2}$, der genau alle Transitionen aus den beiden Schaltschritten SS_1 und SS_2 umfaßt, unter der Markierung M_r nicht aktiviert ist. Im Erreichbarkeitsgraphen können zwei derart konfliktionär kausal abhängige Schaltschritte dadurch identifiziert werden, daß sie die Kantenanschriften zweier Schaltkanten sind, die vom Markierungsknoten M_r ausgehen. Zusätzlich darf der Markierungsknoten M_r keine Ausgangskante besitzen, die mit dem Schaltschritt $SS_{1\&2}$ beschriftet ist.

- ❑ Die Schaltschritte verhalten sich unmittelbar kausal unabhängig, wenn sie unter derselben Markierung M_r aktiviert sind und auch gemeinsam ausgeführt werden können. Daher muß unter der Markierung M_r der Schaltschritt $SS_{1\&2}$, der genau alle Transitionen aus den beiden Schaltschritten SS_1 und SS_2 enthält, ebenso aktiviert sein. Im Erreichbarkeitsgraphen äußern sich zwei derart unmittelbar kausal unabhängige Schaltschritte dadurch, daß der Markierungsknoten M_r mindestens drei Ausgangskanten besitzt, die mit den Schaltschritten SS_1, SS_2 und $SS_{1\&2}$ beschriftet sind.

- ❑ Die Schaltschritte sind mittelbar kausal voneinander unabhängig, falls sie nicht unter derselben Markierungs aktiviert sind und auch kein Schaltprozeß zulässig ist, dessen Schaltfolge beide Schaltschritte umfaßt. Zwei derart mittelbar kausal unabhängige Schaltschritte zeigen sich im Erreichbarkeitsgraphen als zwei Schaltkanten, die mit den beiden Schaltschritten beschriftet sind, aber zu keinem Schaltweg gehören.

Von zwei kausal (un)abhängigen Schaltschritten wird fortan gesprochen, wenn es nicht näher interessiert, ob die beiden Schaltschritte auf unmittelbare oder mittelbare Weise kausal (un)-abhängig sind[83]. Darüber hinaus wird unter der kausalen Abhängigkeit zweier Schaltschritte stets ihre kausale Abhängigkeit in sequentieller Hinsicht verstanden, falls nicht ausdrücklich auf eine kausale Abhängigkeit konfliktionärer Art hingewiesen wird.

R) Die Explizierung der dynamischen Struktur eines Netzes durch seinen Erreichbarkeitsgraphen verhält sich kohärent zur Strukturierung dynamischer Koordinierungsprobleme, die früher aus system-, entscheidungs- und problemtheoretischer Perspektive skizziert wurde. Der Erreichbarkeitsgraph stellt einen Problemgraphen dar. Jeder seiner Markierungsknoten repräsentiert einen Zustand desjenigen Produktionssystems, in dem die Ausführungen von Produktionsprozessen koordiniert werden sollen. Jede seiner Schaltkanten stellt einen Übergang zwischen zwei benachbarten Zuständen des Produktionssystems dar, der entweder durch Koordinierungsentscheidungen im Informationssystem veranlaßt oder aber durch autonome Ereignisse im Produktionssystem hervorgerufen worden ist.

Wenn von allen Schaltkanten abstrahiert wird, die autonome Ereignisse des Produktionssystems wiedergeben, dann repräsentiert der restliche Erreichbarkeitsgraph[84] die Entscheidungsstruktur des modellierten Koordinierungsproblems. Hiefür gilt: Jeder Schaltschritt, der in einem Markierungsknoten des Erreichbarkeitsgraphen aktiviert ist, stellt eine lokal definierte Entscheidungsalternative dar[85]. Daher kann auch jede Schaltkante, die mit einem solchen Schaltschritt beschriftet ist, als die Repräsentation einer Entscheidungsalternative aufgefaßt werden. Jede schaltschrittzugehörige Transition gibt ein Ereignis wieder, dessen Geschehnis im lokalen Spielraum zulässig ist. Der Spielraum, der im aktuellen Zustand des Produktionssystems für lokale Koordinierungsentscheidungen offensteht, umfaßt zunächst alle Schaltschritte, die im zustandsrepräsentierenden Markierungsknoten aktiviert sind. Sie werden im Erreichbarkeitsgraphen als Anschriften der Ausgangskanten des Markierungsknotens explizit ausgewiesen. Für jede Markierung, unter der mindestens ein Schaltschritt aktiviert ist[86], kommt die Unterlassungsalternative hinzu. Sie besteht darin, im aktuellen Zustand des Produktionssystems überhaupt keinen aktivierten Schaltschritt auszuwählen. Sie wird implizit repräsentiert mittels der Vereinbarung, daß bei jeder Netzmarkierung, unter der mindestens ein Schaltschritt aktiviert ist, auf das Ausführen aller aktivierten Schaltschritte verzichtet werden kann[87]. Diese Festlegungen erlauben es, für die Markierungsknoten eines Erreichbarkeitsgraphen drei Varianten ihrer spielraumbezogenen Interpretation zu unterscheiden:

- ❑ Ein Markierungsknoten, von dem mindestens zwei Schaltkanten ausgehen, stellt einen nichtdegenerierten Entscheidungsspielraum dar. Zu ihm gehören alle kantenbeschriftenden Schaltschritte als explizite Entscheidungsalternativen sowie die implizite Unterlassungsalternative.
- ❑ Bei einem Markierungsknoten, der genau eine Ausgangskante besitzt, handelt es sich um einen degenerierten Entscheidungsspielraum. Er umfaßt nur die beiden Entscheidungsalternativen, den Schaltschritt aus der Anschrift der einen Ausgangskante entweder auszuführen oder aber darauf zu verzichten.
- ❑ Ein Markierungsknoten, von dem keine Schaltkante ausgeht, gibt einen Zustand des modellierten Produktionssystems wieder, in dem für das untersuchte Koordinierungsproblem überhaupt kein Entscheidungsspielraum offensteht.

Jede globale Entscheidungsalternative, die für die Lösung des Koordinierungsproblems zulässig ist, besteht aus einem Schaltprozeß, der im Netzmodell des Koordinierungsproblems ausgeführt werden kann[88]. Die Schaltschritte, die innerhalb eines solchen Schaltprozesses die Netzmarkierungen ineinander transformieren, stellen genau jene lokalen Entscheidungsalternativen dar, aus denen die Problemlösung der globalen Entscheidungsalternative zusammengesetzt ist. Die Prozeßmenge[89)] eines Netzmodells umfaßt alle globalen Entscheidungsalternativen, die für eine zulässige Lösung des Koordinierungsproblems in Betracht kommen.

Alle Transitionen, die zu einem selben Schaltschritt gehören, stellen wegen ihrer nebenläufigen Aktivierung kausal[90)] unabhängige Ereignisse dar. Gleiches gilt für alle Transitionen aus unterschiedlichen, aber kausal unmittelbar unabhängigen Schaltschritte. Zwischen Ereignissen besteht dagegen eine kausale Abhängigkeit im Sinne horizontaler Interdependenz, wenn ihre Transitionen unter derselben Netzmarkierung konfliktionär aktiviert sind[91)]. Sie gehören dann notwendig zu Schaltschritten, die im selben Markierungsknoten des Erreichbarkeitsgraphen auf konfliktionäre Art kausal voneinander abhängen. Eine kausale Abhängigkeit im Sinne vertikaler Interdependenz liegt schließlich zwischen zwei Ereignissen genau dann vor, wenn für die beiden ereignisdarstellenden Transitionen gilt: Sie gehören im Erreichbarkeitsgraphen zu zwei Schaltschritten, die in sequentieller Weise - unmittelbar oder mittelbar - kausal voneinander abhängen. Vertikale Ereignisinterdependenzen werden daher durch Schaltprozesse erfaßt, in denen die Schaltakte der ereignisrepräsentierenden Transitionen nacheinander geschehen[92)].

Wenn ein Koordinierungsproblem mit der Hilfe eines Netzes modelliert wird, so können die Postulate anpassungsmaximaler Spielraumidentifizierung und wirkungsminimaler Spielraumschließung für das resultierende Netzmodell anhand seines Erreichbarkeitsgraphen konkretisiert werden. Die Forderung nach anpassungsmaximaler Spielraumidentifizierung wird immer dann erfüllt, wenn der Konstruktion des Erreichbarkeitsgraphen eine Schaltregel zugrundeliegt, die grundsätzlich alle Schaltschritte berücksichtigt, die in unter einer Netzmarkierung aktiviert sind[93)]. Dem komplementären Postulat wirkungsminimaler Spielraumschließung wird jedes Lösungskonzept für das modellierte Koordinierungsproblem gerecht, das eine globale Entscheidungsalternative als Problemlösung so aus lokalen Entscheidungsalternativen zusammensetzt, daß gilt: In jedem Markierungsknoten des Erreichbarkeitsgraphen, der während der Lösungskonstruktion als Repräsentation eines lokalen Spielraums betrachtet wird, geschieht nur die Auswahl höchstens[94)] eines dort aktivierten Schaltschritts[95)]. Entscheidungsbindungen durch weiterreichende Festlegungen, die Schaltschrittauswahlen in anderen Markierungsknoten betreffen würden, unterbleiben dagegen grundsätzlich[96)].

S) Die Entscheidungsorientierung von Erreichbarkeitsgraphen läßt sich dadurch verstärken, daß sie zu Entscheidungsgraphen[97)] verdichtet werden. Dabei wird jeder Markierungsknoten, der im zugrundeliegenden Erreichbarkeitsgraphen mindestens eine Eingangskante besitzt und über genau eine Schaltkante mit einem Folgeknoten verknüpft ist, zusammen mit seiner einen Ausgangskante eliminiert. Alle Kanten, die im Erreichbarkeitsgraphen die Eingangskanten des eliminierten Knotens bilden, werden im Entscheidungsgraphen direkt zu dem einen Folgeknoten des eliminierten Knotens gerichtet. Die Anschriften dieser Kanten werden um denjenigen Schaltschritt erweitert, mit dem im Erreichbarkeitsgraphen die eine Ausgangskante des eliminierten Markierungsknotens beschriftet war. Die erweiterten Kantenanschriften stellen dann im Entscheidungsgraphen Sequenzen aus zwei Schaltschritten dar, die nacheinander - getrennt durch die Markierung des eliminierten Knotens - ausgeführt werden.

Im Erreichbarkeitsgraphen können auch mehrere Markierungsknoten unmittelbar aufeinander folgen, die jeweils nur genau eine Ausgangskante besitzen. In diesem Fall führt die wiederholte Anwendung der zuvor skizzierten Eliminierungsprozedur dazu, daß die gesamte Folge aus Markierungsknoten und unären Ausgangskanten gestrichen wird. An ihrer Stelle werden nun die Anschriften der Schaltkanten, die Eingangskanten des ersten Markierungsknotens aus der eliminierten Folge sind, um die Schaltschritte aller Schaltkanten aus der eliminierten Folge erweitert. Daher können die erweiterten Anschriften von Schaltkanten im Entscheidungsgraphen beliebig lange Schaltschritt-Sequenzen darstellen[98)]. Abb. 20 auf der nächsten Seite verdeutlicht die zuvor skizzierte Eliminierungsprozedur anhand eines einfachen Beispiels. Schaltschritt-Sequenzen werden dort als lineare Auflistungen der zugehörigen Schaltschritte notiert.

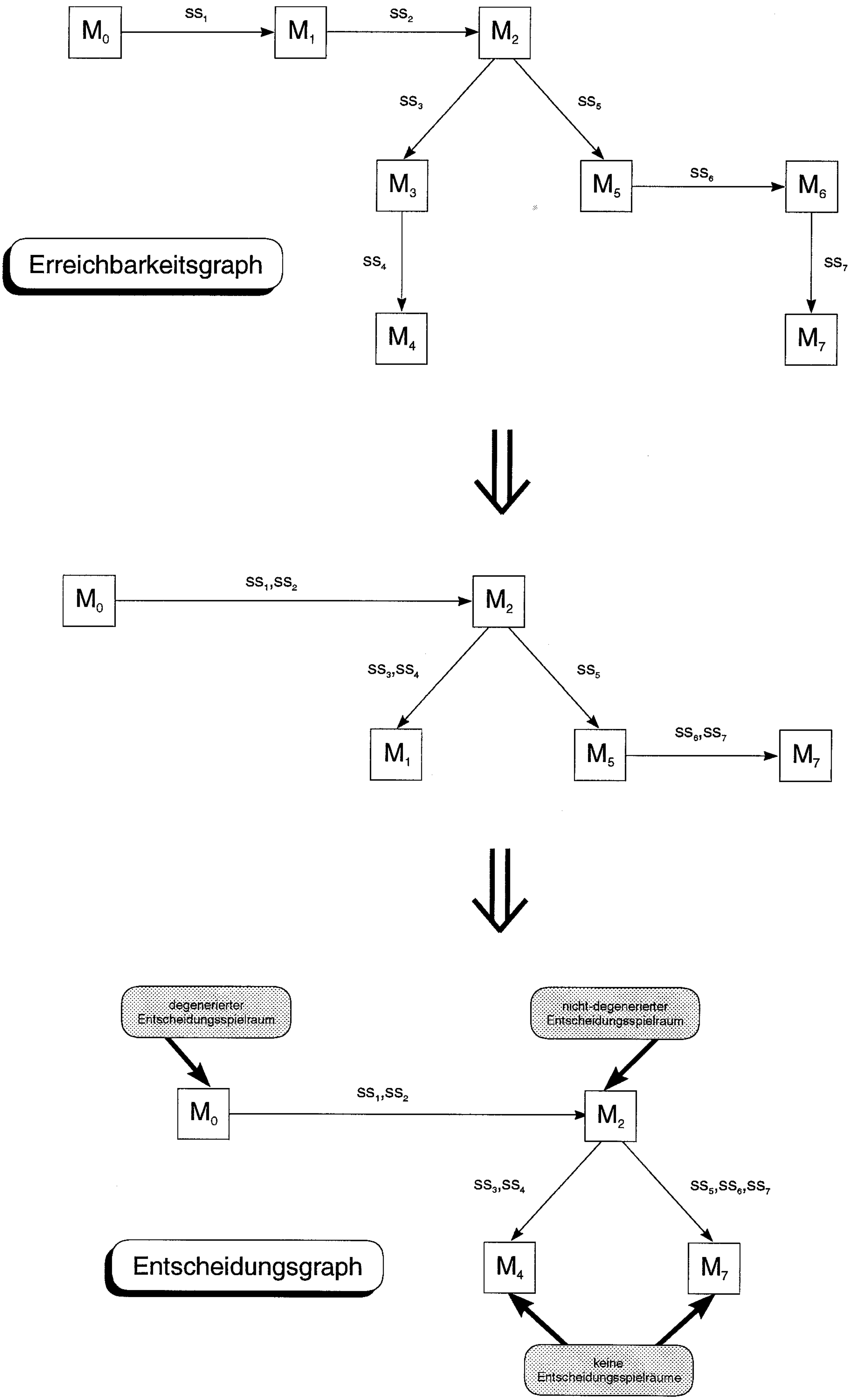


Abb. 20: Skizze der Verdichtung eines Erreichbarkeitsgraphen zu einem Entscheidungsgraphen

Der resultierende Entscheidungsgraph drückt in besonders kompakter Gestalt die Gesamtheit aller Entscheidungsspielräume aus, die in der dynamischen Struktur des zugrundeliegenden Netzes verankert sind. Denn der Entscheidungsgraph wird im Regelfall[99] durch ausgangsverzweigte Knoten geprägt. Sie werden auch als Entscheidungsknoten bezeichnet. Es handelt sich um Markierungsknoten, von denen aus jeweils mindestens zwei Schaltkanten fortgerichtet sind. Jeder solche Knoten repräsentiert eine Netzmarkierung, unter der ein nicht-degenerierter Entscheidungsspielraum offensteht. Er umfaßt mindestens zwei Entscheidungsalternativen, die von der Unterlassungsalternative verschieden sind. Sie bestehen aus den Schaltschritten, mit denen die Ausgangskanten des Markierungsknotens beschriftet sind. Dabei wird vorausgesetzt, daß keine Schaltkanten vorkommen, die mit autonomen Ereignissen im Produktionssystem korrespondieren[100]. Im Beispiel der Abb. 20 stellt der Markierungsknoten M_2 einen Entscheidungsknoten dar.

Daneben kann der Entscheidungsgraph zwei weitere Knotenarten umfassen. Dies betrifft einerseits Knoten mit genau einer Ausgangs-, aber keiner Eingangskante[101]. Sie repräsentieren degenerierte Entscheidungsspielräume, in denen nur zwischen dem Ausführen eines Schaltschritts und seinem Unterlassen gewählt werden kann. Dafür kommt ausschließlich der Knoten für die Ausgangsmarkierung des zugrundeliegenden Netzes in Betracht[102]. Andererseits kann der Entscheidungsgraph Markierungsknoten aufweisen, von denen überhaupt keine Schaltkante ausgeht. Sie stellen Deadlockmarkierungen dar, unter denen überhaupt kein Entscheidungsspielraum - noch nicht einmal ein degenerierter - besteht[103]. Das Beispiel aus der Abb. 20 enthält die beiden vorgenannten Knotenarten. Der Knoten für die Ausgangsmarkierung M_0 gibt einen degenerierten Entscheidungsspielraum wieder. Dort kann zunächst nur zwischen dem Ausführen und dem Unterlassen des Schaltschritts SS_1 entschieden werden. Die beiden Markierungsknoten M_4 und M_7 korrespondieren dagegen mit überhaupt keinen Entscheidungsspielräumen, weil sie Deadlockmarkierungen repräsentieren.

T) Mit Hilfe des Konzepts der Erreichbarkeitsgraphen kann die Frage nach der Beziehung zwischen Netzen und Graphen präzise beantwortet werden[104]. Wenn für ein Netz eine Ausgangsmarkierung M_0 und eine Schaltregel SR[105] definiert sind[106], dann stellt das Netz die implizite Definition einer nicht-leeren und strukturierten Menge von bipartiten, gerichteten, beschrifteten Graphen dar: Jeder Graph $GR(M_r)$ repräsentiert das Netz unter einer erreichbaren Markierung M_r aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR)$ des betrachteten Netzes. Sie ist mit der Knotenmenge KN_{RG} des zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen identisch. Die Menge aller Graphen läßt sich daher in bijektiver Weise der Knotenmenge des Erreichbarkeitsgraphen zuordnen. Die Erreichbarkeitsmenge des Netzes und die extensionsgleiche Knotenmenge des zugehörigen Erreichbarkeitsgraphen werden jeweils durch die Erreichbarkeitsrelation $RR(M_0,SR)$ des Netzes strukturiert. Dieser Relation entsprechen alle beschrifteten Kanten des Erreichbarkeitsgraphen, die durch das Paar $(KA_{RG};bk_{RG})$ bestimmt werden. Die Strukturierung der Erreichbarkeits- oder Knotenmenge wird durch die Schaltregel SR des Netzes in Abhängigkeit von der Ausgangsmarkierung M_0 expliziert[107].

Das Netz erfüllt somit die Funktion eines abstrakten Generators. Er besitzt die Fähigkeit, die Gesamtheit aller markierungsrepräsentierenden Graphen $G(M_r)$ in strukturierter, von der Schaltregel SR determinierter Weise aus der Ausgangsmarkierung M_0 zu erzeugen[108]. Folglich unterscheiden sich Netze, welche die o.a. Prämisse erfüllen, in zwei charakteristischen Hinsichten von mathematischen Graphen:

- Erstens ist ein Netz nicht ein Graph[109], sondern eine Menge von Graphen. Ein einzelnes Element (ein Graph) aus einer Menge und diese Menge selbst (ein Netz) stellen kategoriell verschiedene Konstrukte dar.
- Zweitens besitzen Netze das dynamische Potential, Teile ihrer selbst - die jeweils aktuellen Netzmarkierungen M_r - und die zugehörigen markierungsrepräsentierenden Graphen $G(M_r)$ sowohl erzeugen als auch wieder untergehen zu lassen. Mathematische Graphen stellen da-

gegen rein statisch definierte Konstrukte dar. Veränderungen der Graphen sind in ihren formalen Definitionen nicht vorgesehen. Erst recht nicht umgreifen sie die Fähigkeit von Netzen, sich selbst zu modifizieren.

Aufgrund dieser beiden Sachverhalte stellen Netze, die durch Ausgangsmarkierungen und Schaltregeln ausgezeichnet sind, eine bemerkenswerte konzeptionelle Bereicherung der Theorie mathematischer Graphen dar.

U) Die Generatoreigenschaft von Netzen, die eine Ausgangsmarkierung M_0 und eine wohldefinierte Schaltregel SR besitzen, eröffnet auch eine Parallele zwischen dem Petrinetz-Konzept und derzeit üblichen naturwissenschaftlichen Realitätskonzeptualisierungen[110]. Aus naturwissenschaftlicher Perspektive[111] läßt sich die gesetzesartige Konstitution der wahrgenommenen Wirklichkeit[112] zerlegen in:

- den Konfigurationsraum aller möglichen Kombinationen von Eigenschaftsausprägungen[113] für reale Objekte;
- das allgemeinen Gesetz[114], dem die Änderungen der Objektkonfigurationen im Zeitablauf unterliegen, falls sich die Objekte verändern;
- die kontingenten Ausgangsbedingungen[115], welche die Konfigurationen aller Objekte für einen - realen oder fiktiven - Ausgangszustand der wahrgenommenen Wirklichkeit festlegen.

Im Petrinetz-Konzept entsprechen diesen drei Konstituenten naturwissenschaftlicher Wirklichkeitsbeschreibung genau drei Netzkonstrukte: Die Menge aller kombinatorisch möglichen Netzmarkierungen stellt den Raum möglicher Objektkonfigurationen dar. Die Ausgangsmarkierung M_0 eines Netzes korrespondiert mit der Gesamtheit der kontingenten Ausgangsbedingungen. Die Schaltregel SR besitzt die Qualität eines allgemeinen Gesetzes, das die Veränderungen aller Objektkonfigurationen determiniert. Dabei entspricht die Lokalität der Schaltregelformulierung der schon früher festgestellten Tendenz, naturwissenschaftliche Gesetze als lokal determinierte Kausalgesetze zu behandeln. Darüber hinaus spiegelt der Erreichbarkeitsgraph durch seine Markierungsknoten und Schaltkanten alle gesetzeskonformen Zustände bzw. Zustandsübergänge der wahrgenommenen Wirklichkeit wider.

V) Das Petrinetz-Konzept erweist sich hinsichtlich der dynamischen Netzstruktur als selbstbezüglich. Denn der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes STN kann selbst wieder als ein Stelle/Transition-Netz STN_{RG} aufgefaßt werden[116]. Dieses Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} wird nach folgenden Vorschriften konstruiert:

- Jeder Markierungsknoten M_r aus dem Erreichbarkeitsgraphen des Netzes STN wird durch eine bijektive Funktion "kns" auf genau eine Stelle s_m des Stelle/Transition-Netzes STN_{RG} abgebildet. Knoten- und Stellenindizes werden der Übersichtlichkeit halber miteinander identifiziert, so daß jedem Knoten einer erreichbaren Markierung M_r eine Stelle s_r zugeordnet ist (und umgekehrt). Die Stellenmenge des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} nimmt daher die Gestalt an:

  $S_{RG} = \{s_r : \exists(M_r \in KN_{RG}) : kns(M_r) = s_r\}$

- Jede Stelle s_r aus der Stellenmenge S_{RG} besitzt die Markenkapazität $KAP_r=1$. Für die Kapazitätsfunktion K_{RG} des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} gilt daher:

  $K_{RG}: \quad S_{RG} \rightarrow \{1\}$

- Unter der Ausgangsmarkierung $M_{0.RG}$ trägt die Stelle s_0 für den Knoten der Ausgangsmarkierung M_0 aus dem zugrundeliegenden Netz STN genau eine Marke, während alle anderen Stellen unmarkiert sind. Die Ausgangsmarkierung des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} erfüllt deswegen folgende Definition:

$M_{0.RG}$: $S_{RG} \rightarrow \{0,1\}$

$s_0 \rightarrow M_{0.RG}(s_0) = 1$

$s_r \rightarrow M_{0.RG}(s_r) = 0$ für alle $s_r \in (S_{RG} - \{s_0\})$

- Jede Schaltkante $ka_{r.a.f} = (M_r, M_f)$, die im Erreichbarkeitsgraphen wegen $bk_{RG}(ka_{r.a.f}) = SS_a$ mit einem Schaltschritt SS_a beschriftet ist, wird im Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} durch eine bijektive Funktion "kat" auf genau eine Transition t_n abgebildet. Der Übersichtlich halber werden die Indices von Transitionen t_n und zugehörigen Schaltkanten miteinander identifiziert. Dann ist jeder Schaltkante $ka_{r.a.f}$ des Erreichbarkeitsgraphen genau eine Transition $t_{r.a.f}$ im Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} (und umgekehrt). Folglich gilt für die Transitionenmenge T_{RG} des Erreichbarkeitsnetzes:

  $T_{RG} = \{t_{r.a.f}: \underline{\exists}(ka_{r.a.f} \in KA_{RG}): kat(ka_{r.a.f}) = t_{r.a.f}\}$

- Jede Transition $t_{r.a.f}$ wird im Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} durch genau eine Eingangskante $(s_r, t_{r.a.f})$ und durch genau eine Ausgangskante $(t_{r.a.f}, s_f)$ mit den beiden Stellen s_r bzw. s_f verknüpft, die durch $kns(M_r) = s_r$ und $kns(M_f) = s_f$ den beiden Markierungen M_r bzw. M_f des zugrundeliegenden Netz STN zugeordnet sind. Andere Kanten als die vorgenannten existieren im Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} nicht. Daher gilt für seine Flußrelation:

  $F_{RG} = \{(kn_x, kn_y): \underline{\exists}(ka_{r.a.f} \in KA_{RG}): ka_{r.a.f} = (M_r, M_f) \wedge bk_{RG}(ka_{r.a.f}) = SS_a \wedge \ldots$

  $(kns(M_r) = s_r = kn_x \wedge kat(ka_{r.a.f}) = t_{r.a.f} = kn_y)$

  $\vee\ (kat(ka_{r.a.f}) = t_{r.a.f} = kn_x \wedge kns(M_f) = s_f = kn_y)\}$

- Jede Kante des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} erhält das Einheitsgewicht. Folglich gilt für die Gewichtungsfunktion W_{RG}:

  W: $(S_{RG} x T_{RG})\ (T_{RG} x S_{RG}) \rightarrow \{0,1\}$

  $(kn_x, kn_y) \rightarrow W(kn_x, kn_y) = 1$; sofern $(kn_x, kn_y) \in F_{RG}$

  $(kn_x, kn_y) \rightarrow W(kn_x, kn_y) = 0$; sofern $(kn_x, kn_y) \notin F_{RG}$

- Die Transitionen $t_{r.a.f}$ können in der graphischen Repräsentation des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} durch diejenigen Schaltschritte SS_a beschriftet werden, für die im Erreichbarkeitsgraphen RG des zugrundeliegenden Netzes STN $bk_{RG}(ka_{r.a.f}) = SS_a$ gilt[117)]. Ebenso ist es möglich, die Stellen s_r durch die Markierungen M_r mit $kns(M_r) = s_r$ zu beschriften[118)].

Der Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0, SR)$ repräsentiert die dynamische Struktur eines zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes $STN = (S,T;F,K,W,M_0)$ vollständig. Der Erreichbarkeitsgraph läßt sich seinerseits als ein Erreichbarkeitsnetz $STN_{RG} = (S_{RG}, T_{RG}; F_{RG}, K_{RG}, W_{RG}, M_{0.RG})$ in der oben festgelegten Weise so rekonstruieren, daß das Netz STN_{RG} wiederum zur Klasse der Stelle/Transition-Netze gehört. Daher läßt es die Selbstbezüglichkeit des Petrinetz-Konzepts zu, die dynamische Struktur jedes Netzes selbst wieder als ein Stelle/Transition-Netz darzustellen[119)].

W) Die Erreichbarkeitsnetze STN_{RG} gehören zur Klasse der Zustandsautomatennetze[120)]. Diese Netze zeichnen sich durch zwei Charakteristika aus, die ihnen eine besonders einfache und übersichtliche Struktur verleihen. Erstens weisen sie unter ihrer Ausgangsmarkierung nur genau eine Marke auf. Zweitens besitzen ihre Transitionen jeweils genau eine Ein- und genau eine Ausgangskante. Aus diesen Voraussetzungen folgt, daß die Zustandsautomatennetze auch unter jeder erreichbaren Markierung jeweils genau eine Marke umfassen. Die Stelle, die diese Marke belegt, kann als der aktuelle "Zustand" eines abstrakten Automaten aufgefaßt werden, dessen Verhaltenspotential durch das Zustandsautomatennetz ausgedrückt wird.

Diese Automatenperspektive kann auch auf das Verhältnis zwischen einem Stelle/Transition-Netz STN und seinem Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} angewendet werden: Das zugrundeliegende Netz STN wird dabei als ein Automat aufgefaßt. Jede Markierung M_r dieses Netzes entspricht einem Automatenzustand. Im Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} wird diese Netzmarkierung M_r durch die Stelle s_r dargestellt. Eine Transition $t_{r.a.f}$ wird im Erreichbarkeitsnetz genau dann geschaltet, wenn im zugrundeliegenden Netz ein Schaltschritt SS_a ausgeführt wird, der die Referenzmarkierung M_r in die Folgemarkierung M_f transformiert. Das Verhaltenspotential des automatenartigen Netzes STN wird durch sein Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} vollständig spezifiziert. Insbesondere gilt: Falls die Markierung M_r im zugrundeliegenden Netz STN aktuell zutrifft, trägt die zugehörige Stelle s_r unter der aktuellen Markierung $M_{r.RG}$ des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} genau eine Marke, während alle anderen Stellen des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} unmarkiert sind. Daher zeigt die aktuelle Befindlichkeit der genau einen Marke des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} sofort an, welche Markierung im zugrundeliegenden Netz STN aktuell zutrifft[121)].

Daher ist die selbstbezügliche Anwendung des Petrinetz-Konzepts nicht nur in der Lage, die dynamische Struktur eines Netzes selbst wieder als Netz darzustellen. Darüber hinaus führt sie sogar zu einer besonders transparenten Repräsentation des Netzdynamik. Dies gilt insbesondere dann, wenn die dynamische Struktur eines Netzes STN durch die graphische Repräsentation seines Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} wiedergegeben wird[122)]. Abb. 21 auf der nächsten Seite verdeutlicht dies anhand des Erreichbarkeitsgraphen, der in Abb. 19 für das Stelle/Transition-Netz aus Abb. 18 vorgestellt wurde. Dieser Erreichbarkeitsgraph wird nunmehr als ein Erreichbarkeitsnetz rekonstruiert. Dabei werden die sieben Schaltschritte SS_a, die im zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netz ausgeführt werden können, mit $a \in \{1,...,7\}$ wie folgt festgelegt:

$SS_1=\{t_1\}$ $SS_2=\{t_2\}$

$SS_3=\{t_3\}$ $SS_4=\{t_4\}$

$SS_5=\{t_1,t_4\}$ $SS_6=\{t_3,t_4\}$

$SS_7=\{t_1,t_3\}$

Beispielsweise entspricht die Transition $t_{r.5.f}$ dem Ausführen des Schaltschritts $SS_5=\{t_1,t_4\}$, der die Referenzmarkierung M_r in die Folgemarkierung M_f transformiert. Abb. 21 zeigt die graphische Repräsentation des Erreichbarkeitsnetzes, das sich aus diesen Vereinbarungen ergibt. Auf die fakultativen Transitionen- und Stellenanschriften wird verzichtet, weil sie die Netzrepräsentation infolge zu hoher Beschriftungsdichte kognitiv überlasten würden[123)].

X) Der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes kann als eine formale Netzsemantik aufgefaßt werden[124)]. Aus dieser Perspektive wird die "Bedeutung" eines Netzes mit dem Potential aller Verhaltensweisen identifiziert, die für ein Netz unter seiner Ausgangsmarkierung zulässig sind. Demzufolge gelten zwei Netze genau dann als bedeutungsgleich (äquivalent), wenn sie isomorphe[125)] Erreichbarkeitsgraphen besitzen[126)]. Auf diese Weise wird die semantische Kategorie der Netzäquivalenz auf die formale Kategorie der Isomorphie von netzzugehörigen Erreichbarkeitsgraphen zurückgeführt[127)]. Da die Erreichbarkeitsgraphen von Netzen deren Verhaltenspotentiale spezifizieren, kann ebenso davon gesprochen werden, daß die Äquivalenz von Netzen auf die Identität ihrer Verhaltenspotentiale zurückgeführt wird[128)].

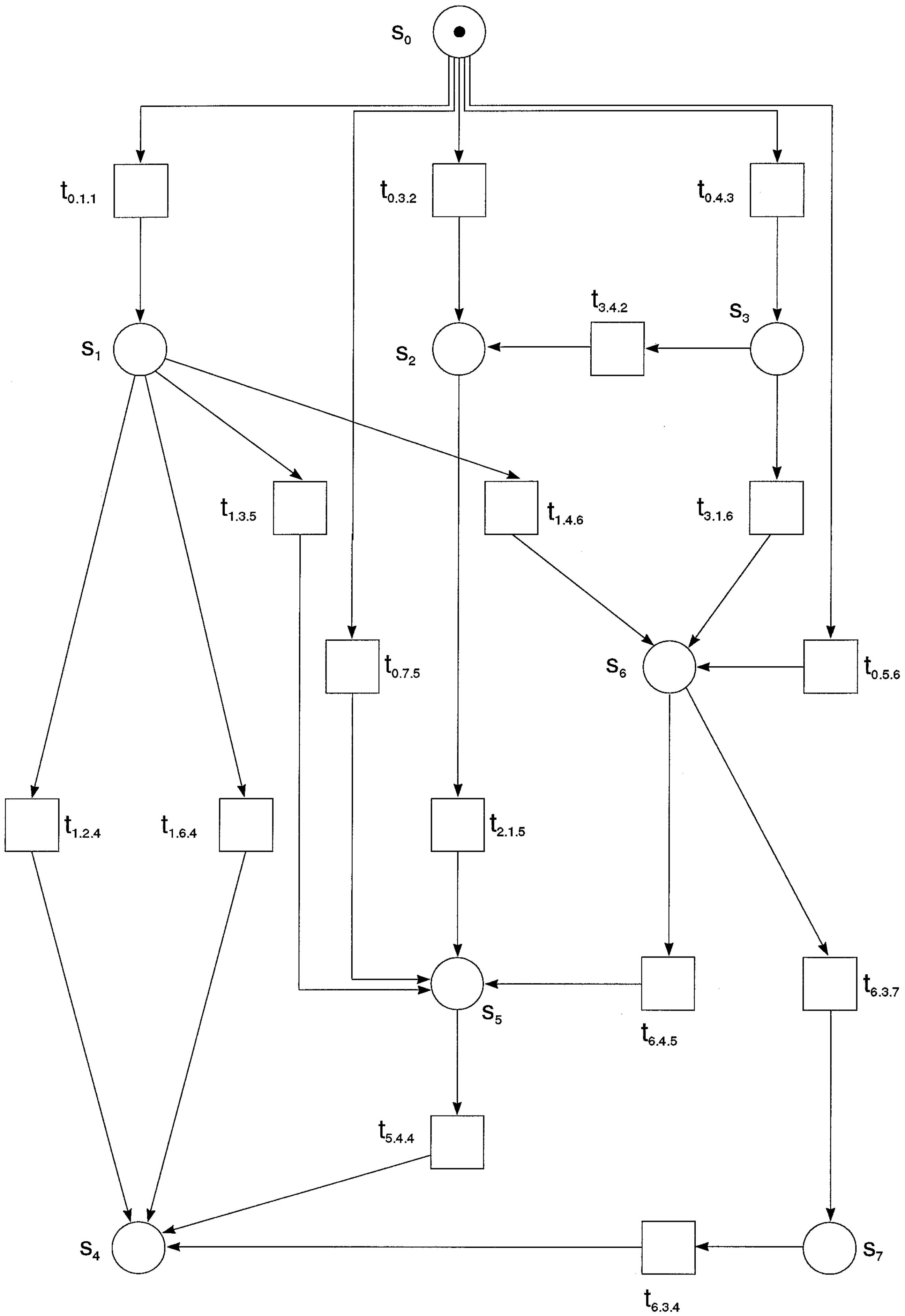


Abb. 21: Erreichbarkeitsnetz für den Erreichbarkeitsgraphen aus Abb. 19

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. zum Konzept der Erreichbarkeitsgraphen FRANKSEN (1979), S. 37ff. (allerdings ohne Bezug auf das Petrinetz-Konzept, sondern im allgemeinen graphentheoretischen Kontext); STARKE (1980), S. 62f.; REISIG (1985b), S. 67ff.; ZELEWSKI (1986a), S. 242f.; PAGNONI (1990), S. 23ff. u. 141ff.; ABEL,D. (1990), S. 13.

2) Dies folgt unmittelbar aus der Argumentation zum Abschluß des vorangehenden Kapitels. Dort wurde gezeigt, daß sich auf schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktionen verzichten läßt, *falls* alle Schaltfolgen durch iterierte Anwendungen der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion hervorgebracht werden. Solche iterierten Schaltregelanwendungen finden sich in Erreichbarkeitsgraphen als Schaltwege wieder.

3) Monopartite Graphen, die nur eine Knotenart besitzen, wurden als konventionelle Erkenntnisobjekte der Graphentheorie identifiziert. Vgl. auch die Quellen, die zur (konventionellen) Graphentheorie angeführt wurden.

4) Eine weitere explizite und eindeutige, aber unvollständige Beschreibungsweise der dynamischen Netzstruktur stellen Netzinvarianten dar. Sie wurden bereits kurz angesprochen. Ausführlicher werden sie im Zusammenhang mit der Invariantenanalyse diskutiert. Die *Invarianten* erfassen das Verhaltenspotential eines Netzes nur unvollständig, weil sie per definitionem von allen alle Verhaltensaspekten abstrahieren, die bei Markierungswechseln *variieren.*
Eine eindeutige und vollständige, aber implizite Repräsentation der dynamischen Netzstruktur wurde bereits genannt: Es handelt sich um das Paar $ST_{dyn}=(M_0,SR)$ aus der Ausgangsmarkierung M_0 und der Schaltregel SR eines Netzes.

5) Unter dieser Voraussetzung ist die Menge aller zulässigen Markierungen des zugrundeliegenden Stelle/Transition-Netzes endlich. Sie umfaßt bei $M=\#(S)$ Stellen höchstens $(K_{max}+1)^M$ Elemente, wenn $K_{max}=\max\{K(s_m):s_m\in S\}$ die größte im Netz vorkommende Markenkapazität $K(s_m)$ ist. Der konstante Summand "1" resultiert aus dem Umstand, daß die Markierung jeder Stelle s_m nicht nur die Werte $M_r(s_m)=1,\ldots,M_r(s_m)=K(s_m)$, sondern auch den Wert $M_r(s_m)=0$ annehmen kann. Da die Menge aller erreichbaren Markierungen eine Teilmenge aller zulässigen Markierungen darstellt, muß die Menge erreichbarer Markierungen erst recht endlich sein. Die Knotenmenge des Erreichbarkeitsgraphen ist identisch mit der Menge aller im zugrundeliegenden Netz erreichbar. Daher kann der Erreichbarkeitsgraph nur endlich viele Knoten enthalten, falls die Markenkapazitäten aller Schaltschritt endlich sind. Des weiteren ist die Anzahl $N=\#(T)$ der Transitionen eines Netzes endlich. Folglich ist auch die Menge $pot_+(T)$ aller kombinatorisch möglichen Schaltschritte SS_a endlich. Jede Kante eines Erreichbarkeitsgraphen repräsentiert einen solchen Schaltschritts. Daher kann zwischen zwei Knoten nur eine endliche Zahl von Schaltkanten existieren. (Gewöhnlich handelt es sich sogar nur um höchstens eine Kante.) Wegen endlicher Knotenanzahl und endlicher Kantenanzahl zwischen je zwei Knoten muß auch der gesamte Erreichbarkeitsgraph endlich sein; q.e.d.

6) Alle Netzmodule, die im vierten Hauptabschnitt dieser Arbeit für die Modellierung von Maschinenbelegungen bei Flexiblen Fertigungssystemen vorgestellt werden, kommen mit endlichen Markenkapazitäten für alle Stellen aus.

7) Dieser Fall kann zu unendlichen Erreichbarkeitsgraphen führen. Solche Graphen lassen sich zwar definieren, aber nicht praktisch handhaben. Dennoch existiert ein Ausweg, um auch alle Stelle/Transition-Netze mit unbeschränkten Markenkapazitäten $K(s_m)=\omega$ in *finiter* Weise behandeln zu können. Dabei werden die Erreichbarkeits- durch Überdeckbarkeitsgraphen ersetzt. Darauf wird später im Zusammenhang mit der Erreichbarkeitsanalyse von Netzmodellen ausführlicher eingegangen.

8) Die Begriffe des Vorgänger- und Nachfolgerknotens, des benachbarten Knotens, des Vor- und Nachbereichs sowie der Nachbarschaft sind für die Knoten und Kanten von Erreichbarkeitsgraphen in der gleichen Weise wie für die Knoten und Kanten von Netzen und deren graphischen Repräsentationen definiert. Daher kann hier auf deren explizite Definition für Erreichbarkeitsgraphen verzichtet werden. Vgl. aber die Präzisierung von Vorgänger- und Nachfolgermarkierungen für Netze, die später daraus abgeleitet wird.

9) Der Summand "1" resultiert aus dem Sachverhalt, daß die Ausgangsmarkierung M_0 mitgezählt werden muß.

10) Mit endlichen vielen Anwendungen sind null Anwendungen, eine Anwendung oder mehrere Anwendungen gemeint. Dieser Sachverhalt wird auch als "iterierte" Anwendung der Schaltregel-Funktion bezeichnet. Der Grenzfall von null Anwendungen wird bewußt zugelassen, um auch Nullschaltfolgen zu erfassen. Hierdurch wird es möglich, auch die Ausgangsmarkierung M_0 - von sich selbst aus - "erreichen" zu können. Damit wird sichergestellt, daß die Ausgangsmarkierung zum Erreichbarkeitsgraphen gehört. Andernfalls wäre der Erreichbarkeitsgraph keine vollständige Beschreibung der Netzdynamik.

11) Vgl. ABEL,D. (1990), S. 9f., dort allerdings nur auf sequentielle Schaltprozesse bezogen.
Erreichbarkeitsmengen lassen bei der Beschränkung auf Netze mit nur 2 Stellen und nur 2 Transitionen eine plastische Darstellung in einem zweidimensionalen Koordinatensystem zu. Vgl. ABEL,D. (1990), S. 10f., insbesondere Abb. 2.2 auf S. 11.

Solche Darstellungsformen von Erreichbarkeitsmengen vermitteln einen Einblick in die enge Verwandtschaft zwischen Stelle/Transition-Netzen einerseits und Vektor-Systemen andererseits. Dabei entsprechen Stelle/Transition-Netze ohne beschränkte Markenkapazitäten den Vektor-Additions-Systemen (vector addition systems), Stelle/Transition-Netze mit beschränkten Markenkapazitäten korrespondieren hingegen mit Vektor-Ersatz-Systemen (vector replacement systems). Vgl. zu diesen Verwandtschaftsbeziehungen zwischen Stelle/Transition-Netzen und Vektor-Additions/Ersatz-Systemen ABEL,D. (1990), S. 12 u. 119.
Auf die Entsprechungen zwischen (Stelle/Transition-)Netzen und Vektor-Systemen wird an späterer Stelle noch zurückgekommen.

12) In formal alternativer, aber materiell äquivalenter Weise läßt sich die Erreichbarkeitsmenge auch implizit definieren. Dabei wird nicht mehr auf Schaltfolgen, sondern auf einzelne Schaltschritte oder Transitionen Bezug genommen. Für den einfachsten Fall der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t ist die Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_t)$ die kleinste Menge von Markierungen, die folgende Eigenschaften erfüllt:

$$
\begin{aligned}
& M_0 \in RM(M_0,SR_t) \\
\wedge \quad & (\forall (M_r \in \mathcal{N}_0^M)\ \forall (M_f \in \mathcal{N}_0^M): \ldots \\
& (M_r \in RM(M_0,SR_t) \wedge (\exists (t_n \in T): AKT(t_n,M_r) \wedge SR_t(\underline{M}_r,t_n)=\underline{M}_f)) \rightarrow M_f \in RM(M_0,SR_t))
\end{aligned}
$$

Vgl. zu dieser impliziten Definitionsalternative BEST,E. (1985e), S. 11f.

13) Vgl. dazu die informale Definition der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$, die noch auf einem intuitiven Erreichbarkeitsbegriff aufbaute.

14) Da die Erreichbarkeitsmenge mit der Hilfe von Schaltfolgen SF_L definiert ist, bezieht sich der Begriff der Erreichbarkeit stets auf das o.a. Konzept der mittelbaren Erreichbarkeit. Der Einfachheit halber kann auf den qualifizierenden Zusatz "mittelbar" verzichtet werden. Wenn die Erreichbarkeit durch genau einen Schaltschritt gemeint ist, wird dagegen stets ausdrücklich von unmittelbarer Erreichbarkeit gesprochen. Vgl. dazu die Erläuterung der Erreichbarkeitsrelation.
Mittelbare und unmittelbare Erreichbarkeit einer Markierung stellen weder kontradiktorische noch konträre Begriffe dar. Vielmehr stehen sie in der Relation eines Oberbegriffs zu seinem Unterbegriff. Denn die mittelbare Erreichbarkeit einer Markierung (Oberbegriff) umschließt deren unmittelbare Erreichbarkeit (Unterbegriff) als denjenigen Sonderfall, in dem die das Erreichen der Markierung durch eine degenerierte Schaltfolge $SF_1=(SS_{a(1)})$ mit nur einem Schaltschritt SS_a möglich ist. Darüber hinaus erstreckt sich die mittelbare Erreichbarkeit auch auf das Erreichen von Markierungen durch alle nicht-degenerierten Schaltfolgen SF_L mit $L \geq 2$ sowie auf das "Selbsterreichen" einer Markierung durch die Nullschaltfolge $SF_0=()$.

15) Analoges gilt, wenn die Erreichbarkeitsmengen durch andere Schaltregeln erzeugt werden, wie z.B. durch die Schaltregel SR_t. Dann läßt sich z.B. die Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0,SR_t)$ vereinfacht als $RM(M_0)$ notieren.

16) Dies wurde für die transitionsbezogene Schaltregel-Funktion ausführlich erläutert. Für ihr schaltregelbezogenes Pendant gelten die dort angeführten Argumente analog.

17) Vgl. dazu auch die Erörterung nicht-konstruktiver Beweisführungen sowie die Anmerkung zur Forderung konstruktiver Konzepte durch Anhänger des mathematischen Intuitionismus. Aus dem Wissen, daß eine Schaltfolge existiert, folgt noch nicht die Kenntnis der konkreten Gestalt dieser Schaltfolge.

18) Schließlich wäre es sogar möglich, die Knoten- und Erreichbarkeitsmenge überhaupt nicht mit der Hilfe eines Existenzquantors für Schaltfolgen zu definieren. Statt dessen könnten ebenso alle erreichbaren Markierungen aufgelistet werden. Dann enthielte die Mengendefinition überhaupt keinen Verweis mehr auf Schaltfolgen - noch nicht einmal einen nicht-konstruktiver Art.

19) Es können auch mehrere Schaltschritte SS_a existieren, welche die nachfolgend spezifizierte Bedingung erfüllen. Darauf wird später unter dem Aspekt von Multigraphen zurückgekommen. Aus diesem Grunde werden Kanten $ka_{r.a.f}=(M_r,M_f)$ mit dem zusätzlichen, eindeutigkeitsstiftenden Teilindex "a" für den jeweils involvierten Schaltschritt SS_a notiert. Dieser Teilindex "individualisiert" die Schaltkanten $ka_{r.a.f}$, d.h. jede Schaltkante repräsentiert *genau einen* Schaltschritt. Daher wird in der nachfolgenden Formel für die Kantenmenge eines Erreichbarkeitsgraphen das Schaltschritt-Symbol "SS_a" durch einen Einsquantor gebunden. Nur dann, wenn *genau* ein Schaltschritt SS_a existiert, der unter des Markierung M_r aktiviert ist und dessen Ausführen die Folgemarkierung M_f hervorbringt, kann die zugehörige Schaltkante auch vereinfacht als $ka_{r.f}=(M_r,M_f)$ dargestellt werden.

20) Der Teilindex "a" in der Kantennotation "$ka_{r.a.f}$" stellt nicht den Schaltschritt SS_a selbst dar. Der Teilindex drückt nur aus, daß dasselbe Knotenpaar (M_r,M_f) mehreren, jeweils durch den Teilindex "a" unterschiedenen Kanten $ka_{r.a.f}$ zukommen kann.

21) Es muß nicht $M_f \neq M_r$ gelten. Vielmehr können Schaltschritte SS_a, die jeweils nur aus einer Transition bestehen, welche ihrerseits in eine 1-Schleife eingebettet ist, zu Kanten (M_r,SS_a,M_f) mit $M_f=M_r$ führen. Denn die Konstruktion von 1-Schleifen bedeutet, daß die eingebettete Transition die Markierung der schleifenzugehörigen Stelle vor und nach ihrem Schalten nicht verändert. In demjenigen Sonderfall, in dem alle Stellen aus der Nachbarschaft einer geschalteten Transition mit dieser jeweils eine 1-Schleife bilden, ruft das Schalten der Transition keine Markierungsveränderung hervor. Daher kann auch (M_r,SS_a,M_f) mit $M_f=M_r$ ein Element der Erreichbarkeitsrelation sein. Folglich kann die Kantenmenge des Erreichbarkeitsgraphen auch eine Schaltkante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_r)$ enthalten. Die Kantenmenge KA_{RG} ist daher keine irreflexive Relation über der Knotenmenge des Erreichbarkeitsgraphen. Falls der Erreichbarkeitsgraph tatsächlich eine Schaltkante $ka_{r.a.f}=(M_r,M_r)$ enthält, so besitzt seine "graphische" Darstellung ein Symbol für den Knoten M_r, von dem aus ein Pfeil zu demselben Knotensymbol zurückführt.

22) Die 3-stellige Erreichbarkeitsrelation $RR(M_0,SR_S)$ ist aufgrund der mittleren Komponente "SS_a" ihrer Elemente (M_r,SS_a,M_f) keine 2-stellige Relation über der Knotenmenge $KN_{RG}=RM(M_0,SR_s)$. Letztes müßte aber der Fall sein, damit das Paar aus Erreichbarkeitsmenge und -relation einen mathematischen Graphen darstellte. Denn solche Graphen beruhen auf der Basiskonstruktion, daß ihre Kanten aus dem zweifachen kartesischen Produkt ihrer Knotenmenge stammen.

23) Vgl. dazu die Erörterung mathematischer Graphen und ihrer "graphischen" Repräsentation.

24) Anders verhielt es sich bei *bi*partiten Graphen für die Repräsentation von Petrinetzen.

25) Da die Schaltschritte SS_a Mengen darstellen, deren Elemente Namen von Transitionen sind, handelt es sich bei der Erreichbarkeitsmatrix - im Gegensatz zur Inzidenzmatrix $\underline{C}$ - nicht mehr um ein arithmetisches Konstrukt.
Die Erreichbarkeitsgraphen von Stelle/Transition-Netzen stellen immer gerichtete Monographen dar. Sie zeichnen sich dadurch aus, daß zwischen zwei Knoten für jede der beiden zulässigen Kantenrichtungen jeweils höchstens eine Kante verlaufen darf. Dies führt dazu, daß in der Erreichbarkeitsmatrix $\underline{RC}$ die Koeffizienten $rc_{r.f}$ jeweils durch höchstens einen Schaltschritt SS_a bestimmt sind. Denn die Matrix wird so konstruiert, daß zwei entgegensetzt gerichtete Kanten (M_x,M_y) und (M_y,M_x), die zwischen denselben Knoten M_x und M_y verlaufen, auch durch zwei verschiedene Matrixkoeffizienten $rc_{x.y}$ bzw. $rc_{y.x}$ erfaßt werden. Daher ist die Darstellung von Erreichbarkeitsgraphen durch Erreichbarkeitsmatrizen für Stelle/Transition-Netze unproblematisch.
Schwierigkeiten entstehen dagegen später für Synthetische Netze. Denn ihre Ausdruckskraft wird so groß, daß ihre Erreichbarkeitsgraphen Multigraphen darstellen können. Dort ist es möglich, daß zwischen zwei Knoten mehrere gleich gerichtete Kanten verlaufen, die unterschiedliche Schaltschritte darstellen. Wenn ein solcher Multigraph in eine äquivalente Erreichbarkeitsmatrix transformiert werden soll, dann müssen die Koeffizienten $rc_{r.f}$ unter Umständen mit *Mengen* von Schaltschritten identifiziert werden. Dadurch werden solche Erreichbarkeitsmatrizen aber unübersichtlich und formal schwer zu handhaben. Daher werden sie für Synthetische Netze nicht weiter berücksichtigt.

26) Der Koeffizient $rc_{x.y}=\emptyset$ dient hier nur als formale Notation für den Sachverhalt, daß *kein* Schaltschritt SS_a definiert ist, durch den die Markierung M_f von der Markierung M_r aus direkt erreicht werden kann. Es handelt sich um eine rein negative Feststellung, daß ein solcher Schaltschritt *nicht* vorliegt. Nur die Sonderfälle der Koeffizienten $rc_{x.y}$ mit $x=y=r$ können mit positivem Gehalt aufgefüllt werden. Dort bedeutet die formale Notation $rc_{r.r}=\emptyset$, daß jede Markierung M_r stets durch das Ausführen der Nullschaltfolge SF_0 mit $SF_0=()=\emptyset$ von sich selbst aus erreicht werden kann.

27) Diese Einschränkung erfolgt, weil die betroffenen Stellen jeweils die Belegung einer Maschine mit einem Werkstück repräsentieren und für jede dieser Maschinen vorausgesetzt wird, daß auf ihnen zum selben Zeitpunkt höchstens ein Arbeitsgang an einem Werkstück ausgeführt werden kann.

28) Auch die "Graphen", die für die Repräsentation von Allgemeinen Netzen eingeführt wurden und für die graphische Darstellung der topologischen Struktur aller Netze genutzt werden können, stellen solche Monographen dar.

29) In dieser Arbeit werden ausschließlich gerichtete Graphen betrachtet. In solchen Graphen sind Kanten gleichartig, falls sie dieselbe Kantenrichtung besitzen. Daher gilt hierfür: In einem gerichteten Monographen gibt es zwischen je zwei Knoten niemals mehrere gleichsinnig gerichtete Kanten.

30) Reine Stelle/Transition-Netze mit Einheitsgewichten und Einheitskapazitäten und Bedingung/Ereignis-Netze fallen nur dann zusammen, wenn es sich auch bei den Bedingung/Ereignis-Netzen um reine, d.h. 1-Schleifen-freie Netze handelt. Zwar heben nicht alle Autoren die Reinheit als ein konstitutives Merkmal von Bedingung/Ereignis-Netzen hervor. Aber überwiegend wird die Forderung vertreten, Bedingung/Ereignis-Netze sollten reine Netze darstellen; vgl. z.B. GENRICH (1980b), S. 524, Punkt (1). Auch in dieser Arbeit werden Bedingung/Ereignis-Netze grundsätzlich als reine Netze behandelt. Abweichender Ansicht ist dagegen PAGNONI (1990), S. 130. Sie fordert lediglich, daß es sich bei Bedingung/Ereignis-Netzen um "einfache" Netze handeln muß. Dabei definiert sie einfache Netze in einer Weise, welche die Existenz von 1-Schleifen zuläßt; vgl. PAGNONI (1990), S. 126, insbesondere Fig. 5.2. Folglich läßt PAGNONI auch unreine Bedingung/Ereignis-Netze zu. Daher braucht sie für das Zusammenfallen von Stelle/Transition-Netzen und Bedingung/Ereignis-Netzen lediglich die beiden letzten der o.a. drei Vor-

aussetzungen zu fordern: Einheitsgewichte für alle Kanten und Einheitskapazitäten für alle Stellen; vgl. PAGNONI (1990), S. 138.

31) Vgl. zum Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze ROSENSTENGEL (1982), S. 85 u. 151.

Das Extensionalitätsaxiom wird des öfteren nicht als solches angesprochen, aber inhaltlich thematisiert. Vgl. zu solchen impliziten Erörterungen des Extensionalitätsaxioms GENRICH (1980b), S. 525 i.V.m. S. 524f.; ROSENSTENGEL (1982), S. 38f. u. 75; GENRICH (1988b), S. 235 (allerdings für Prädikat/Transition-Netze in Basisform). PAGNONI definiert Bedingung/Ereignis-Netze sogar von vornherein so, daß die Erfüllung des Extensionalitätsaxioms zum Bestandteil der Netzdefinition wird; vgl. PAGNONI (1990), S. 130 i.V.m. S. 126. Denn die Autorin fordert, daß es sich bei Bedingung/Ereignis-Netzen um "einfache" Netze handeln muß (S. 130). Diese einfachen Netze zeichnen sich u.a. dadurch aus, daß zwei Transitionen identisch sein müssen, falls sie dieselben Vor- und Nachbereiche besitzen (S. 126). Dies entspricht genau der Formulierung des Extensionalitätsaxioms, daß Transitionen identisch sind, wenn sie dieselben Eingangs- und dieselben Ausgangsstellen aufweisen. Die Identität der Kantengewichte, die in der vorgenannten Anmerkung ebenso gefordert ist, wird von Bedingung/Ereignis-Netzen stets erfüllt. Denn Bedingung/Ereignis-Netze lassen ausschließlich das Einheitsgewicht "Eins" zu (sofern es überhaupt explizit angegeben wird).
Das Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze wird im allgemeinen in einer Weise definiert, die an eine spezielle Notationsweise für diese Netzklasse angepaßt ist. Vgl. z.B. ROSENSTENGEL (1982), S. 151. Da Bedingung/Ereignis-Netze in dieser Arbeit nicht ausführlicher dargestellt werden, unterbleibt hier eine Anpassung an diese Notationskonventionen. Statt dessen wird das Extensionalitätsaxiom alsbald in einer Weise präzisiert, die sich an die bereits eingeführte Notation von Stelle/Transition-Netzen anlehnt.
Ein Analogon zum Extensionalitätsaxiom findet sich - außerhalb des Petrinetz-Konzepts - auch bei GEORGEFF (1986), S. 73. Dort werden atomare Ereignisse miteinander identifiziert. Dies entspricht dem Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze in der bereits angesprochenen Formulierung, die sich auf die Identität zweier Transitionen erstreckt. Denn Transitionen besitzen - nicht nur in aus Bedingung/Ereignis-Netzen, sondern in allen Petrinetzen - die materielle Qualität von atomaren Ereignissen. Darüber hinaus finden sich weitere analoge Extensionalitätsaxiome in anderen formalen Disziplinen. Das bekannteste von ihnen ist das Extensionalitätsaxiom der Mengenlehre. Ihm zufolge sind zwei Mengen identisch, wenn sie die gleichen Elemente umfassen. Vgl. dazu THIEL,C. (1980b), S. 626. Vgl. zu einem weiteren Analogon das "Extensionalitätsprinzip" bei SCHROEDER-HEISTER (1980), S. 627.

32) Die drei erstgenannten Voraussetzungen werden daher auch als Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms bezeichnet. Sie stellen ausschließlich Anforderungen an die statische Netzstruktur.

33) Dabei lassen sich die Transitionen den Ereignissen aus dem Extensionalitätsaxiom zuordnen. Die Schaltakte der Transitionen bedeuten die Geschehnisse von Ereignissen. Die Markierungsveränderungen, die das Schalten einer Transition hervorruft, entsprechen den Veränderungswirkungen, die ein Ereignisgeschehnis auslöst.

34) Zwei Transitionen aus einem beliebigen, nicht notwendig durch die o.a. Voraussetzungen eingeschränkten Stelle/Transition-Netz stimmen in ihren Schaltwirkungen genau dann überein, wenn vier Bedingungen erfüllt sind:
- Die beiden Transitionen besitzen dieselben Eingangsstellen.
- Für jede Eingangsstelle aus der Menge der gemeinsamen Eingangsstellen gilt: Die zwei Eingangskanten, welche die Eingangsstelle mit den beiden Transitionen verknüpfen, besitzen dasselbe Kantengewicht.
- Die beiden Transitionen besitzen dieselben Ausgangsstellen.
- Für jede Ausgangsstelle aus der Menge der gemeinsamen Ausgangsstellen gilt: Die zwei Ausgangskanten, welche die beiden Transitionen mit der Ausgangsstelle verknüpfen, besitzen dasselbe Kantengewicht.

Folglich läßt sich das Extensionalitätsaxiom für Stelle/Transition-Netze auch so formulieren: Zwei Transitionen sind identisch, falls sie dieselben Eingangsstellen, dieselben Ausgangsstellen sowie gleich große Kantengewichte für Kanten mit identischer adjazenter Ein- oder Ausgangsstelle besitzen.
Damit stimmt die Formulierung des Extensionalitätsaxioms überein, das GENRICH (1988b), S. 235, für Prädikat/ Transition-Netze in Basisform präsentiert hat: Falls zwei Transitionen dieselben Ein- und dieselben Ausgangsstellen besitzen und darüber hinaus die dort abgezogenen bzw. die dort abgelegten Markenanzahlen gleich groß sind, dann gelten die Transitionen als identisch. Allerdings besitzen Prädikat/Transition-Netze den zusätzlichen Freiheitsgrad, daß ihre Marken(kopien) nicht nur gezählt, sondern auch individuell unterschieden werden können (Näheres dazu später). Daher läßt GENRICH's Formulierung des Extensionalitätsaxioms durchaus zu, daß zwei Transitionen mit identischen Ein- und Ausgangsstellen trotz gleicher Anzahlen dennoch individuell unterscheidbare Marken(kopien) von Eingangsstellen abziehen oder auf Ausgangsstellen ablegen. Dann besitzen die Transitionen verschiedene Schaltwirkungen. Trotzdem werden sie vom Extensionalitätsaxiom als identische Transitionen behandelt. Dazu bekennt sich auch GENRICH explizit. Dem vermag der Verf. nicht zu folgen. Denn die Identifizierung von Transitionen mit unterschiedlichen Schaltwirkungen ist in sich widersprüchlich. Daher verzichtet der Verf. grundsätzlich darauf, das Extensionalitätsaxiom auf Netze mit strukturierten Marken auszuweiten. Zu diesen Netzen gehören auch die später eingeführten Synthetischen Netze.
Aber die eingangs vorgetragene Reformulierung des Extensionalitätsaxioms und GENRICH's Ausweitung auf Prädikat/Transition-Netze in Basisform lassen sich benutzen, um eine formale Präzisierung des Extensionalitätsaxioms

einzuführen. Es liegt weiterhin das Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze zugrunde, aber es wird in der Notation von Stelle/Transition-Netzen ausgedrückt. Dazu dient ein Extensionalitätsprädikat EX^*. Es setzt die oben angeführten vier natürlichsprachlichen Explizierungen von übereinstimmenden Schaltwirkungen in eine kompaktere formalsprachliche Formulierung um. Für ein beliebiges Stelle/Transition-Netz $STN=(S,T;F,W^*,K,M_0)$ gilt:

$$
\begin{aligned}
& EX^* \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(t_1\in T)\ \forall(t_2\in T): \ldots \\
& (\forall(s_m\in S):\ \ (s_m\in VB(t_1) \leftrightarrow s_m\in VB(t_2)) \wedge W^*(s_m,t_1)=W^*(s_m,t_2) \wedge \ldots \\
& \qquad\qquad\quad (s_m\in NB(t_1) \leftrightarrow s_m\in NB(t_2)) \wedge W^*(t_1,s_m)=W^*(t_2,s_m)) \\
& \rightarrow\ t_1 = t_2
\end{aligned}
$$

Die Schaltwirkung einer jeden Transition t_n aus einem Stelle/Transition-Netz läßt sich besonders kompakt erfassen, wenn die Koeffizienten $c_{m.n}$ benutzt werden, die in der Inzidenzmatrix C des Netzes mit m=1,...,M zur Transition t_n gehören. Wenn zusätzlich zur erweiterten Gewichtsfunktion W übergegangen wird, gilt für jeden Koeffizienten: $c_{m.n}=W(t_n,s_m)-W(s_m,t_n)$. Daher bietet es sich an, das Extensionalitätsaxiom durch ein modifiziertes Extensionalitätsprädikat EX auszudrücken. Für ein beliebiges Stelle/Transition-Netz $STN=(S,T;F,W,K,M_0)$ gilt:

$$
\begin{aligned}
& EX \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(t_1\in T)\ \forall(t_2\in T): \ldots \\
& (\forall(s_m\in S):\ \ c_{m.1} = W(t_1,s_m) - W(s_m,t_1) = W(t_2,s_m) - W(s_m,t_2) = c_{m.2}) \\
& \rightarrow\ t_1 = t_2
\end{aligned}
$$

Die beiden Extensionalitätsprädikate EX^* und EX sind nicht identisch. Sie fallen nur dann miteinander zusammen, wenn ein reines Netz vorliegt. Denn in jedem reinen Netz gilt wegen des Fehlens von 1-Schleifen: Eine Stelle gehört entweder nur zum Vor- oder aber nur zum Nachbereich einer Transition, oder sie ist mit der Transition überhaupt nicht benachbart. Daraus folgt: Wenn eine Stelle s_m aus den Vorbereichen von zwei Transitionen t_1 und t_2 stammt und mit diesen beiden Transitionen über je eine Kante mit denselben Kantengewichten $W(s_m,t_1)=W(s_m,t_2)$ verknüpft ist, dann müssen die beiden Transitionen t_1 und t_2 für die Stelle s_m identische Koeffizienten in der Inzidenzmatrix besitzen:

$$
\left.
\begin{aligned}
& c_{m.1} = W(s_m,t_1) - 0 = W(s_m,t_1) \wedge \ldots \\
& c_{m.2} = W(s_m,t_2) - 0 = W(s_m,t_2) \wedge \ldots \\
& W(s_m,t_1) = W(s_m,t_2)
\end{aligned}
\right\} \quad \Rightarrow \quad c_{m.1} = c_{m.2}
$$

Analog dazu gilt für eine Stelle s_m, die zu den Nachbereichen der beiden Transitionen t_1 und t_2 gehört und mit diesen beiden Transitionen über je eine Kante mit denselben Kantengewichten $W(t_1,s_m)=W(t_2,s_m)$ verknüpft ist:

$$
\left.
\begin{aligned}
& c_{m.1} = 0 - W(t_1,s_m) = W(t_1,s_m) \wedge \ldots \\
& c_{m.2} = 0 - W(t_2,s_m) = W(t_2,s_m,) \wedge \ldots \\
& W(t_1,s_m) = W(t_2,s_m)
\end{aligned}
\right\} \quad \Rightarrow \quad c_{m.1} = c_{m.2}
$$

Folglich gilt in einem reinen Stelle/Transition-Netz für jede Stelle s_m, die entweder zugleich zu den Vorbereichen oder aber zugleich zu den Nachbereichen zweier Transitionen t_1 und t_2 gehört: Die Inzidenzmatrix-Koeffizienten der beiden Transitionen für diese Stelle s_m sind gleich: $c_{m.1}=c_{m.2}$. Deshalb sagen die beiden Extensionalitätsprädikate EX^* und EX für reine Stelle/Transition-Netze das Gleiche aus.

Sobald aber unreine Stelle/Transition-Netze zugelassen werden, können 1-Schleifen dazu führen, daß die beiden Extensionalitätsprädikate EX^* und EX inhaltlich auseinanderfallen. Dieser Fall tritt immer dann ein, wenn drei Bedingungen erfüllt sind: Erstens muß eine Stelle s_m sowohl zu den Vor- als auch zu den Nachbereichen von zwei Transitionen t_1 und t_2 gehört. Dadurch entstehen zwei 1-Schleifen. Zweitens muß in jeder der beiden 1-Schleifen das Schalten der zugehörigen Transition den gleichen Nettoeffekt bewirken. Dann sind die Inzidenzmatrix-Koeffizienten der beiden Transitionen t_1 und t_2 für die Stelle s_m notwendig gleich groß: $c_{m.1}=c_{m.2}$. Drittens wird aber der gleiche Nettoeffekt in den beiden 1-Schleifen durch unterschiedliche Kantengewichte bewirkt. Dies ist nur dann möglich, wenn sowohl die beiden Kanten, welche von der Stelle s_m zu den beiden Transitionen t_1 und t_2 führen, als auch die beiden Kanten, die von den beiden Transitionen t_1 und t_2 zur Stelle s_m weisen, paarweise verschieden gewichtet sind: $W(s_m,t_1)\neq W(s_m,t_2)$ einerseits und $W(t_1,s_m)\neq W(t_2,s_m)$ andererseits. Wenn diese drei Voraussetzungen zutreffen, gilt:

- Das Extensionalitätsprädikat EX* wirkt sich nicht aus. Denn die Antezedenzformel seines Subjugats wird wegen der unterschiedlichen Kantengewichte nicht erfüllt. Die beiden Transitionen t_1 und t_2 werden daher als unterschiedliche Transitionen behandelt.
- Das Extensionalitätsprädikat EX wirkt sich aus. Denn die Antezedenzformel seines Subjugats wird wegen der gleich großen Inzidenzmatrix-Koeffizienten erfüllt. Die beiden Transitionen t_1 und t_2 werden daher als identische Transitionen behandelt.

Das Extensionalitätsprädikat EX* entspricht der Einstellung, bei der Aktivierung einer Transition an den Bruttoeffekt ihrer Schaltwirkung anzuknüpfen. Das Extensionalitätsprädikat EX stimmt dagegen mit der Alternative überein, die Aktivierung einer Transition auf den Nettoeffekt ihrer Schaltwirkung zu beziehen. Vgl. dazu die Erläuterungen zu Brutto- und Nettoeffekten. Die Differenzierung zwischen diesen beiden Effektarten und die korrespondierende Unterscheidung zwischen den beiden Extensionalitätsprädikate EX* und EX ist für die ursprüngliche Formulierung des Extensionalitätsaxioms unbeachtlich. Denn es wird von vornherein nur auf reine Netze bezogen. Dort existieren keine 1-Schleifen. Brutto- und Nettoeffekte des Schaltens von Transitionen unterscheiden sich nicht. Folglich wirkt sich die inhaltliche Differenz zwischen den beiden Varianten des Extensionalitätsprädikats bei reinen Netzen auch nicht aus. Dennoch bleibt die Frage, welches der beiden Extensionalitätsprädikate die "richtige" formale Präzisierung des Extensionalitätsaxioms bildet.

Zugunsten des Extensionalitätsprädikats EX spricht, daß es sich mit zwei oftmals üblichen äquivalenten natürlichsprachlichen Formulierungen des Extensionalitätsaxioms deckt. Die erste Formulierungsvariante besagt, daß Transitionen mit gleichen Schaltwirkungen identisch sind. Die zweite Formulierungsvariante drückt aus, daß eine Transition durch die Angabe ihrer Schaltwirkung vollständig beschreiben ist; vgl. - allerdings in bezug auf Bedingung/Ereignis-Netze - GENRICH (1980b), S. 525; ROSENSTENGEL (1982), S. 151. Beide Formulierungsvarianten nehmen auf die Schaltwirkungen von Transitionen Bezug. Die Schaltwirkung einer Transitionen t_n wird durch die Gesamtheit ihrer Inzidenzmatrix-Koeffizienten $c_{m,n}$ für alle Stellen s_m mit $s_m \in S$ vollständig beschrieben. Das Extensionalitätsprädikat EX bezieht sich auf genau diese Koeffizientengesamtheit für jede seiner zwei Transitionen t_1 und t_2. Folglich entspricht das Extensionalitätsprädikat EX exakt den beiden natürlichsprachlichen, schaltwirkungsbezogenen Formulierungsvarianten des Extensionalitätsaxioms.

In der Netzliteratur werden jedoch bei Präzisierungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze Formulierungen verwendet, die mit dem ersten Extensionalitätsprädikat EX* inhaltlich übereinstimmen, wenn es auf die speziellen Einschränkungen der Bedingung/Ereignis-Netze zugeschnitten wird. Dies läßt sich leicht aufzeigen. Ausgangspunkt ist die Definition des Extensionalitätsprädikats EX*. Sie wird der Deutlichkeit halber noch einmal angeführt:

$$\begin{aligned}
& EX^* \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(t_1 \in T)\ \forall(t_2 \in T): \ldots \\
& (\forall(s_m \in S):\ (s_m \in VB(t_1) \leftrightarrow s_m \in VB(t_2) \wedge W^*(s_m,t_1) = W^*(s_m,t_2) \wedge \ldots \\
& \qquad\qquad\quad (s_m \in NB(t_1) \leftrightarrow s_m \in NB(t_2) \wedge W^*(t_1,s_m) = W^*(t_2,s_m)) \\
& \rightarrow\ t_1 = t_2
\end{aligned}$$

Bedingung/Ereignis-Netze lassen nur das Einheitsgewicht zu. Daher gilt in ihnen: Eine Kante besitzt genau dann das Gewicht "Eins", wenn ihre adjazente Stelle zum Vor- oder Nachbereich ihrer adjazenten Transition gehört. Daraus folgt für jede Stelle s_m:

$$\begin{aligned}
s_m \in VB(t_n) &\Leftrightarrow W^*(s_m,t_n) = 1 \\
s_m \in NB(t_n) &\Leftrightarrow W^*(t_n,s_m) = 1
\end{aligned}$$

Deswegen gilt für jede Stelle s_m, die entweder zu den Vor- oder aber zu den Nachbereichen zweier Transitionen t_1 und t_2 gehört:

$$\begin{aligned}
& s_m \in VB(t_1) \wedge s_m \in VB(t_2) \\
\Leftrightarrow\ & W^*(s_m,t_1) = 1 \wedge W^*(s_m,t_2) = 1 \\
\Rightarrow\ & W^*(s_m,t_1) = W^*(s_m,t_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& s_m \in NB(t_1) \wedge s_m \in NB(t_2) \\
\Leftrightarrow\ & W^*(t_1,s_m) = 1 \wedge W^*(t_2,s_m) = 1 \\
\Rightarrow\ & W^*(t_1,s_m) = W^*(t_2,s_m)
\end{aligned}$$

Durch formal etwas aufwendigere, aber material leicht nachzuvollziehende Umformungen ergibt sich daraus:

$$s_m \in VB(t_1) \leftrightarrow s_m \in VB(t_2) \quad \Leftrightarrow \quad W^*(s_m,t_1) = W^*(s_m,t_2)$$

$$s_m \in NB(t_1) \leftrightarrow s_m \in NB(t_2) \quad \Leftrightarrow \quad W^*(t_1,s_m) = W^*(t_2,s_m)$$

Folglich läßt sich das Extensionalitätsprädikat EX* für Bedingung/Ereignis-Netze vereinfacht definieren durch:

$$\begin{aligned} & EX^* \\ :\Leftrightarrow \quad & \forall(t_1 \in T)\ \forall(t_2 \in T): \ldots \\ & (\forall(s_m \in S): \ (s_m \in VB(t_1) \leftrightarrow s_m \in VB(t_2) \ \wedge \ s_m \in NB(t_1) \leftrightarrow s_m \in NB(t_2)) \\ & \rightarrow \ t_1 = t_2 \end{aligned}$$

Darüber hinaus gelten für die Vor- und Nachbereiche zweier beliebiger Transitionen t_1 und t_2 stets:

$$(\forall(s_m \in S): s_m \in VB(t_1) \leftrightarrow s_m \in VB(t_2)) \quad \Leftrightarrow \quad VB(t_1) = VB(t_2)$$

$$(\forall(s_m \in S): s_m \in NB(t_1) \leftrightarrow s_m \in NB(t_2)) \quad \Leftrightarrow \quad NB(t_1) = NB(t_2)$$

Deswegen läßt sich das Extensionalitätsprädikat EX* für Bedingung/Ereignis-Netze noch weiter vereinfachen zu:

$$\begin{aligned} & EX^* \\ :\Leftrightarrow \quad & \forall(t_1 \in T)\ \forall(t_2 \in T): (VB(t_1)=VB(t_2) \wedge NB(t_1)=NB(t_2)) \ \rightarrow \ t_1=t_2 \end{aligned}$$

In dieser Formulierung findet sich das Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze z.B. bei ROSENSTENGEL (1982), S. 75 (dort als "Postulat I" bezeichnet). Auf diese formalsprachliche Definition wird ebenso durch eine umgangssprachliche Formulierung des Extensionalitätsaxioms Bezug genommen, die an den Nachbarschaften von Transitionen anknüpft. Ihr zufolge sind zwei Transitionen identisch, wenn sie dieselben Eingangsstellen und dieselben Ausgangsstellen besitzen. Oder mit anderen Worten: Eine Transition wird durch die Angabe ihrer Ein- und ihrer Ausgangsstellen vollständig beschrieben. Die letzte Formulierung verwendt z.B. - allerdings in bezug auf Bedingung/Ereignis-Netze - ROSENSTENGEL (1982), S. 38 u. 85 (Transitionen werden dort als Ereignisse bzw. Elemente angesprochen, die Eingangsstellen als Vorbedingungen bzw. Vorgänger und die Ausgangsstellen als Nachbedingungen bzw. Nachfolger). Bemerkenswert ist, daß in ROSENSTENGEL (1982), sowohl die nachbarschaftsbezogene Formulierung des Extensionalitätsaxioms als auch - wie oben erwähnt - die schaltwirkungsbezogene Formulierung des Extensionalitätsaxioms benutzt wird. Dies ist zwar insofern zulässig, als in reinen Bedingung/Ereignis-Netzen die beiden Extensionalitätsprädikate EX* und EX inhaltlich zusammenfallen. Aber anscheinend wird der dennoch vorhandene definitorische Unterschied übersehen, der sich in den unterschiedlichen Anknüpfungspunkten der nachbarschafts- bzw. schaltwirkungsbezogenen Formulierungen des Extensionalitätsaxioms niederschlägt.
Der Verf. bevorzugt die Präzisierung des Extensionalitätsaxioms durch das Extensionalitätsprädikat EX*. Dies mag prima facie befremden. Denn nur das alternative Extensionalitätsprädikat EX entspricht exakt der Formulierung des Extensionalitätsaxioms, daß Transitionen mit gleichen Schaltwirkungen identisch seien. Das wurde schon oben dargelegt. Diese schaltwirkungsbezogene Formulierung des Extensionalitätsaxioms bildete auch den gedanklichen Ausgangspunkt dieser Anmerkung (vgl. oben den "laufenden" Text). Trotz des ersten Anscheins, der zugunsten des Extensionalitätsprädikats EX spricht, hat das Extensionalitätsprädikat EX* einen entscheidenden Vorzug: Mit seiner Hilfe kann eine Unzulänglichkeit behoben werden, die aus der Fokussierung auf reine Netze resultiert. Allerdings muß zu diesem Zweck von der nachbarschaftsbezogenen Wiedergabe des Extensionalitätsprädikats EX* Abschied genommen werden. An seine Stelle wird eine schaltvoraussetzungs- und -wirkungsbezogene Umschreibung des Extensionalitätsaxioms treten.
In reinen Netzen spielt die Schaltvoraussetzung einer Transition keine Rolle, weil keine 1-Schleifen zulässig sind. Folglich können auch keine Nebenbedingungen vorkommen, welche die Aktivierung von Transitionen mit gleichen Schaltwirkungen erheblich beeinflussen können. Diese Irrelevanz der Transitionsaktivierung in reinen Netzen verleitet bei der Formulierung des Extensionalitätsaxioms, nur auf die Schaltwirkungen von Transitionen Bezug zu nehmen. In dieser Asymmetrie, die den Aspekt der Schaltvoraussetzung vollkommen ausklammert, leistet das Extensionalitätsaxiom aber nur eine unvollständige Charakterisierung des Schaltverhaltens einer Transition. Denn es bleibt unbeachtet, daß das Schaltverhalten einer Transition auch von ihrer Schaltvoraussetzung - ihrer Aktivierungsbedingung - abhängt. Daher wird folgender Sonderfall nicht berücksichtigt: Zwei Transitionen stimmen zwar in ihren Schaltwirkungen überein, falls sie schalten. Aber sie besitzen dennoch nicht dasselbe Schaltverhalten, weil sich ihre Schaltvoraussetzungen unterscheiden. Verschiedene Schaltvoraussetzungen trotz gleicher Schaltwirkungen werden durch 1-Schleifen (Nebenbedingungen) verursacht. Sie können dazu führen, daß unter derselben Markierung die eine Transition aktiviert ist, während die andere Transition desaktiviert bleibt. Bei reinen Netzen kann dieser Sonderfall nicht eintreten. Die einschränkende Prämisse der Netzreinheit verführt daher zu übersehen, daß das

Schaltverhalten einer Transition ebenso von deren Schaltvoraussetzung geprägt wird. Um diese prämissenbedingte Perspektivenverengung zu vermeiden, hat der Verf. in dieser Arbeit bewußt 1-Schleifen zugelassen. Nur mit ihrer Hilfe ist es möglich, die Schaltwirkungen und die Schaltvoraussetzungen von Transitionen vollständig zu würdigen. Daher ist der Einlassung von ABEL,D. (1990), S. 4, entschieden zu widersprechen, daß 1-Schleifen "ohne Beschränkung der Allgemeinheit" ausgeschlossen werden könnten. Um den Einfluß von 1-Schleifen auf das Schaltverhalten von Transitionen zu berücksichtigen, muß die Verhaltensbeschreibung von Transitionen ausgedehnt werden. Sie liegt erst dann vollständig vor, wenn Schaltwirkungen und Schaltvoraussetzungen spezifiziert werden. Aus dieser erweiterten Perspektive lautet das Extensionalitätsaxiom bei seiner Übertragung auf Stelle/Transition-Netze: Zwei Transitionen sind identisch, wenn sie sowohl in ihren Schaltvoraussetzungen als auch in ihren Schaltwirkungen übereinstimmen. Dies ist die oben angekündigte schaltvoraussetzungs- und -wirkungsbezogene Formulierung des Extensionalitätsaxioms.

Diese Formulierungsvariante wird durch den zusätzlichen Bezug auf gleiche Schaltvoraussetzungen gegenüber den schaltwirkungs- oder aber nachbarschaftsbezogenen Formulierungen des Extensionalitätsaxioms, das oben aus der Perspektive von Bedingung/Ereignis-Netzen eingeführt worden war, inhaltlich erweitert. Denn die beiden letztgenannten Formulierungsvarianten beruhten auf der Präsupposition, daß die drei Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms erfüllt seien: die Netzreinheit, die Einheitsgewichtung aller Kanten und die Einheitskapazitäten aller Stellen. Nur so kannte das Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze auf Stelle/Transition-Netze übertragen werden. Die schaltvoraussetzungs- und -wirkungsbezogene Formulierungsvariante des Extensionalitätsaxioms gilt aber unabhängig von den drei Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze. Daher erstreckt sich die schaltvoraussetzungs- und -wirkungsbezogene Formulierung des Extensionalitätsaxioms auf alle Stelle/Transition-Netze. Deswegen wird diese Formulierung auch als erweitertes Extensionalitätsaxiom angesprochen.

Da das erweiterte Extensionalitätsaxiom nicht mehr an die Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze gebunden ist, trifft das erweiterte Extensionalitätsaxiom nun auch auf unreine Netze zu. Zugleich ist das erweiterte Extensionalitätsaxiom so weit präzisiert, daß es nicht mehr die Wahl zwischen dem Extensionalitätsprädikat EX^* und dem Extensionalitätsprädikat EX offenläßt: Das Extensionalitätsaxiom kann in seiner schaltvoraussetzungs- und -wirkungsbezogenen Formulierung nur noch mit dem Extensionalitätsprädikat EX^* konsistent vereinbart werden. Aufgrund dieser Präzisierung bestehen für das Extensionalitätsaxiom bezüglich der Relevanz von Brutto- und Nettoeffekten keine Interpretationsschwierigkeiten mehr: Stets liegen die Bruttoeffekte des Schaltens von Transitionen zugrunde. Denn nur so können Transitionen mit unterschiedlichen Schaltvoraussetzungen trotz gleicher Schaltwirkungen differenziert werden.

Das erweiterte Extensionalitätsaxiom läßt sich als eine besondere Variante von LEIBNIZ' Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren auffassen: Zwei Transitionen gelten als identisch, wenn sie in allen ihren unterscheidbaren Aspekten - ihren Schaltvoraussetzungen und ihren Schaltwirkungen - übereinstimmen. Vgl. zu LEIBNIZ' Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren (principium identitatis indiscernibilium) LEIBNIZ (1714/1985), S. 51 u. 53; LEIBNIZ (1906), S. 144; LEIBNIZ (1924), S. 145f. u. Fn. 132 auf S. 188; WHITEHEAD (1925), S. 57; DIEMER (1967a), S. 215; THIEL,C. (1980b), S. 626; ESSLER (1982a), S. 45; LINSKY (1984), S. 364ff.; HOY (1984), S. 275ff.; HORN,J. (1985), S. 27 u. 31; WAND (1989), S. 541 (indirekt).

Darüber hinaus ist es möglich, das erweiterte Extensionalitätsaxiom aus der Perspektive des allgemeinen Extensionalitätsprinzips zu betrachten: Dann wird die Einheit aus der Schaltvoraussetzung und der Schaltwirkung einer Transition als die extensionale Verhaltensbeschreibung der Transition betrachtet. Das Extensionalitätsaxiom drückt in diesem Fall aus, daß extensionsgleiche Transitionen identisch sind. Dies entspricht genau dem allgemeinen Extensionalitätsprinzip, das ebenso die Identität aller extensionsgleichen Objekte postuliert.

Das erweiterte Extensionalitätsaxiom liegt für Stelle/Transition-Netze durch das Extensionalitätsprädikat EX^* bereits eindeutig fest. Denn die axiomatische Erweiterung bezog sich ausschließlich darauf, daß die Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze entfielen. Diese Anwendungsvoraussetzungen sind in die Definition des Extensionalitätsprädikats EX^* nicht eingeflossen. Folglich wirkt sich ihr Außerachtlassen auch nicht auf das Extensionalitätsprädikat aus. Darüber hinaus kann das erweiterte Extensionalitätsaxiom auch so formuliert werden, daß es sich an die formale Gestalt des alternativen Extensionalitätsprädikats EX anlehnt. Dann ist es allerdings erforderlich, der zuvor erfolgten Präzisierung Rechnung zu tragen. Zu diesem Zweck müssen neben den Koeffizienten $c_{m,n}$ aus der Inzidenzmatrix C eines Netzes, die in unreinen Netzen nur die Schaltwirkungen von Transitionen wiedergeben, auch die Schaltvoraussetzungen der Transitionen ergänzt werden. Diese Anforderung erfüllt das Extensionalitätsprädikat EX^+. Es drückt das erweiterte Extensionalitätsaxiom für ein Stelle/Transition-Netz $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ durch folgende Definition aus:

$$
\begin{aligned}
& EX^{+} \\
:\Leftrightarrow\ & \forall(t_1 \in T)\ \forall(t_2 \in T): \ldots \\
& \quad ((\forall M_r \in RM(M_0): AKT(t_1,M_r) \leftrightarrow AKT(t_2,M_r)) \\
& \quad \wedge\ (\forall(s_m \in S): c_{m.1} = W(t_1,s_m) - W(s_m,t_1) = W(t_2,s_m) - W(s_m,t_2) = c_{m.2})) \\
& \rightarrow\ t_1 = t_2
\end{aligned}
$$

Das Extensionalitätsprädikat EX^{+} nimmt allerdings auf die Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$ des zugrundeliegenden Netzes Bezug. Diese Erreichbarkeitsmenge ist durch das netzdefinierende Tupel STN zunächst nicht gegeben. Sie muß vielmehr durch Auswerten der dynamischen Netzstruktur mit erheblichem Aufwand ermittelt werden. Dieser Aufwand muß aber betrieben werden, um festzustellen, ob zwei Transitionen mit gleichen Schaltwirkungen tatsächlich identisch sind. Denn die Identität der beiden Transitionen folgt aus dem Subjugat des Extensionalitätsprädikats EX^{+} nur dann, wenn seine Antezedenzformel gültig ist. Diese Antezedenzformel ist wegen der konjunktiven Verknüpfung ihrer beiden Teilformeln nur dann gültig, wenn beide Teilformeln gültig sind. Also muß auch die Gültigkeit der ersten Teilformel, die sich auf die Aktivierungsbedingungen der beiden Transitionen und alle erreichbaren Markierungen bezieht, nachgewiesen werden. Wegen des damit verbundenen hohen Ermittlungsaufwands bevorzugt der Verf. weiterhin die oben vorgelegte Definition des Extensionalitätsprädikats EX^{*}. Sie hat den Vorteil, nur auf Komponenten der statischen Netzstruktur aufzubauen. Daher kann relativ schnell festgestellt werden, ob die Antezedenzformel des Extensionalitätsprädikats EX^{*} gültig ist.

35) Dieser Sachverhalt läßt sich durch folgende indirekte Argumentation verdeutlichen: Angenommen, es existieren zwei verschiedene Transitionen t_1 und t_2, die immer derselben Referenzmarkierungen M_r aktiviert sind und durch ihr Schalten jeweils dieselbe Folgemarkierung M_f hervorbringen. Dies ist - wenn überhaupt - nur dann möglich, falls die beiden Transitionen dieselben Eingangsstellen, dieselben Ausgangsstellen und dieselben Kantengewichte besitzen. Solche Transitionen müssen angesichts der Schaltregel für Stelle/Transition-Netze stets unter denselben Markierungen aktiviert sein und durch ihr Schalten immer dieselben Folgemarkierungen hervorbringen. Daher besitzen die beiden Transitionen t_1 und t_2 einerseits dieselben inzidenten Stellen, dieselben adjazenten Kanten und dieselben Kantengewichte sowie andererseits dieselben Schaltvoraussetzungen und dieselben Schaltwirkungen. Durch andere Merkmale als die vorgenannten läßt sich eine Transition im Rahmen von Stelle/Transition-Netzen überhaupt nicht spezifizieren. Folglich kann kein einziger Aspekt beschrieben werden, hinsichtlich dessen sich die beiden Transitionen unterscheiden. Dies widerspricht aber der hypothetisch angenommenen Verschiedenheit der beiden Transitionen. Also sind sie identisch (q.e.d.). Dadurch wird das Extensionalitätsaxiom erfüllt.
Das o.a. Beispielnetz, das einen Multigraphen als Erreichbarkeitsgraphen hervorbrachte, widerspricht der voranstehenden Argumentation keineswegs. Denn das Beispielnetz stützt sich auf die Zulässigkeit von Schaltschritten, die mehrere Transitionen enthalten. Auch die zwei Kanten zwischen demselben Paar aus Markierungsknoten beruht auf einem solchen mehrelementigen Schaltschritt. Die o.a. Argumentation bezieht sich aber ausschließlich auf das Schalten von isolierten Transitionen. Dies entspricht der vierten Voraussetzung für das gesicherte Vorliegen von Monographen. Sie drückt die notwendige Voraussetzung aus, daß die dynamische Netzstruktur auf das Ausführen von unären Schaltschritten beschränkt werden muß. Dieses Postulat wird aber durch die mehrelementigen Schaltschritte des Beispielnetzes verletzt.

36) Das Stelle/Transition-Netz aus Abb. 22 auf der nächsten Seite verdeutlicht, daß bereits die Verletzung von nur einer Voraussetzung ausreicht, um einen Multigraphen als Erreichbarkeitsgraphen (Abb. 23) hervorzubringen. Das Stelle/Transition-Netz enthält 1-Schleifen. Sie widersprechen der ersten Anforderung an die statische Netzstruktur, daß ein reines Netz vorliegen müsse. Dadurch wird zugleich die erste von den drei Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze verletzt.
Dagegen zeigt die darauf folgende Abb. 25, daß ein Multigraph auch für ein reines Stelle/Transition-Netz resultieren kann. In diesem Fall besitzt das zugrundeliegende Stelle/Transition-Netz, das in Abb. 24 wiedergegeben ist, multiple Kantengewichte und multiple Markenkapazitäten, die jeweils größer als "Eins" sind. Deshalb wird gegen die zweite und die dritte Anforderung an die statische Netzstruktur verstoßen. Zugleich bedeutet dies, daß weder die zweite noch die dritte Anwendungsvoraussetzung des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze eingehalten wird.

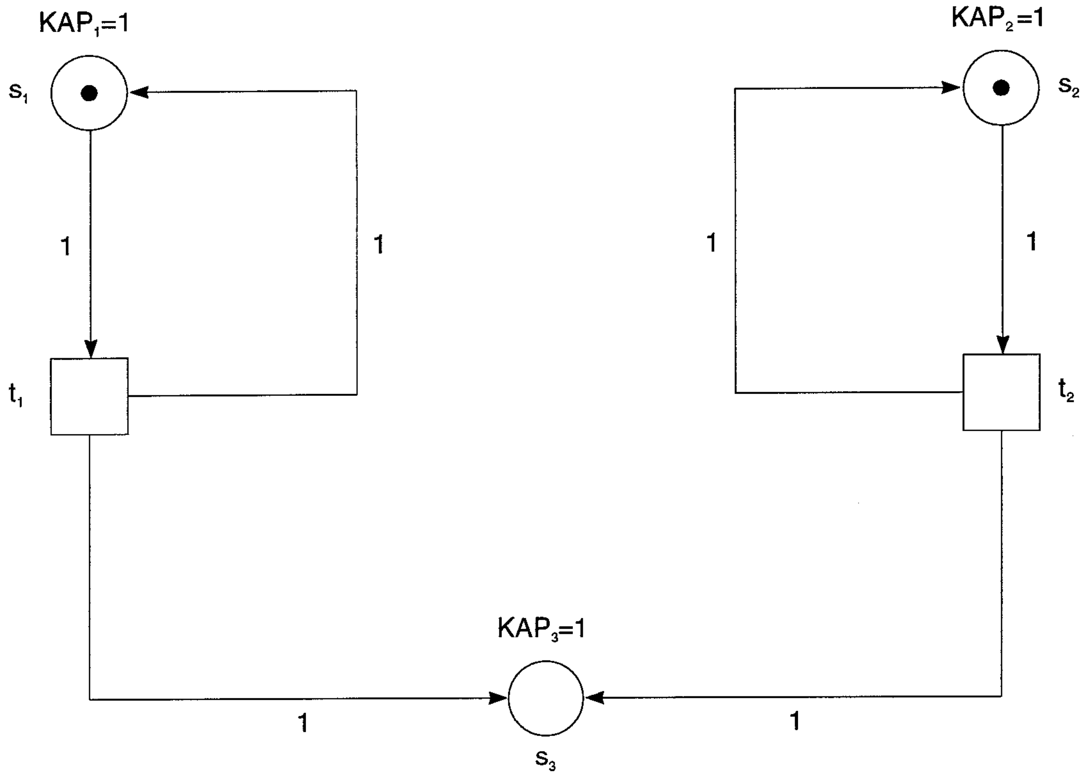


Abb. 22: Stelle/Transition-Netz mit 1-Schleifen

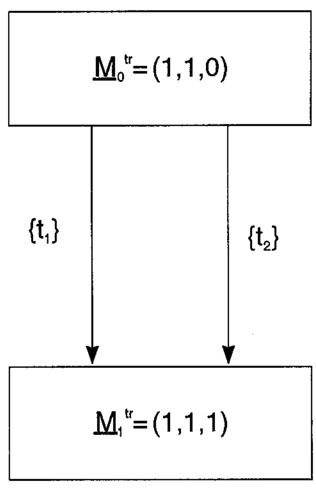


Abb. 23: Multigraph als Erreichbarkeitsgraph für das Stelle/Transition-Netz aus Abb. 22

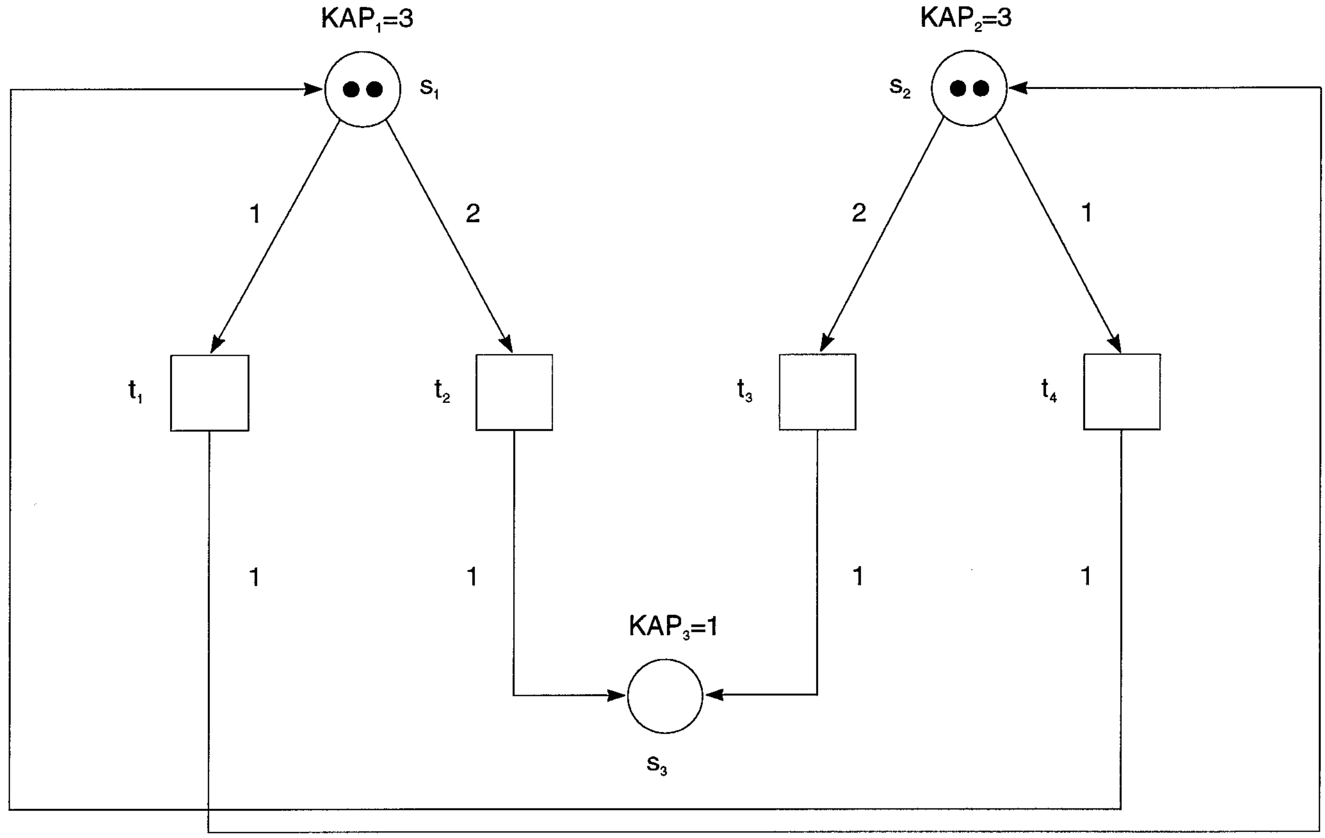


Abb. 24: Stelle/Transition-Netz mit multiplen Kantengewichten und Markenkapazitäten

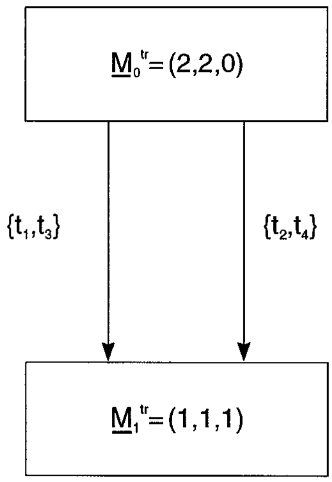


Abb. 25: Multigraph als Ausschnitt aus dem Erreichbarkeitsgraphen für das Stelle/Transition-Netz aus Abb. 24

37) Dies belegt das Stelle/Transition-Netz, das in der nachfolgenden Abb. 26 vorgestellt wird. Es wird zwar den drei Anforderungen an die statische Netzstruktur gerecht. Daher sind die drei Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze erfüllt. Dennoch besitzt das Stelle/Transition-Netz einen Multigraphen als Erreichbarkeitsgraphen. Denn es werden Schaltschritte zugelassen, die aus mehreren Transitionen bestehen. Dadurch wird gegen die Anforderung an die dynamische Netzstruktur verstoßen, daß nur unäre Schaltschritte ausgeführt werden dürfen. Zugleich verdeutlicht das Stelle/Transition-Netz einen wesentlichen Aspekt: Das Extensionalitätsaxiom für Bedingung/Ereignis-Netze alleine vermag keineswegs sicherzustellen, daß der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes immer ein Monograph ist. Denn das Beispielnetz besitzt einen Multigraphen als Erreichbarkeitsgraphen (Abb. 27), obwohl die Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms erfüllt sind. Übrigens gilt der gleiche Sachverhalt ebenso für das erweiterte Extensionalitätsaxiom. Denn die axiomatische Erweiterung betrifft ausschließlich die drei Anwendungsvoraussetzungen des Extensionalitätsaxioms für Bedingung/Ereignis-Netze. Da diese Anwendungsvoraussetzungen hier im Beispiel keine Rolle spielen, bleibt auch die Erweiterung des Extensionalitätsaxioms irrelevant.

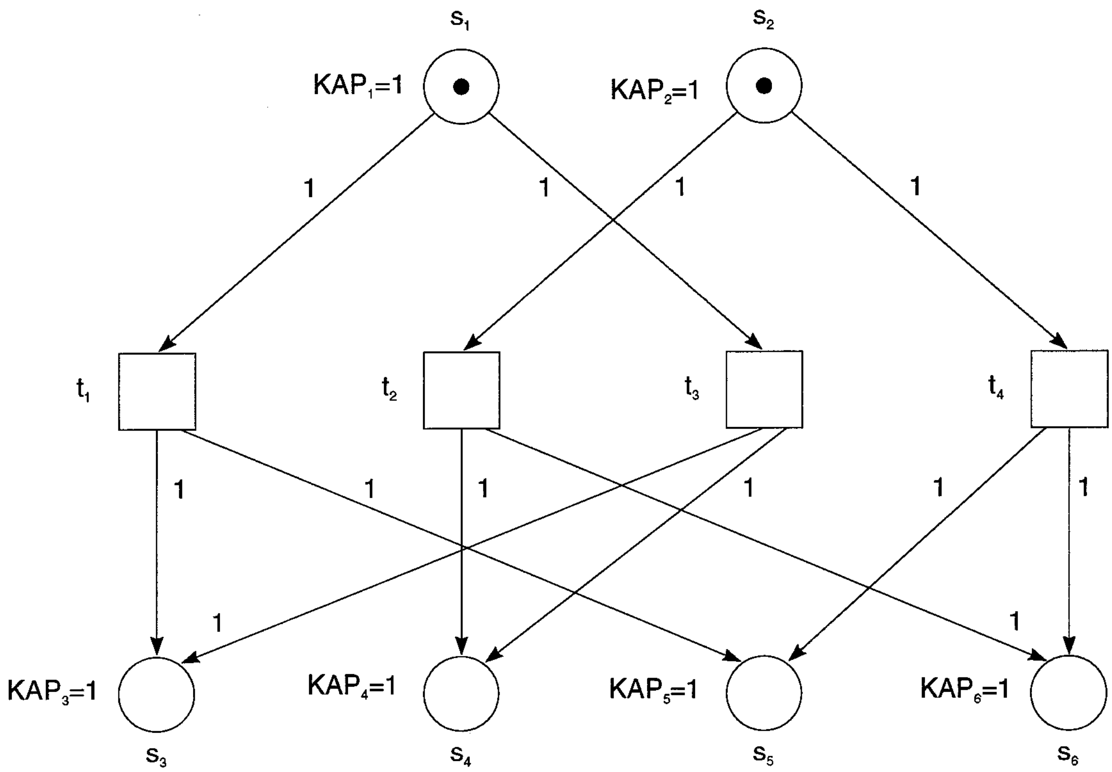


Abb. 26: Stelle/Transition-Netz mit mehrelementigen Schaltschritten

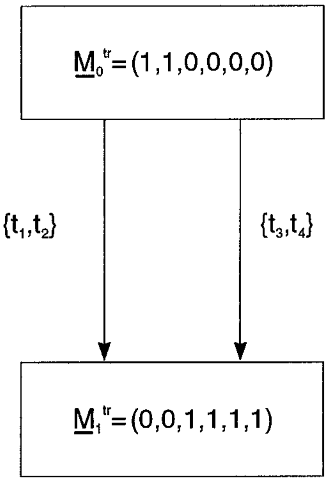


Abb. 27: Multigraph als Ausschnitt aus dem Erreichbarkeitsgraphen für das Stelle/Transition-Netz aus Abb. 26

38) Vgl. zu Beschreibungen der Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen ABEL,D. (1990), S. 63ff., insbesondere das Struktogramm der Abb. 5.3 auf S. 65.
Die Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen wird nachfolgend nur informal skizziert. Der Verf. verzichtet hier auf eine formalisierte Konstruktionsbeschreibung. Denn er wird an späterer Stelle die Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen detaillierter erörtern und dabei auch einen formalen Konstruktionsalgorithmus präsentieren.

39) Solche Nullwege entsprechen der Nullschaltfolge. Die Nullschaltfolge war notwendig, um eine vollständige Definition des Erreichbarkeitsgraphen zu ermöglichen. Ebenso ging sie in die Definition entarteter Prozesse ein. Daher wird sie hier zugelassen, obwohl ihr kein intuitiv plausibles Netzverhalten entspricht. Daher gilt: Jedes intuitiv plausibles Netzverhalten wird durch einen Weg im Erreichbarkeitsgraphen ausgedrückt. Aber die Umkehrung trifft nicht zu. Denn jeder Knoten M_r des Erreichbarkeitsgraph stellt zugleich einen Nullweg $wg_{r,r}=(M_r)$ dar, dem kein Netzverhalten in intuitiv überzeugender Weise zugeordnet werden kann.

40) Bei Zyklen wird die Weglänge auch als Zykluslänge bezeichnet.

41) Ein Graph heißt zusammenhängend, wenn er weder isolierte Knoten noch isolierte Teilgraphen enthält. Ein isolierter Knoten ist durch keine Kante mit irgendeinem anderen Knoten des restlichen Graphen (Rumpfgraphen) verknüpft. Ein isolierter Teilgraph liegt dagegen vor, wenn keine Kante zwischen einem beliebigen Knoten aus diesem Teilgraphen und einem beliebigen Knoten aus dem Rumpfgraphen existiert. In beiden Fällen wird vorausgesetzt, daß der Rumpfgraph jeweils aus mindestens einem Knoten besteht. Wenn der Teilgraph zu einem Graphen degenerieren darf, der aus nur einem Knoten und aus keiner Kante besteht, dann fällt der zweite mit dem ersten Fall zusammen.

42) Denn ein solcher isolierter Knoten ist als ein Knoten definiert, der sich über keinen Weg vom Knoten der Ausgangsmarkierung M_0 aus erreichen läßt. Dies widerspricht aber der Definition der Knoten von Erreichbarkeitsgraphen als Repräsentanten von Markierungen aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$.

43) Falls ein solcher isolierter Teilgraph existieren würde, müßte er mindestens einen Knoten für eine Markierung umfassen, die sich von der Ausgangsmarkierung M_0 aus nicht erreichen läßt. Dies widerspricht jedoch abermals der Definition der Knoten von Erreichbarkeitsgraphen als Repräsentanten von Markierungen aus der Erreichbarkeitsmenge $RM(M_0)$.

44) Der Grenzfall $L_{max}=0$ muß zugelassen werden, um die Erreichbarkeitsgraphen mit leerer Schaltkantenmenge KA_{RG} abzudecken. Dann liegen den Erreichbarkeitsgraphen Netze mit jeweils toter Ausgangsmarkierung M_0 zugrunde.

45) Zur Verdeutlichung kann auch von der tatsächlichen Reichweite L_{max} eines Erreichbarkeitsgraphen gesprochen werden, um sie von der zulässigen Reichweite L_{sup} eines Teilerreichbarkeitsgraphen abzugrenzen, der anschließend eingeführt wird.

46) Darauf wird später im Rahmen der Robustheitsanalyse von Netzen zurückgegriffen.

47) Ein solcher vollständig konstruierter Erreichbarkeitsgraph kann verdeutlichend als Vollerreichbarkeitsgraph angesprochen werden. Falls aus dem Argumentationskontext ersichtlich ist, daß ausschließlich Erreichbarkeitsgraphen thematisiert werden, läßt sich auch verkürzt von einem Vollgraphen reden.

48) Im Fall $L_{sup}<L_{max}$ handelt es sich um einen echten Teilerreichbarkeitsgraphen. Im Fall $L_{sup}\geq L_{max}$ liegt dagegen kein unechter Teilerreichbarkeitsgraph vor, dessen zulässige Reichweite L_{sup} von seiner tatsächlichen Reichweite L_{max} nicht erreicht wird. Alle vorgenannten Varianten von Teilerreichbarkeitsgraphen können verkürzt auch als Teilgraphen bezeichnet werden, wenn der Argumentationskontext erkennen läßt, daß ausschließlich Erreichbarkeitsgraphen und deren Ausschnitte erörtert werden.

49) Dies ist notwendig, um die jeweils anzuwendende Schaltregel SR_S zu kennen und um die Erreichbarkeit der Wurzelmarkierung M_w bezüglich der Ausgangsmarkierung M_0 zu beurteilen.

50) Die Umkehrung gilt jedoch nicht, falls der Erreichbarkeitsgraph eines Netzes zyklische Wege enthält.

51) Daher können weg- und die prozeßbezogene Argumentationen stets ineinander überführt werden.

52) Für k≥2 kann auch von einem Wiederholungsparameter "k" gesprochen werden.

53) Unendliche Prozesse interessieren in dieser Arbeit nur am Rande. Denn für die Modellierung realer Probleme spielen nur endliche Prozesse eine Rolle. Unendliche Prozesse würden dagegen einen unendlichen Ressourcenverzehr für die Prozeßausführung bedeuten. Da in der Realität immer nur beschränkte Ressourcen zur Verfügung stehen, ist dies aber ausgeschlossen (Unmöglichkeit des Perpetuum mobile).
Bei der Behandlung von formalen Problemen können dagegen unendliche Prozesse durchaus eine Bedeutung besitzen; vgl. z.B. BEST,E. (1985e), S. 12f. Daher werden sie nachfolgend kurz angesprochen. Dies geschieht insbesondere im Hinblick auf spezielle Netzeigenschaften, die später thematisiert werden. Sie beruhen - wie z.B. die M_0-Reversibilität oder das "Verhungern" - zum Teil auf der Zulässigkeit unendlicher Schaltprozesse. Unendliche Prozesse können im Rahmen des Petrinetz-Konzepts auf zwei Weisen in Erscheinung treten. Erstens kann es sich um Prozesse handeln, die unablässig neue Netzmarkierungen hervorbringen. Sie lassen dabei die Markenanzahl mit $M_f(s_m)=\omega$ auf mindestens einer Stelle s_m des Netzes über jede obere Schranke hinaus anwachsen. In diesem Fall nehmen die Erreichbarkeitsgraphen der Netze unendliche Größe an. Sie lassen sich allerdings durch endliche Überdeckbarkeitsgraphen ersetzen. Auf Überdeckbarkeitsgraphen wurde bereits hingewiesen. Auf die Schwierigkeiten von unendlichen Erreichbarkeitsgraphen und ihrer zugehörigen endlichen Überdeckbarkeitsgraphen wird an anderer Stelle näher eingegangen. Aufgrund der dort vorgetragenen Argumente wird dieser erste Fall unendlicher Prozesse in dieser Arbeit nicht weiter behandelt. Zweitens können unendliche Prozesse aber auch dadurch zustande kommen, daß in einem endlichen Erreichbarkeitsgraphen ein zyklischer Weg, der im selben Markierungsknoten startet und auch wieder "endet", unbeschränkt oft iteriert wird. Auf diesen zweiten Fall wird noch näher eingegangen.

54) Dazu gehören auch die trivialen unendlichen Prozesse. Sie entstehen dadurch, daß die entarteten endlichen Prozesse $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)$ unendlich oft wiederholt werden.

55) Dabei kann es sich sowohl um einen - zyklischen oder azyklischen - endlichen als auch um einen (zyklischen) unendlichen Prozeß handeln. Es werden lediglich Netze mit endlichen Erreichbarkeitsgraphen vorausgesetzt, so daß azyklische unendliche Prozesse ausgeschlossen werden.

56) Für den Sonderfall entarteter Prozesse gilt dagegen:

$$\begin{aligned} & pro(PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)) = wg_{r.r} \\ :\Leftrightarrow\quad & (SF_0=()=\varnothing \wedge MF_0=(M_r) \wedge PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)=(M_r) \wedge wg_{r.r}=(M_r)) \end{aligned}$$

57) Dabei werden mit L=0 auch die entarteten Prozesse $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)$ und die daraus abgeleiteten zyklischen Prozesse $(PRO_{r.r}(SF_0,MF_0))^k$ mit $k\in(\mathcal{N}_{+}\cup\{\omega\})$ berücksichtigt.

58) Die formale Behandlung von Netzen wird erleichtert, wenn auch die Nullschaltfolge SF_0 zugelassen wird, die zu entarteten Schaltprozessen $PRO_{r.r}(SF_0,MF_0)$ führt. Vgl. dazu den Hinweis auf die Möglichkeit, die Ausgangsmarkierung M_0 von sich selbst aus erreichen zu können.

59) Vgl. dazu die Ausführungen zur Robustheitsanalyse von Netzen.

60) Hier erfolgt also eine kausale Fundierung in wirkungsbezogener Hinsicht. Vgl. dazu die Unterscheidung zwischen wirkungs- und abhängigkeitsbezogener Kausalitätsperspektive. Der bewirkte Markierungsübergang stellt aus

systemtheoretischer Perspektive einen Zustandsübergang desjenigen Systems dar, dessen dynamische Struktur durch den betrachteten Erreichbarkeitsgraphen abgebildet wird. Jedem Zustand dieses Systems ist eine Netzmarkierung als Zustandsrepräsentation eineindeutig zugeordnet.

61) Dieses Attribut stellt heraus, daß vom Sonderfall bidirektional gerichteter Schaltkanten abgesehen wird. Solche Schaltkanten lassen sich zwar als Repräsentation von 1-Schleifen einführen. Dies wurde bereits hinsichtlich des Nebenbedingungscharakters von 1-Schleifen angedeutet. Doch spielen 1-Schleifen im Petrinetz-Konzept eine höchst problematische Rolle. Später wird sogar verdeutlicht werden, daß es näher liegt, die bidirektionalen 1-Schleifen von Stelle/Transition-Netzen durch unidirektionale Informationskanten in Synthetischen Netzen abzulösen.

62) Wegen dieser prinzipiellen Asymmetrie lassen sich symmetrische kausale Wechselwirkungsbeziehungen mit dem Petrinetz-Konzept nicht vereinbaren. Darauf wird an späterer Stelle zurückgekommen. Nur der Sonderfall von 1-Schleifen läßt sich im Sinne einer symmetrischen Kausalbeziehung interpretieren. Ihre Problematik und spätere Ausklammerung wurde bereits in der voranstehenden Anmerkung dargelegt. Sie bilden daher keine tragfähige Grundlage, auf der sich eine Abbildung kausaler Wechselwirkungsbeziehungen in Petrinetzen realisieren ließe.

63) Vgl. dazu die Kategorisierung kausaler Abhängigkeitsverhältnisse.

64) Die Asymmetrie resultiert aus der unidirektionalen Gerichtetheit der Schaltkanten in einem Erreichbarkeitsgraphen.

65) Die Anordnungsrelation ist nur kausal fundiert, stellt aber selbst keine Kausalbeziehung dar. Denn kausale Abhängigkeitsbeziehungen wurden in einer früheren Anmerkung als zweistellige Relationen zwischen Ereignisgeschehnissen definiert. Die hier betrachtete Anordnungsrelation verknüpft hingegen jeweils zwei Netzmarkierungen, die Systemzustände wiedergeben.

66) Dieses kausale Vorangehen muß aber nicht mit einem entsprechenden zeitlichen Vorangehen zusammenfallen.

67) Dieses kausale Nachfolgen muß aber nicht mit einem entsprechenden zeitlichen Nachfolgen zusammenfallen.

68) Strenggenommen gelten die nachfolgenden Festlegungen nicht notwendig, sondern nur unter der Prämisse, daß jeder Sachverhalt, der durch einen Knoten repräsentiert wird, höchstens einmal geschehen darf. Diese Voraussetzung trifft jedoch auf die meisten Konzepte mit temporal konzeptualisierter Dynamik zu, wie etwa auf die beiden nachstehenden Beispiele. Unter dieser Prämisse gilt: Jedem Knoten wird ein Zeitpunkt oder ein Zeitintervall zugeordnet, in dem der repräsentierte Sachverhalt geschehen soll. Jeder zyklische Weg (mit positiver Weglänge) würde daher bedeuten, daß jeder wegzugehörige Knoten einen Sachverhalt repräsentiert, der mehrmals nacheinander eintreten soll. Dies widerspricht jedoch der o.a. Prämisse.

69) Dies ist der Fall, wenn dynamische Koordinierungsprobleme mit der Hilfe von Entscheidungsbäumen konzeptualisiert werden.

70) Diese Anforderung muß im Rahmen der Netzplantechnik erhoben werden. Sie wird in dieser Arbeit noch ausführlicher behandelt werden. Die Zulässigkeit von Zyklen mit nicht-positiven Weglängen resultiert aus der Besonderheit dieses Konzepts, Maximalfristen mit der Hilfe von negativ bewerteten Kanten darzustellen.

71) Die hier vorgetragene Argumentation gilt nur für Schaltprozesse, deren potentiell unendliche Ausführungsmöglichkeit auf ihrer zyklischen Ablaufstruktur beruht. Azyklische, aber dennoch potentiell unendliche Schaltprozesse können dagegen in endlichen Erreichbarkeitsgraphen grundsätzlich nicht erfaßt werden.

72) Es wird jetzt also die abhängigkeitsbezogene Kausalitätsperspektive eingenommen.

73) Es handelt sich um eine schwache Folgebeziehung, weil die involvierten aktivierten Schaltschritte wegen der Schaltregelpermissivität ausgeführt werden können, aber nicht müssen. Darauf wurde schon hingewiesen.

74) Die kausale Abhängigkeitsbeziehung zwischen Ereignissen nimmt die Gestalt einer Folgebeziehung an, weil die zugrundeliegenden Schaltakte asymmetrische Markierungsübergänge bewirken. Es wurde bereits dargelegt, daß aufgrund dieser Asymmetrie in Netzen kausale Wechselwirkungsbeziehungen nicht dargestellt werden können.

75) Es wurde schon an früherer Stelle dargelegt, daß sich die nebenläufige und die konfliktionäre Aktivierung von Transitionen kausale Unabhängigkeits- bzw. Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den jeweils involvierten Transitionen ausdrücken. Diese transitionsbezogenen Kausalbetrachtungen werden nunmehr zum Ausführen von Schaltschritten verallgemeinert.

76) Bei dieser Vereinfachung wird davon abgesehen, daß der gleiche Schaltschritt an mehreren Schaltakten teilnehmen kann. Dieser Fall tritt immer dann ein, wenn der gleiche Schaltschritt SS_a unter mindestens zwei verschiedenen Referenzmarkierungen M_{r1} und M_{r2} aktiviert ist. Dann unterscheiden sich die zugehörigen Schaltakte $ss_{r1.a.f1}$ und $ss_{r2.a.f2}$ wegen $r_1 \neq r_2$ ($f_1 \neq f_2$ ist möglich, aber nicht notwendig). Eine kausale Folgebeziehung erstreckt sich - sofern sie überhaupt besteht - strenggenommen auf die beiden Schaltakte $ss_{r1.a.f1}$ und $ss_{r2.a.f2}$. Wenn dies tatsächlich der Fall ist, liegt eine kausale Abhängigkeit zwischen dem Ausführen Schaltschritts SS_a im ersten Schaltakt $ss_{r1.a.f1}$ und dem

Ausführen des gleichen Schaltschritts SS_a im zweiten Schaltakt $ss_{r2.a.f2}$ vor. Wenn die kausale Abhängigkeit in vereinfachender Weise nicht auf die Schaltakte, sondern auf die zugehörigen Schaltschritte bezogen wird, so gilt für den voranstehend konstruierten Fall: Zwischen dem ersten Ausführen des Schaltschritts SS_a und dem zweiten Ausführen des gleichen Schaltschritts besteht eine kausale Abhängigkeit. Diese verkürzte Ausdrucksweise bleibt inhaltlich korrekt, sofern vor dem Hintergrund der jeweils zugrundeliegenden Schaltakte $ss_{r1.a.f1}$ und $ss_{r2.a.f2}$ zwischen erster bzw. zweiter Schaltschrittausführung differenziert wird. Daher ist es zulässig, fortan kausale Folgebeziehungen in schaltschritt- anstatt schaltaktbezogener Weise zu behandeln. Hierdurch wird eine erhebliche Vereinfachung der Diktion erzielt.
Als weiterreichende Diktionsvereinfachung wird zugelassen, nur noch von der kausalen Abhängigkeit oder Unabhängigkeit der jeweils betroffenen Schaltschritte zu sprechen. Dann wird davon abgesehen, daß sich die kausalen Abhängigkeitsverhältnis strenggenommen immer auf die Ausführungen von Schaltschritten (in Schaltakten) erstrecken. Diese Verkürzung der Ausdrucksweise ist aber nur so lange zulässig, wie nicht zwischen unterschiedlichen Ausführungen des gleichen Schaltschritts differenziert werden muß. Ein Beispiel für die letztgenannte Ausnahme wurde im voranstehenden Abschnitt erläutert.

77) Dadurch wird berücksichtigt, daß das kausale Abhängigkeitsverhältnis zweier Schaltschritte davon abhängen kann, welcher Ausschnitt aus dem Erreichbarkeitsgraphen eines Netzes gerade betrachtet wird. Denn es ist durchaus möglich, daß z.B. zwei Schaltschritte unter einer Netzmarkierung kausal unabhängig sind, während sie unter einer anderen Netzmarkierung im konfliktionären Sinne kausal voneinander abhängen. Dieser Fall tritt ein, wenn einerseits unter der ersten Markierung die Stellen des Netzes ausreichend viele Marken enthalten, um beide Schaltschritte ausführen zu können. Andererseits müssen die Marken unter der zweiten Markierung so knapp sein, daß sich zwar jeder Schaltschritt allein ausführen läßt, jedoch nicht das Paar beider Schaltschritte.

78) Strenggenommen handelt es sich um die Ausführungen der - nicht notwendig verschiedenen - Schaltschritte SS_1 und SS_2 in zwei Schaltakten $ss_{r1.1.f1}$ bzw. $ss_{r2.2.f2}$.

79) Es liegt dann eine unmittelbare kausale Folgebeziehung zwischen den beiden Schaltschritten vor. Es wurde bereits oben dargelegt, daß es sich um eine schwache kausale Folgebeziehung handelt. Deswegen ist das Ausführen des ersten Schaltschritts SS_1 keineswegs hinreichend für das Ausführen des zweiten Schaltschritts SS_2. Folglich kann der erste Schaltschritt ausgeführt werden, ohne daß jemals der zweite Schaltschritt ausgeführt wird. Dieser Effekt tritt einerseits immer dann ein, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind. Erstens muß unter der Markierung, die nach dem Ausführen des ersten Schaltschritts SS_1 vorliegt, neben dem hier betrachteten zweiten Schaltschritt SS_2 mindestens ein weiterer Schaltschritt aktiviert sein. Zweitens muß einer dieser anderen aktivierten Schaltschritte tatsächlich ausgeführt werden. Dann wird der zweite Schaltschritt SS_2 nicht - zumindest nicht unmittelbar - nach der Ausführung des ersten Schaltschritts SS_1 ausgeführt. Andererseits stellt sich der gleiche Effekt ein, wenn grundsätzlich darauf verzichtet wird, den aktivierten Schaltschritt SS_2 auszuführen. Dies ist wegen der Permissivität der Schaltregel von Netzen immer möglich. Dann ist es unerheblich, ob neben dem zweiten Schaltschritt unter derselben Markierung noch weitere Schaltschritte aktiviert sind. In beiden vorgenannten Fällen wird deutlich, daß die unmittelbare kausale Folgebeziehung zwischen zwei Schaltschrittausführungen nicht bedeutet, die Ausführung des ersten Schaltschritts verursache bereits die Ausführung des zweiten Schaltschritts. Statt dessen ermöglicht die erste nur die zweite Schaltschrittausführung. Vgl. zu dieser Charakteristik von schwachen kausalen Folgebeziehungen die Erläuterungen zu kausalen Ereignisabhängigkeiten.
Darüber hinaus erweist sich die erste Schaltschrittausführung noch nicht einmal als eine kausale Notwendigkeit für die zweite Schaltschrittausführung. Denn die Netzmarkierung, unter welcher der zweite Schaltschritt SS_2 aktiviert ist, kann durch mehrere verschiedene, unmittelbar vorangehende Schaltschritte hervorgebracht werden. Wenn dies der Fall ist, stehen die Ausführungen der unmittelbar vorangehenden Schaltschritte zueinander in Konflikt. Die Gesamtheit dieser Schaltschritte bildet dann eine mehrelementige Konfliktmenge. Es steht nur noch fest, daß es für die Ausführung des zweiten Schaltschritts SS_2 kausal notwendig ist, irgendeinen Schaltschritt aus der Konfliktmenge unmittelbar zuvor auszuführen. Um welchen Schaltschritt es sich dabei handelt, bleibt jedoch unbestimmt. Daher kann für keinen einzelnen, wohlbestimmten Schaltschritt aus der mehrelementigen Konfliktmenge behauptet werden, er sei für das Ausführen des Schaltschritts SS_2 kausal notwendig. Eine solche kausale Notwendigkeit liegt für einen einzelnen Schaltschritt nur dann vor, wenn die vorgenannte "Konfliktmenge" zum Sonderfall einer einelementigen Menge degeneriert. Nur dann besteht die kausale Notwendigkeit, daß der eine mengenzugehörige Schaltschritt SS_1 ausgeführt werden muß, um den zweiten Schaltschritt SS_2 ausführen zu können. Vgl. dazu die Anmerkung, in der unterschiedliche kausale Abhängigkeitsbeziehungen zwischen Ereignissen thematisiert wurden.

80) Es wird dann von einer mittelbaren kausalen Folgebeziehung zwischen den beiden Schaltschritten gesprochen. Ihre Mittelbarkeit besitzt zwei Aspekte. Erstens geht die Ausführung des Schaltschritts SS_1 der Ausführung des Schaltschritts SS_2 nicht unmittelbar voran. Dies ist aufgrund der o.a. Definition trivial. Zweitens ist das Ausführen des ersten Schaltschritts SS_1 noch nicht einmal kausal notwendig für das Ausführen des zweiten Schaltschritts SS_2. Diesbezüglich gilt die analoge Argumentation wie zur fehlenden Notwendigkeit einer unmittelbaren kausalen Folgebeziehung zwischen zwei Schaltschritten; vgl. dazu die voranstehende Anmerkung.

81) Die kausale Abhängigkeit konfliktionärer Art besitzt immer unmittelbaren Charakter, da sie sich nur für Schaltschritte definieren läßt, die unter derselben Markierung aktiviert sind. Daher wird auf den präzisierenden Zusatz "unmittelbar" verzichtet.

82) Zwei Schaltschritte, die unter derselben Markierung aktiviert sind, können in der oben festgelegten Weise nur dann konfliktionär voneinander abhängen, wenn sie gemeinsam um mindestens eine knappe Ressource konkurrieren. Dabei kann es sich sowohl um Marken handeln, die beim Ausführen der Schaltschritte abgezogen werden müssen, als auch um freie Markenkapazitäten, die bei Schaltschrittausführungen zum Ablegen von Marken benötigt werden. Vgl. dazu die Erörterung von Ressourcen im Petrinetz-Konzept. Aufgrund ihrer Ressourcenkonkurrenz liegt zwischen zwei Schaltschritten, die auf konfliktionäre Art voneinander abhängen, stets eine kausale Ressourcenbeziehung vor.

83) Die kausal-sequentielle Abhängigkeit zweier Schaltschritte konstituiert eine vertikale Interdependenz, die zwischen jeder Transition aus dem einen und jeder Transition aus dem jeweils anderen Schaltschritt besteht. Andere vertikale Interdependenzen, als sie auf diese sequentielle Weise zwischen Transitionen begründet werden, lassen sich in Netzen und deren Erreichbarkeitsgraphen nicht ausdrücken. Die kausal-konfliktionäre Abhängigkeit zweier Schaltschritte bedeutet eine horizontale Interdependenz, die zwischen jeder Transition aus dem einen und jeder Transition aus dem jeweils anderen Schaltschritt existiert. Später wird noch eine weitere Möglichkeit aufgezeigt, horizontale Abhängigkeiten zwischen Transitionen auszudrücken. Sie greift auf die Formulierung von Integritätsbedingungen mit der Hilfe von netztheoretischen Fakten zurück. Andere horizontale Interdependenzen, als sie auf diese konfliktionäre bzw. integritätsbezogene Weise zwischen Transitionen begründet werden, können durch Netze und ihre Erreichbarkeitsgraphen nicht dargestellt werden. Alle vertikalen oder horizontalen Abhängigkeiten zwischen Transitionen werden daher auf sequentielle, konfliktionäre oder integritätsbezogene Weise als - im weitesten Sinne - kausale Abhängigkeit der transitionsumgreifenden Schaltschritte dargestellt. Umgekehrt bedeutet die kausale Unabhängigkeit zweier Schaltschritte, daß jede Transition aus dem einen Schaltschritt von keiner Transition aus dem jeweils anderen Schaltschritt horizontal oder vertikal abhängt.

84) Er wird fortan der Einfachheit halber nur noch als Erreichbarkeitsgraph ohne das präzisierende Attribut "restlich" angesprochen.

85) Die Umkehrung gilt jedoch nicht. Denn die immer zulässige Unterlassungsalternative, überhaupt keinen Schaltschritt auszuführen, stellt selbst keinen Schaltschritt dar. Allerdings besteht folgende Äquivalenz zwischen jedem lokalen Spielraum für die Lösung eines Koordinierungsproblems und seiner Abbildung durch einen Markierungsknoten im Erreichbarkeitsgraphen: Eine Entscheidungsalternative ist in einem lokalen Spielraum genau dann zulässig, wenn ihr entweder im Markierungsknoten des Erreichbarkeitsgraphen ein dort aktivierter Schaltschritt entspricht oder wenn es sich um die Unterlassungsalternative handelt. Falls in einem Markierungsknoten überhaupt kein Schaltschritt aktiviert ist, stellt die Unterlassungsalternative die einzige dort zulässige lokale Entscheidungsalternative dar.

86) Solche Markierungen werden als lebendige Markierungen bezeichnet. Markierungen heißen dagegen Deadlockmarkierungen, falls unter ihnen überhaupt kein Schaltschritt - also auch überhaupt keine einzelne Transition - aktiviert ist. Lebendige Markierungen und Deadlockmarkierungen werden später ausführlicher erläutert und formal präzisiert.

87) Dabei gilt es zwei Aspekte zu beachten. Erstens erstreckt sich die Vereinbarung der Unterlassungsalternative ausschließlich auf lebendige Netzmarkierungen. Für Deadlockmarkierungen, unter denen überhaupt kein Schaltschritt aktiviert ist, ist die Unterlassungsalternative dagegen nicht definiert. Zweitens muß unter einer lebendigen Netzmarkierung die Entscheidung zugunsten der Unterlassungsalternative keineswegs bedeuten, daß das modellierte Produktionssystem vollkommenen erstarrt. Vielmehr kann der Zustand des Produktionssystems immer noch durch Ereignisse verändert werden, die im Produktionssystem autonom eintreten. Da diese Ereignisse durch keine Koordinierungsentscheidungen veranlaßt werden, entspricht ihnen im Erreichbarkeitsgraphen keine von den zuvor thematisierten Schaltkanten, die darauf eingeschränkt wurden, ausschließlich Entscheidungsalternativen zu repräsentieren.

88) Die Umkehrung gilt jedoch nicht. Denn in einem Netzmodell können durchaus Schaltprozesse zulässig sein, die keine zulässigen Lösungen des jeweils abgebildeten Koordinierungsproblems darstellen. Dies wird später durch das Konzept finaler Schaltprozesse präzisiert werden, die jeweils die Erfüllung vorgegebener Sachziele sicherstellen.

89) Strenggenommen ist hiermit die reduzierte Prozeßmenge $PROM_+$ gemeint.

90) Es wurde schon darauf hingewiesen, daß dem Schalten von Transitionen ein weit aufgefaßter Begriff kausaler Abhängigkeit zugrundeliegt. Er umfaßt nicht nur die kausalgesetzliche Determiniertheit der Schaltakte im engeren Sinne, sondern auch deren dispositive Bestimmtheit sowie deren Beeinflussung durch Integritätsbedingungen.

91) Wiederum gilt nicht die Umkehrung. Denn zwei Ereignisse können auch dann horizontal voneinander abhängen, obwohl sie nicht durch konfliktionäre aktivierte Transitionen repräsentiert werden. Dieser Fall kann durch Integritätsbedingungen hervorgerufen werden. Sie sind in der Lage, das gemeinsame Schalten zweier ereignisrepräsentierender Transitionen, die unter derselben Markierung konfliktfrei aktiviert sind, dennoch dadurch zu verhindern, daß die daraus resultierende Folgemarkierung als unzulässige Netzmarkierung ausgeschlossen wird. Es trifft aber eine entsprechend erweiterte Formulierung als Äquivalenzbeziehung zu: Zwei Ereignisse verhalten sich genau dann horizontal interdependent, wenn sie durch Transitionen repräsentiert werden, die unter derselben Netzmarkierung aktiviert sind, deren gemeinsames Schalten in einem Schaltschritt aber entweder infolge konfliktionärer Aktivierung oder aber aufgrund einer Integritätsbedingung verboten ist.

92) Dagegen besteht zwischen zwei Ereignissen keine vertikale Interdependenz, wenn für das betrachtete Netz kein Schaltprozeß zulässig ist, in dem die beiden ereignisrepräsentierenden Transitionen - direkt oder indirekt - aufeinander folgen.

93) Die Fixierung auf ausschließlich einelementige oder maximale Schaltschritte verletzt daher das Gebot, für Koordinierungsentscheidungen möglichst große Anpassungsspielräume aufzuzeigen.

94) Falls die Unterlassungsalternative gewählt wird, geschieht die Auswahl von überhaupt keinem Schaltschritt.

95) Da in dieser Arbeit Lösungskonzepte nicht im Vordergrund des Interesses stehen, wird diesem Aspekt weniger Aufmerksamkeit zuteil als der Identifikation möglichst umfassender Schaltspielräume. Dennoch tritt er einmal besonders in Erscheinung. Es handelt sich um die Konstruktion und Auswertung vom Optimierungsnetzen, die an späterer Stelle erfolgt. Dort wird ein allgemeines Konzept zur Ermittlung optimaler Schaltprozesse in Netzmodellen vorgestellt. Dabei werden optimale Lösungen durch das Schalten von "Auswahl-Transitionen" synthetisiert. Jeder Schaltschritt, der solche Auswahl-Transitionen umfaßt, erfüllt das Postulat wirkungsminimaler Spielraumschließung. Denn unter der jeweils aktuellen Markierung des Optimierungsnetzes wird ausschließlich das Schalten jener Auswahl-Transitionen festgelegt, die unter dieser Markierung auch aktiviert sind. Alle Entscheidungsbindungen, die sich auf Schaltakte von erst später aktivierten Transitionen beziehen würden, unterbleiben dagegen. Daher erfolgt eine rein lokale Spielraumschließung, die das Verbot aller Entscheidungsbindungen streng beachtet.

96) Bei der Schaltschrittauswahl in einem Knoten des Erreichbarkeitsgraphen dürfen daher die potentiellen Auswirkungen von Schaltschritten, die in nachgelagerten Markierungsknoten aktiviert sein können, zwar berücksichtigt werden. Ob diese aktivierten Schaltschritte in jenen nachgelagerten Markierungsknoten tatsächlich ausgewählt werden, darf jedoch im jeweils betrachteten Knoten noch nicht fixiert werden.

97) Vgl. RAZOUK (1985c), S. 20 (Decision Graph).

98) Schaltschritt-Sequenzen spielen vor allem dann eine Rolle, wenn Netzmodelle als Zeitnetze ausgestaltet werden, in denen ein Netzmodul für eine zentrale Systemuhr das "Verfließen von Zeit" anzeigt. Dies wird später ausführlich beschrieben. Dann kann des öfteren der Fall eintreten, daß in einem Netzmodell innerhalb eines endlichen Zeitintervalls ausschließlich die Zeitinkremente der zentralen Systemuhr geschehen können. In diesem Fall sind nur die Sequenzen derjenigen Schaltschritte zulässig, in im Netzmodul der zentralen Systemuhr das Voranschreiten der Systemzeit bewirken. Solche Schaltschritt-Sequenzen repräsentieren nur den Zeitfluß, jedoch keine koordinierungsrelevanten Entscheidungen. Sie lassen sich mit der Hilfe von Entscheidungsgraphen ausblenden. Dieses Abstrahieren von zeitablaufbedingten Schaltschritt-Sequenzen klingt auch bei RAZOUK (1985c), S. 20, an.

99) Per constructionem werden im Entscheidungsgraphen alle degenerierten Entscheidungsspielräume ausgeblendet, in denen jeweils nur genau eine Entscheidungsalternative offensteht. Dies gilt jedoch strenggenommen nur für den Regelfall, daß die dynamische Struktur des zugrundeliegenden Netzes mindestens einen nicht-degenerierten Entscheidungsspielraum umfaßt. Andernfalls führt die oben skizzierte Eliminierungsprozedur zu Entscheidungsgraphen, die in drei Varianten auftreten können.
Erstens ist es möglich, daß der Entscheidungsgraph zu einem isolierten Markierungsknoten entartet ist. Dieser Extremfall trifft jedoch nur auf ein totes Netz zu. Außerdem wird dieser Fall durch Knoten für Deadlockmarkierungen abgedeckt, die als Bestandteile von Entscheidungsgraphen generell zugelassen sind. darauf wird oben in Kürze zurückgekommen.
Zweitens kann der Entscheidungsgraph aus genau einem Markierungsknoten bestehen, der über genau eine Schaltkante mit sich selbst verknüpft ist. Diese eine Schaltkante bildet zusammen mit dem Markierungsknoten eine "0-Schleife". Die Schaltkante ist dann zugleich die eine Ein- und die eine Ausgangskante des einen Markierungsknotens. Der Markierungsknoten stellt notwendig die Ausgangsmarkierung des zugrundeliegenden Netzes dar. Die dynamische Netzstruktur ist nun so beschaffen, daß von der Ausgangsmarkierung aus nur ein linearer Schaltprozeß ausgeführt werden kann, der entweder abgebrochen wird (Unterlassungsalternative) oder aber zur Ausgangsmarkierung zurückführt. Der Entscheidungsspielraum ist daher unter jeder erreichbaren Markierung dazu degeneriert, lediglich zwischen der Ausführung und dem Unterlassen von genau einem dort aktivierten Schaltschritt wählen zu können.

Drittens läßt sich vorstellen, daß der Entscheidungsgraph zwei Markierungsknoten umfaßt. Der eine Knoten repräsentiert die Ausgangsmarkierung des zugrundeliegenden Netzes. Der andere Knoten gibt eine Markierung wieder, die ausschließlich über einen linearen Schaltprozeß von der Ausgangsmarkierung aus erreicht werden kann. Daher führt im Entscheidungsgraphen genau eine Ausgangskante vom Knoten der Ausgangsmarkierung zum anderen erreichbaren Markierungsknoten. Es weist jedoch keine Ausgangskante vom zweiten Markierungsknoten zum Knoten der Ausgangsmarkierung zurück. Denn dann könnte die Eliminierungsprozedur ein letztes Mal auf die Ausgangskante des Knotens für die Ausgangsmarkierung angewendet werden. Dies würde den zweiten Fall eines Entscheidungsgraphen hervorbringen, der in der Gestalt einer "0-Schleife" vorliegt. Daher besitzt im hier interessierenden dritten Fall der Entscheidungsgraph nur genau eine Schaltkante, die vom Knoten der Ausgangsmarkierung zum anderen Markierungsknoten gerichtet ist. Der letztgenannte Knoten stellt notwendig eine Deadlockmarkierung dar. Da der Knoten der Ausgangsmarkierung qua Voraussetzung keine Eingangskante aufweist, kann auf seine genau eine Ausgangskante die oben skizzierte Eliminierungsprozedur nicht mehr angewendet werden. Diese Ausgangskante ist entweder mit einem einzigen Schaltschritt oder aber mit einer beliebig langen Schaltschritt-Sequenz beschriftet. Daher repräsentiert der Entscheidungsgraph eine dynamische Netzstruktur, für die gilt: Unter jeder erreichbaren Netzmarkierung ist der Entscheidungsspielraum dazu degeneriert, entweder den dort aktivierten einen Schaltschritt auszuführen oder aber überhaupt keinen Schaltschritt auszuführen (Unterlassungsalternative).

100) Andernfalls würde es sich bei den betroffenen Schaltkanten um keine Repräsentationen von Entscheidungsalternativen handeln; vgl. dazu die voranstehende Erläuterung.

101) Wegen des Fehlens einer Eingangskante kann die o.a. Eliminierungsprozedur nicht angewendet werden, obwohl der Knoten nur genau eine Ausgangskante besitzt.

102) Allerdings braucht der Knoten der Ausgangsmarkierung nicht zur oben betrachteten Knotenart zu gehören. Denn es ist möglich, daß die Ausgangsmarkierung von irgendeiner erreichbaren Markierung aus selbst wieder erreicht werden kann. In diesem Fall besitzt der Knoten der Ausgangsmarkierung mindestens eine Eingangskante. Dann läßt sich die Eliminierungsprozedur anwenden. Es resultiert ein Entscheidungsgraph, der keinen Knoten für die Ausgangsmarkierung mehr enthält.
Alle anderen Knoten eines Erreichbarkeitsgraphen scheiden für die hier betrachtete Knotenart aus. Denn es handelt sich um Knoten für erreichbare Markierungen. Aufgrund ihrer Erreichbarkeit müssen die Knoten im Erreichbarkeitsgraphen mindestens eine Eingangskante besitzen, da sie qua Voraussetzung von der Ausgangsmarkierung verschieden sind. Diese mindestens eine Eingangskante widerspricht aber der Definition der hier interessierenden Knotenart.

103) Der Entscheidungsgraph für ein deadlockfreies Netz enthält per constructionem nur die erste Knotenart. Dies gilt wiederum nur für den Regelfall dynamischer Netzstrukturen mit nicht-degenerierten Entscheidungsspielräumen. Andernfalls nimmt der Entscheidungsgraph die Gestalt einer "0-Schleife" an.

104) Diese Frage wird mitunter kontrovers diskutiert. Insbesondere die Anhänger der Petrinetz-Theorie vertreten des öfteren die Ansicht, daß zwischen Netzen und Graphen ein fundamentaler Unterschied bestehe; vgl. z.B. HOLT,A. (1985d).
Allerdings bleibt dabei zumeist im Dunkeln, worin der behauptete Unterschied konkret bestehen soll. Diese Konkretisierungslücke wird nachfolgend geschlossen. Alternative Definitionsversuche, die ohne Bezugnahme auf das Petrinetz-Konzept erfolgen, lassen im allgemeinen ebensowenig einen klaren Unterschied zwischen Netzen und Graphen erkennen. So stellt ROPOHL in seiner allgemeinen Netzdefinition, die bereits in einer früheren Anmerkung angesprochen wurde, fest: "Das Netz selbst besteht aus den sogenannten Fäden und Knoten." (Das Zitat wurde entnommen aus O.V. (1988i), S. 7.) Die angesprochenen "Knoten" und "Fäden" entsprechen genau den Knoten und Kanten aus der Definition mathematischer Graphen. Der Verf. vermag daher nicht einzusehen, inwiefern solche "Netze" etwas anderes als Graphen darstellen sollen.
Zwar findet sich bei THOME,R. (1990), Abschnitt H 16.4, S. 3f., eine Netzdefinition, die eine echte Spezialisierung der allgemeinen Definition mathematischer Graphen darstellt. Aber dieser Definitionsansatz vermag aus mehreren Gründen nicht zufriedenzustellen. Erstens läßt THOME vollkommen offen, ob er Netze tatsächlich als eine Spezialisierung von Graphen auffassen möchte. Denn er verwendet auf derselben Seite (S. 3) die Begriffe der "Graphentheorie", der "Netz-Graphen" und der "Netze" ohne eine präzisierende Abgrenzung. Zweitens veranlassen die speziellen Festlegungen auf S. 4 zu der Vermutung, daß THOME auf die Definition von Netzplänen abzielt. Zwar schließt er unmittelbar mit der Definition einer einfachen Klasse von Petrinetzen an. Aber seine vorangehenden Festlegungen für "Netze" werden noch nicht einmal von dieser einfachen Netzklasse erfüllt. Denn diese Netzklasse kann die ersten beiden Festlegungen von S. 4 - die Zyklenfreiheit sowie die Existenz von jeweils genau einem Start- und Zielknoten - durchaus verletzen. Drittens enthält THOME's Netzdefinition einen formalen Fehler bei der Definition der Gerichtetheit (S. 3). Denn die Gerichtetheit eines Netzes (oder Graphen) schließt keineswegs aus, daß zwischen zwei Knoten entgegengesetzt gerichtete Kanten eine 1-Schleife bilden. Aufgrund der vorgenannten Mängel wird auf die Netzdefinition THOME's fortan nicht weiter berücksichtigt. Allerdings wird auf den bereits angesprochenen Aspekt, Netze aus der Perspektive der Netzplantechnik zu betrachten, später zurückgekommen. Vgl. dazu

die Ausführungen, die sich mit dem Verhältnis zwischen Netzplänen und Petrinetzen auseinandersetzen, insbesondere die Erläuterungen zu formalen Netzdefinitionen.
Zu den seltenen Ausnahmen, die eine klare Unterscheidung zwischen Graphen und Netzen vornehmen, zählt dagegen HAGERUP (1990), S. 507f. Er definiert Netze als gerichtete Graphen, die sich durch zwei Besonderheiten auszeichnen: Erstens sind die Kanten mit reell- oder ganzzahligen Kantengewichten bewertet. Zweitens besitzen die Graphen jeweils genau einen Knoten ohne Vorgänger (Quelle) und genau einen Knoten ohne Nachfolger (Senke). Allerdings erfordert auch diese präzise Abgrenzung zwei erläuternde Anmerkungen. Erstens spricht HAGERUP nicht von Netzen, sondern von Netzwerken. Diese Ausdrucksvariation wird hier aber als unbeachtlich eingestuft. Dafür spricht auch, daß DOMSCHKE (1991), S. 508, selbst "Verkehrsnetze" als typisches Beispiel für "Netzwerke" anführt. Zweitens bedeutet HAGERUP's Unterscheidung keineswegs, daß Netze etwas grundsätzlich anderes als Graphen sind. Vielmehr handelt es sich bei Netzen lediglich um eine besondere Klasse von Graphen. Sie stellen gerichtete bewertete Graphen mit ausgezeichneten Quell- und Senkenknoten dar. Dies widerspricht eklatant der eingangs referierten Ansicht, zwischen Netzen und Graphen bestehe ein fundamentaler Unterschied.

105) In Betracht kommt jede wohldefinierte Schaltregel für Petrinetze. Einen Ausschnitt aus dieser Regelmenge hat der Verf. voranstehend durch unterschiedliche Schaltregel-Funktionen konkretisiert. Andere Schaltregeln lassen sich durchaus vorstellen, wie z.B. die Schaltregel für Synthetische Netze. Daher erstreckt sich die Erörterung des Verhältnisses zwischen Netzen und Graphen hier nicht auf eine bestimmte Schaltregel, sondern auf eine beliebige Schaltregel SR.

106) Wenn die erste Prämisse verletzt wird, liegt ein unmarkiertes Netz vor. Unmarkierte Netze wurden als Allgemeine Netze bzw. als Petrinetze i.e.S. eingeführt. Solche Netze sind zu gerichteten bipartiten Graphen isomorph.
Falls die erste Prämisse erfüllt, aber die zweite verletzt ist, liegt ein statisches Netz vor. Denn ohne Schaltregel sind weder Schaltakte von Transitionen noch Markierungsveränderungen definiert. Solche Netze sind gerichteten bipartiten Graphen isomorph, die mit Marken beschriftet sind.
In beiden vorgenannten Fällen besteht kein prinzipieller Unterschied zwischen Netzen und mathematischen Graphen. Die Abweichungen erstrecken sich lediglich auf verschiedene formale Notationen und differierende umgangssprachliche Benennungen. Daher sieht der Verf. die Allgemeinen Netze, die Petrinetze i.e.S. und alle weiteren Netze, die keine wohldefinierte Schaltregel besitzen, nur als unvollkommene Grenzfälle des Netzbegriffs oder "unechte" Netze an. Von "echten" Netzen spricht er erst dann, wenn sie eine Ausgangsmarkierung und eine Schaltregel aufweisen.

107) Zwar läßt sich jeder Markierungsknoten aus der Erreichbarkeitsmenge eines Netzes noch durch einen Graph repräsentieren. Auch die Gesamtheit aller Markierungsknoten kann noch als eine Menge von Graphen interpretiert werden. Aber die Strukturierung dieser Graphenmenge durch die Schaltregel des zugrundeliegenden Netzes entzieht sich einer graphentheoretischen Ausdeutung. Daher liegt in der Schaltregel das herausragende Novum des Petrinetz-Konzepts gegenüber konventionellen graphentheoretischen Konzepten. Gleiches gilt für die Netzdynamik, die im wesentlichen durch die Schaltregel konstituiert wird. Diese Besonderheit von Schaltregel und Netzdynamik wird anschließend durch die "Generator"-Qualität von Netzen unterstrichen.

108) In dieser Generatoreigenschaft werden die Ausgangsmarkierung M_0 und die Schaltregel SR eines Netzes eng miteinander verknüpft. Dies rechtfertigt nachträglich die frühere Festlegung, die dynamische Struktur eines Netzes durch das Paar (M_0,SR) implizit zu repräsentieren und somit die Ausgangsmarkierung nicht der statischen Netzstruktur zuzurechnen.

109) Diese Auffassung vertritt z.B. ABEL,D. (1990), S. 5.

110) Auf die enge Beziehung zwischen Petrinetz-Konzept und naturwissenschaftlichen Realitätskonzeptualisierungen wird nochmals unter dem Aspekt des kausalen Netzcharakters zurückgekommen. Darüber hinaus entspricht das Petrinetz-Konzept durch seine strenge Ausrichtung an kausalen und zugleich atemporalen Wirkungsmechanismen dem Verständnis der physikalischen Wirklichkeit, wie es von der Speziellen Relativitätstheorie vermittelt wird. Aus dieser Perspektive erscheinen Petrinetze als homomorphe Repräsentationen einer physikalischen Wirklichkeit, die vom Weltbild der Speziellen Relativitätstheorie geprägt ist. Der Ansatz, Petrinetze als relativistische Modelle von Realitätsausschnitten zu behandeln, wurde schon zu Beginn dieser Arbeit mit entsprechenden Quellenangaben belegt.

111) Vgl. zu der nachfolgend skizzierten Konzeptualisierung "der" Realität aus naturwissenschaftlicher Perspektive z.B. VON WEIZSÄCKER (1985), S. 228f. u. 242f.

112) Vgl. dazu die Einschränkungen des Wirklichkeitsverständnisses eines aufgeklärten Realismus.

113) Die Ausprägungskombinationen werden hier als mögliche (Objekt-)Konfigurationen bezeichnet.

114) Falls mehrere Gesetze vorliegen, kann immer deren Konjugat als "das" allgemeine Gesetz formuliert werden.

115) Die kontingenten Ausgangsbedingungen werden des öfteren auch als Anfangs- oder Randbedingungen der allgemeinen Gesetze thematisiert.

116) Vgl. STARKE (1988a), S. 221.

117) Die Transitionsanschriften werden hier weder formal definiert noch obligatorisch vorgeschrieben, weil sie strenggenommen nicht zur Definition des Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} gehören. Da sie aber zur Übersichtlichkeit der graphischen Repräsentation des Erreichbarkeitsnetzes beitragen können, werden sie als informale Graphenanschriften zugelassen. Würden statt dessen die später eingeführten Synthetischen Netze zugrundegelegt, so könnten auch die Transitionsbeschriftungen durch Schaltschritte SS_a formal definiert werden: Es handelte sich dann um die Namen $tr_v = SS_a$ derjenigen Transaktionen, die den Transitionen t_n von Synthetischen Netzen durch formal erklärte Beschriftungsfunktionen btt mit $btt(t_n) = tr_v$ zugeordnet werden.

118) Die Erläuterungen aus der voranstehenden Anmerkung hinsichtlich der Transitionenanschriften gelten hier für die Stellenanschriften analog. In Synthetischen Netzen würden sie Markierungen M_r formal durch die Beschriftungsfunktion $bsp(s_r) = M_r$ zugeordnet. Dabei würden die Markierungen M_r als Namen von zustandsdefinierenden Prädikatssymbolen aufgefaßt.

119) Diese Selbstbezüglichkeit ist nicht auf die hier behandelten Stelle/Transition-Netze beschränkt. Vielmehr ist die Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen so universell angelegt, daß sie auf alle Netze zutrifft, die eine wohldefinierte Ausgangsmarkierung und eine wohldefinierte Schaltregel besitzen. Daher gilt allgemein: Die dynamische Struktur jedes Netzes, das die voranstehende Voraussetzung erfüllt, kann als ein Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} vom Typ der Stelle/Transition-Netze repräsentiert werden. Dies unterstreicht die zentrale Rolle, die eingangs für die Klasse der Stelle/Transition-Netze im Rahmen des Petrinetz-Konzepts in Anspruch genommen wurde.

120) Vgl. zum Konzept der Zustandsautomatennetze, die auch häufig als Zustandsmaschinen thematisiert werden, und ihren charakteristischen Eigenschaften ABEL,D. (1990), S. 29f.

121) Aus der Automatenperspektive bedeutet dies: Die aktuelle Befindlichkeit der Marke im Zustandsautomatennetz (Erreichbarkeitsnetz STN_{RG}) gibt Auskunft darüber, welchen Zustand (welche Markierung M_r) der Automat (das Netz STN) zur Zeit einnimmt.

122) Die Transparenz der Repräsentation durch ein Erreichbarkeitsnetz STN_{RG} liegt vor allem darin begründet, daß sich jeder Schaltprozeß des zugrundeliegenden Netzes STN in der graphischen Repräsentation seines Erreichbarkeitsnetzes STN_{RG} als Fluß der genau einen Marke des Erreichbarkeitsnetzes anschaulich verfolgen läßt. Darüber hinaus werden Erreichbarkeitsgraphen, die Multigraphen darstellen können in der graphischen Repräsentation eines Erreichbarkeitsnetzes immer auf Monographen reduziert. Denn die Erreichbarkeitsnetze gehören zur Klasse der Stelle/Transition-Netze, deren repräsentierenden Graphen immer Monographen sind. Dies kann auch aus dem nachfolgenden Beispiel abgelesen werden: Beim Erreichbarkeitsgraphen aus Abb. 19 handelte es sich um einen Multigraphen, weil er zwischen den Markierungsknoten M_1 und M_4 ein Bündel aus *zwei* gleichgerichteten Kanten (M_1,M_4) besaß. In der graphischen Repräsentation des Erreichbarkeitsnetzes aus Abb. 21, das die dynamische Struktur desselben Netzes STN wie der vorgenannte Erreichbarkeitsgraph ausdrückt, fehlt dagegen per constructionem diese Multikante.

123) Vgl. dazu die Anmerkungen zur kognitiv orientierten Beschriftung von graphischen Netzrepräsentationen.

124) Formale Netzsemantiken können auch auf andere Weise definiert werden. Vgl. zu solchen alternativen Semantikkonzepten für Petrinetze GENRICH (1988b), S. 247 i.V.m. S. 237f. (Definition 3.9) u. S. 242, sowie S. 248.

125) Die Isomorphie von Erreichbarkeitsgraphen kann auf das allgemeine Konzept isomorpher Abbildungen von formalen Systemen zurückgeführt werden. In einer groben Annäherung läßt sich die Isomorphie zweier Erreichbarkeitsgraphen dadurch charakterisieren, daß sich die beiden Graphen allenfalls durch die Namen der Stellen und Transitionen (sowie Marken) aus den zugrundeliegenden Netzen unterscheiden. Ansonsten besitzen die isomorphen Erreichbarkeitsgraphen aber die gleichen Knoten und Kanten.

126) Vgl. GENRICH (1988b), S. 248 (dort auf die eng verwandten Fallgraphen bezogen).

127) Dies verdeutlicht die Charakteristik formaler Semantiken, die "Bedeutung" von Konstrukten in rein formaler Weise zu definieren. Vgl. dazu die knappe Erläuterung formaler Semantiken.

128) In vereinfachender Weise läßt sich auch von einer Netzsemantik sprechen, die auf dem Konzept der Verhaltensäquivalenz gründet. Die Diktionsvereinfachung liegt darin, daß nicht explizit auf das Potential aller zulässigen Netzverhaltensweisen Bezug genommen wird.

3.3.2.3 Unterbestimmtheit und Schaltstrategien

Die dynamische Struktur von Stelle/Transition-Netzen zeichnet sich dadurch aus, daß das zukünftige Netzverhalten[1] bei gegebener Ausgangs- oder Referenzmarkierung im allgemeinen nicht eindeutig bestimmt ist. Diese Unterbestimmtheit[2] des Netzverhaltens ist auch für alle Netzklassen charakteristisch, die sich aus Stelle/Transition-Netzen ableiten lassen. Die Unterbestimmtheit läßt sich aus verschiedenen Richtungen beleuchten:

- Ursache der Unterbestimmtheit ist die Existenz von Konflikten zwischen alternativen Handlungsweisen[3] beim Schalten von Transitionen. Es wird daher auch grundsätzlich von *Schaltkonflikten* gesprochen.
- Folge der Unterbestimmtheit ist, daß sich Netze *indeterministisch* verhalten[4], sobald sie mindestens einen Schaltkonflikt enthalten. Die Existenz zahlreicher Schaltkonflikte ist aber der Regelfall. Netze erweisen sich daher im allgemeinen als hochgradig indeterministisch.
- Die Auflösung von Schaltkonflikten wird durch die unterschiedlichen Schaltregel-Varianten, die in den voranstehenden Kapiteln entfaltet wurden, grundsätzlich nicht geleistet[5]. Die Netzdynamik ist daher *offen* gegenüber exogenen, im Netz selbst nicht enthaltenen Informationen hinsichtlich der Konfliktauflösung[6].

Prima facie könnte die Unterbestimmtheit der Netzdynamik als ein Defizit des Petrinetz-Konzepts betrachtet werden. Dies wäre jedoch ein Fehlschluß. Denn erst die Unterbestimmtheit gestattet es, durch die Verhaltensweisen eines Netzes nicht nur Prozesse zu modellieren, sondern auch Entscheidungen über alternative Prozeßfortsetzungen *unmittelbar* zu repräsentieren. Denn jede Entscheidung über eine Prozeßalternative läßt sich im Petrinetz-Konzept dadurch ausdrücken, daß ein Schaltkonflikt aufgelöst wird. Durch jede Konfliktauflösung wird das Netzverhalten in einer bestimmten, jeweils auflösungsspezifischen Weise fortgesetzt.

Schaltkonflikte besitzen also die Qualität von Entscheidungspunkten, in denen jeweils eine Auswahl über die zukünftige Fortsetzung von modellierten Prozessen erfolgen muß. Schaltkonflikte spielen daher eine zentrale Rolle für die Fähigkeit des Petrinetz-Konzepts, Entscheidungen über Prozeßalternativen zu modellieren. Die Prozeßmodellierung allein wird zwar von zahlreichen anderen Modellierungskonzepten ebenso geleistet. Diese prozessuale Modellierungsfähigkeit mit der unmittelbaren Darstellung von Entscheidungen über Prozeßalternativen zu verknüpfen, kommt jedoch nur wenigen Konzepten zu. Dies wird später anhand eines Vergleichs des Petrinetz-Konzepts mit verschiedenen Varianten der Netzplantechnik exemplarisch demonstriert. Dabei wird insbesondere aufgezeigt, daß die Repräsentation von Entscheidungen über alternative Prozeßfortsetzungen zwar des öfteren behauptet, aber tatsächlich nicht eingelöst wird. Folglich stellt die "Konfliktfähigkeit"[7] eine zweite herausragende Qualität des Petrinetz-Konzepts dar, die gleichberechtigt neben seine Fähigkeit zur Modellierung nebenläufiger Prozesse tritt[8].

Schaltkonflikte können die Unterbestimmtheit der Fortsetzung eines Netzverhaltens auf zwei verschiedenen Betrachtungsebenen verursachen: Sie betreffen entweder einen einzelnen aktivierten Schaltschritt oder aber mehrere aktivierte Schaltschritte, die jeweils unter derselben Netzmarkierung aktiviert sind. Bei der Untersuchung mehrerer aktivierter Schaltschritte lassen sich nochmals zwei unterschiedliche Konfliktursachen differenzieren. Somit liegen insgesamt drei verschiedene Konfliktarten vor.

Konflikte der ersten Art beruhen auf der Besonderheit der Schaltregel von Netzen, daß ein aktivierter Schaltschritt geschaltet werden *kann*, aber keineswegs geschaltet werden muß[9]. Für die Konfliktauflösung besteht also immer die dichotome Auswahlmöglichkeit, einen aktivierten Schaltschritt entweder tatsächlich zu auszuführen[10] oder aber darauf zu verzichten[11]. Dies wird als Permissivität der Schaltregel bezeichnet: Das Ausführen eines aktivierten Schaltschritts wird nur *erlaubt*, aber nicht erzwungen[12]. Entsprechend kann von einem Permissivitätskonflikt gesprochen werden. Falls das Ausführen eines Schaltschritts nur vorübergehend unterbleibt und später nachgeholt wird, erfolgt nur eine endliche Verzögerung der Schaltschrittausführung[13]. Aus dieser Perspektive kann der Permissivitäts- auch als ein Verzögerungskonflikt angesprochen werden[14]. Dies wird später noch eine größere Rolle spielen, wenn die Anschauungsform "Zeit" explizit in die Netzgestaltung einfließt.

Bei der Permissivität der Schaltregel handelt es sich keineswegs um ein kontingentes Kuriosum des Petrinetz-Konzepts, auf das ebenso gut hätte verzichtet werden können. Vielmehr ist die Regelpermissivität notwendig, um überhaupt mit konfliktionär aktivierten Transitionen umgehen zu können[15]. Denn würden zwei konfliktionär aktivierte Transitionen gemeinsam geschaltet, müßte per definitionem eine unzulässige Folgemarkierung resultieren. Nur die Erlaubnis, mindestens eine der beiden Transitionen trotz ihrer Aktivierung nicht zu schalten, sichert die Netzintegrität.

Konflikte der zweiten und dritten Art liegen vor, falls unter derselben Markierung mehrere verschiedene Schaltschritte aktiviert sind. Dann gilt es, zur Konfliktauflösung genau einen aktivierten Schaltschritt auszuwählen[16]. Dies folgt unmittelbar aus der Definition der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion. Denn sie läßt unter allen Markierungen eines Netzes nur das Ausführen von jeweils höchstens einem aktivierten Schaltschritt zu. Der Auswahlkonflikt kann aus zwei verschiedene Ursachen resultieren.

Erstens ist es möglich, daß sich die Schaltschritte gegenseitig ausschließen, weil sie für ihre Ausführung um eine gemeinsam benötigte, aber knappe Ressource konkurrieren. Diese Ressource kann in Netzen sowohl die Gestalt von Marken als auch die von freien Markenkapazität annehmen. Daher lassen sich Konflikte der zweiten Art als Ressourcen- oder Knappheitskonflikte charakterisieren. Die Ressource verhält sich knapp, wenn die Marken bzw. die freien Markenkapazitäten nicht ausreichen, um unter der aktuellen Netzmarkierung alle betrachteten aktivierten Schaltschritte auszuführen. Knappheitskonflikte zwischen aktivierten Schaltschritten äußern sich immer darin, daß die Vereinigungsmenge der Transitionen aus allen involvierten Schaltschritten eine Menge konfliktionär aktivierter Transitionen darstellt[17].

Zweitens kann der Fall eintreten, daß sich die betrachteten Schaltschritte nicht gegenseitig ausschließen. Dann müssen die Ressorcen so reichlich zur Verfügung stehen, daß die Vereinigung der Transitionen aus allen involvierten Schaltschritten einen aktivierten Schaltschritt darstellen würde. Dieser Sachverhalt wird als ein Abundanzkonflikt bezeichnet. Bei Stelle/Transition-Netzen korrespondiert z.B. mit jedem nicht-degenerierten aktivierten Schaltschritt ein Abundanzkonflikt für alle degenerierten Schaltschritte, die jeweils aus einer Transition des aktivierten nicht-degenerierten Schaltschritts bestehen[18]. Denn statt den nicht-degenerierten Schaltschritt zu auszuführen, könnte ebenso jede seiner mindestens zwei Transitionen ausgewählt und für sich allein geschaltet werden.

Entsprechend zu den beiden voranstehend thematisierten Konfliktebenen wird ein konkretes Netzverhalten ermittelt, indem unter jeder zulässigen Netzmarkierung eine zweistufige Konfliktlösung erfolgt. Zunächst werden auf der 1. Stufe *alle* aktivierten Schaltschritte ermittelt. Falls die Menge aller aktivierten Schaltschritte mehrere Elemente umfaßt, können sowohl Knappheits- als auch Abundanzkonflikte vorliegen. Sie werden durch die Auswahl von genau einem aktivierten Schaltschritt uno actu aufgelöst[19]. Denn der ausgewählte Schaltschritt kann als *einzelne* aktivierte Transition oder als Menge von *nebenläufig* aktivierten Transition niemals einen Knappheitskonflikt enthalten. Da jeweils *ein* Schaltschritt ausgewählt wird, kann danach ebenso kein Abundanzkonflikt mehr existieren. Auf der zweiten Stufe braucht dann nur noch der Permissivitätskonflikt aufgelöst zu werden. Dies geschieht dadurch, daß der zuvor ausgewählte Schaltschritt entweder tatsächlich ausgeführt oder auf dessen Ausführen verzichtet wird[20].

Die Existenz von Schaltkonflikten schlägt sich im Erreichbarkeitsgraphen eines Netzes nieder. Jede Verhaltensweise des Netzes stellt einen Weg in seinem Erreichbarkeitsgraphen dar. Jeder Netzzustand, in dem ein Schaltkonflikt bestehen kann, ist eine Markierung, die im Erreichbarkeitsgraphen als Knoten repräsentiert wird. Falls im aktuellen Netzzustand ein Schaltkonflikt tatsächlich vorliegt, dann müssen für das zukünftige Netzverhalten mehrere Optionen bestehen, das bisher realisierte Netzverhalten fortzusetzen. Mit dieser Konfliktsituation korrespondieren im Erreichbarkeitsgraphen ein Knoten für die aktuelle Netzmarkierung sowie die Möglichkeit, für diesen Knoten in unterschiedlicher Weise Ausgangskanten zu konstruieren. Jede dieser Ausgangskanten leitet einen anderen neuen Weg im Erreichbarkeitsgraphen ein, der im aktuellen Markierungsknoten beginnt. Daher entspricht jede Ausgangskante genau einer Fortsetzungsoption für das zukünftige Netzverhalten. Hinzu kommt die Unterlassungsalternative: Falls das Netzverhalten dadurch fortgesetzt werden soll, daß überhaupt keine Transition geschaltet wird, so entspricht dies einer "Nichtkante". Der Schaltkonflikt wird dann derart aufgelöst, daß der Markierungsknoten nicht über eine seiner Ausgangskanten verlassen, sondern beibehalten wird.

Es existiert nur ein Extremfall, in dem für ein Netz unter seiner Referenzmarkierung überhaupt kein Schaltkonflikt vorliegt. Dies ist genau dann der Fall, wenn diese Markierung eine Deadlockmarkierung ist. In diesem Grenzfall ist das Netzverhalten deterministisch[21)]. Alle anderen Netzmarkierungen umfassen zumindest für jede aktivierte Transition den Permissivitätskonflikt, zwischen dem Schalten dieser aktivierten Transition und der Unterlassungsalternative wählen zu müssen. Fortan wird für alle Markierungen, die nicht ausdrücklich als Deadlockmarkierungen angesprochen werden, vorausgesetzt, daß unter ihnen jeweils mindestens eine Transition aktiviert ist. Dann ist das Netzverhalten immer indeterministisch.

Aufgrund der eingangs festgestellten Unterbestimmtheit des Netzverhaltens sind für jeden aktuell existierenden Schaltkonflikt netzexogene Informationen erforderlich, um das Netzverhalten fortsetzen zu können. Einerseits ist es möglich, diese konfliktauflösenden Informationen von einem Netzbenutzer fallweise anzufordern. Andererseits lassen sich aber auch vom Netzgestalter generelle Mechanismen für die Konfliktauflösung ergänzen[22)]. Solche Mechanismen werden als Konfliktstrategien bezeichnet[23)]. Eine Konfliktstrategie erstreckt sich in der Regel nicht auf alle denkmöglichen Schaltkonflikte, sondern nur auf eine strategiespezifische Konfliktklasse. Daher können für dasselbe Netz durchaus mehrere verschiedene Konfliktstrategien spezifiziert werden[24)]. Zu den wichtigsten Konfliktstrategien für Netze gehören:

- das unverzügliche Ausführen eines aktivierten Schaltschritts, falls ein Permissivitätskonflikt besteht;
- das informationsbedingte Ausführen[25)] eines aktivierten Schaltschritts im Falle eines Permissivitätskonflikt ;
- die Auszeichnung von Transitionen mit Prioritäten, um bei Knappheits- oder Abundanzkonflikten jeweils die aktivierte Transition mit der höchsten Priorität zu schalten;
- die Zufallsauswahl eines Schaltschritts für die Auflösung eines Knappheits- oder Abundanzkonflikts.

Auf den Aspekt der Schaltprioritäten wird später im Kontext von Synthetischen Netzen ausführlich zurückgekommen. Gleiches gilt für das informationsbedingte Schalten[26)]. Hinsichtlich der Zufallsauswahl werden Möglichkeiten erörtert, eine "intelligentere" Selektion von aktivierten Schaltschritten vorzunehmen[27)].

Jede Konfliktstrategie bedeutet, daß alle Schaltkonflikte, auf die sie angewendet werden kann, aufgelöst werden. Dadurch wird für den jeweils aufgelösten Schaltkonflikt aus mehreren alternativen Fortsetzungen des Netzverhaltens genau eine Verhaltensfortsetzung ausgewählt. Alle anderen Fortsetzungsalternativen stehen damit nicht zur Verfügung. Die Wege im Erreichbarkeitsgraphen des zugrundeliegenden Netzes, die den ausgeschlossenen alternativen Verhaltensfortsetzungen entsprechen, werden dadurch eliminiert. Daher bedeutet jede Konfliktstrategie nicht nur im positiven Sinn eine Konfliktlösung, sondern auch im negativen Sinn eine Reduzierung von Verhaltensoptionen. Im Extremfall können Konfliktstrategien so umfassend formuliert werden, daß alle Schaltkonflikte aufgelöst und damit auch alle Optionen für das Netzverhalten beseitigt werden. Dann entartet der Erreichbarkeitsgraph zu einem einzigen, unverzweigten Schaltweg, also zu einem linearen Graphen. Daher werden in Netzen Konfliktstrategien im allgemeinen entweder überhaupt nicht oder nur behutsam eingesetzt, um weiterhin Auswahlmöglichkeiten zwischen alternativen Netzverhaltensweisen darstellen zu können.

Konfliktstrategien geben Auskunft darüber, wie ein Schaltkonflikt aufgelöst wird[28]), *nachdem* ein Schaltkonflikt entstanden ist. *Ob* überhaupt ein Schaltkonflikt auftreten kann, hängt dagegen davon ab, wie die Schaltregel für ein Netz formuliert wird. Denn die Schaltregel-Definition kann darauf Einfluß nehmen, welche Schaltkonflikte unter einer Markierung überhaupt auftreten können. In den voranstehenden Kapiteln wurden bereits mehrere Varianten für Schaltregel-Funktionen vorgestellt, die durchaus zu unterschiedlichen Schaltkonflikten für jeweils dieselben Referenzmarkierungen führen können. Beispielsweise kann ein Abundanzkonflikt zwischen alternativen Schaltschritten nur auftreten, wenn eine schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion benutzt wird. Für transitionsbezogene Schaltregel-Funktionen sind Abundanzkonflikte dagegen überhaupt nicht definiert. Die früher entfalteten Schaltregel-Funktionen schöpfen aber den Formulierungsspielraum für Schaltregeln noch nicht aus. Beispielsweise wurde bei schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen bisher offengelassen, welchen Umfang die Schaltschritte jeweils annehmen dürfen.

Als eine Schaltstrategie wird fortan jede eindeutige und vollständige Spezifizierung einer Schaltregel bezeichnet. Diese Spezifizierung muß vor allem den jeweils relevanten Schaltschrittumfang festlegen. Die wichtigsten Schaltstrategien[29]) für das Schalten von einzelnen Transitionen und von Schaltschritten[30]) sind:

- ❑ Die transitionsbezogene Schaltstrategie legt eine Variante der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktionen SR_t fest[31]).
- ❑ Die minimale Schaltschritt-Strategie engt die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S auf degenerierte Schaltschritte ein[32]).
- ❑ Die maximale Schaltschritt-Strategie[33]) beschränkt die schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S auf maximale Schaltschritte. Sie verhält sich komplementär zur minimalen Schaltschritt-Strategie.
- ❑ Die universelle Schaltschritt-Strategie nutzt das Ausdruckspotential der schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktion SR_S vollständig aus. Es wird *jeder* Schaltschritt zugelassen.

In dieser Arbeit wird - solange keine anderen Festlegungen erfolgen - stets die universelle Schaltschritt-Strategie vorausgesetzt. Denn alle anderen Strategien würden jeweils einen strategiespezifischen Anteil derjenigen Netzverhaltensweisen, die sich durch die dynamische Struktur eines Stelle/Transition-Netzes grundsätzlich darstellen lassen, von vornherein eliminieren[34]). Eine solche Verengung des dynamischen Ausdrucksvermögens widerspräche jedoch der früher erläuterten Suche nach einem möglichst ausdrucksstarken Modellierungskonzept.

Schaltstrategien wirken sich für jedes Netz auf die Gestalt seines Erreichbarkeitsgraphen aus. Denn der Erreichbarkeitsgraph umfaßt alle Markierungen, die von der Ausgangsmarkierung aus durch Schaltakte erreicht werden können. Welche Schaltakte zulässig sind, wird von der netzspezifischen Schaltregel bestimmt. Die eindeutige und vollständige Formulierung dieser Schaltregel ist aber die Schaltstrategie. Folglich hängt die Menge aller erreichbaren Markierungen und somit auch der Erreichbarkeitsgraph u.a. von der jeweils zugrundeliegenden Schaltstrategie ab. Beispielsweise führt die universelle Schaltschritt-Strategie für ein gegebenes Netz zu dem größtmöglichen Erreichbarkeitsgraphen. Er umfaßt alle Schaltakte und erreichbaren Markierungen, die für dieses Netz durch eine beliebige Schaltstrategie überhaupt erreicht werden können. Dagegen fällt der Erreichbarkeitsgraph für die transitionsbezogene Schaltstrategie und die äquivalente minimale Schaltschritt-Strategie kleiner aus, weil alle Schaltakte aus nicht-degenerierten Schaltschritten unberücksichtigt bleiben. in ähnlicher, aber entgegengesetzter Weise wird der Erreichbarkeitsgraph für die maximale Schaltschritt-Strategie reduziert, weil sie nur solche Schaltakte zuläßt, die jeweils maximale Schaltschritte darstellen.

Schaltstrategien im voranstehenden, eng definierten Sinne lassen sich mit Konfliktstrategien kombinieren, um sowohl das Entstehen als auch das Auflösen von Schaltkonflikten zu beeinflussen. Solche Strategiekombinationen werden als Schaltstrategien i.w.S. bezeichnet. Der Begriff der Schaltstrategie wird fortan stets in diesem weit gefaßten Sinn ausgelegt[35]. Zumeist gehen die Strategiekombinationen aus einer Konkretisierung des folgenden Strategieschemas hervor[36]:

1) Festlegung des relevanten Schaltschrittumfangs durch Auswahl einer der o.a. Schaltstrategien i.e.S.
2) Ermittlung aller Schaltschritte, die unter der jeweils aktuellen Referenzmarkierung aktiviert sind und dabei den relevanten Schaltschrittumfang besitzen.
3) Falls mindestens ein Schaltschritt als aktiviert ermittelt wurde: Auswahl genau eines aktivierten Schaltschritts nach Maßgabe einer der o.a. Konfliktstrategien.
4) Falls kein aktivierter Schaltschritt ermittelt werden konnte:
   a) Entweder: Beenden des Schaltens im Netz.
   b) Oder: Warten auf eine exogene Netzveränderung. Wenn diese eingetreten ist, zurück nach 2).
5) Ausführen des aktivierten und ausgewählten Schaltschritts, Ermitteln der Folgemarkierung, Ersetzen der aktuellen Referenzmarkierung durch diese Folgemarkierung, zurück nach 2).

Dieses Strategieschema läßt sich in unterschiedlicher Weise konkretisieren, je nachdem welche Schaltstrategien i.e.S. und welche Konfliktstrategien auf den Stufen 1) bzw. 3) ausgewählt werden.

Die Gesamtheit aller Schaltstrategien (i.w.S.), die zur dynamischen Struktur eines Netzes hinzutreten, werden als dessen Kontrollstruktur bezeichnet[37]. Die Kontrollstruktur eines Netzes umfaßt alle Konstrukte, mit deren Hilfe das Schaltverhalten des Netzes koordiniert wird. Als Schaltregel SR für ein Netz wird fortan nicht nur eine der früher vorgestellten Schaltregel-Funktionen verstanden. Vielmehr umfaßt sie die gesamte Kontrollstruktur des Netzes. Die Schaltregel SR stellt also sowohl eine Schaltregel-Funktion als auch - gegebenenfalls - Konfliktstrategien und Schaltstrategien i.e.S. dar. Falls keine anderen Festlegungen erfolgen, wird in dieser Arbeit eine Standard-Schaltregel SR mit folgenden Eigenschaften vorausgesetzt:

- schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktion SR_S;
- universelle Schaltschritt-Strategie;
- zweistufige Vorgehensweise für jede Referenzmarkierung: zunächst Erzeugung aller aktivierten Schaltschritte, dann Auswahl genau eines aktivierten Schaltschritts;
- Offenheit gegenüber beliebigen Konfliktstrategien für die Auflösung von Knappheits- und Abundanzkonflikten bei der Auswahl genau eines aktivierten Schaltschritts;
- tatsächliches Ausführen des ausgewählten einen aktivierten Schaltschritts zur Auflösung des verbleibenden Permissivitätskonflikts.

Diese Standard-Schaltregel stellt eine schrittweise, universelle, konfliktoffene und schwachpermissive[38] Schaltstrategie dar. Sie wird auch kurz als permissive Schaltregel angesprochen. Denn sie unterscheidet sich von einer später eingeführten, alternativen Schaltregel am deutlichsten durch ihre Schaltpermissivität[39].

Es wurde voranstehend erläutert, daß sowohl die Konfliktstrategien als auch die Schaltstrategien i.e.S. Einfluß darauf nehmen, welche Gestalt der Erreichbarkeitsgraph für dasselbe zugrundeliegende Netz konkret annimmt. Die Gesamtheit dieser Einflüsse auf die Gestalt des Erreichbarkeitsgraphen drückt die Kontrollstruktur des Netzes aus. Sie wurde bereits als dessen - umfassend definierte - Schaltregel SR identifiziert. Zusammen mit der Ausgangsmarkierung M_0 des Netzes legt die Schaltregel (Kontrollstruktur) SR den Erreichbarkeitsgraphen $RG(M_0,SR)$ eindeutig und vollständig fest. Daher drückt der Erreichbarkeitsgraph sowohl den originären Netzzustand (M_0) als auch die gesamte Kontrollstruktur (SR) eines Netzes aus. Dies unterstreicht nochmals die früher getroffene Feststellung, daß der Erreichbarkeitsgraph die umfassende Explizierung der dynamischen Struktur eines Stelle/Transition-Netzes darstellt. Daher wird dem Erreichbarkeitsgraphen in dieser Arbeit besondere Aufmerksamkeit zuteil[40).]

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Netzverhalten wird hier als Oberbegriff verstanden. Er erstreckt sich über alle Schalt- und Markierungsfolgen, über Prozesse, die aus den beiden vorgenannten kombiniert sind, sowie über alle Wege im Erreichbarkeitsgraphen, die alle drei vorgenannten Konstrukten graphisch repräsentieren.

2) Die charakteristische Unterbestimmtheit von Netzen hebt z.B. PAGNONI (1990), S. 134, hervor: "It is not specified when, if ever, enabled state transitions components will be activated, and for what reason. The taking place of state transitions is not planned. The causal structure of state transitions ... is described, but the control over the occurence of state transitions is not specified ..." (kursive Hervorhebung des Originals hier unterlassen).

3) Auch das Nichtschalten wird als eine Handlung - nämlich als eine Unterlassungshandlung - betrachtet. Dies betrifft den Permissivitätskonflikt.

4) Vgl. zum indeterministischen Charakter von Petrinetzen BAUER,F. (1981), S. 410.

5) In den Schaltregelformulierungen wird nirgends Bezug auf die Existenz von Schaltkonflikten genommen. A fortiori können die Schaltregeln auch nicht zur Auflösung solcher Konflikte herangezogen werden. Besonders deutlich wird dies bei den schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen $SR_{S.1}$, $SR_{S.2}$ und SR_{FS}. Sie setzen in ihren Schaltschritten bereits voraus, daß deren Transitionen - sofern es sich um nicht-degenerierte Schaltschritte handelt - nebenläufig aktiviert sein *müssen*. Dadurch werden konfliktionäre Aktivierungen von vornherein ausgegrenzt.

6) Die Offenheit des Netzverhaltens charakterisiert PAGNONI (1990), S. 134, durch die Präsupposition einer Netzumgebung. Diese Netzumgebung beeinflußt das Schaltverhalten eines Netzes, ist aber nicht selbst im Netz enthalten: "... the occurence of state transitions ... is assumed to lie in the environment ... Since the ... environment is postulated to exist but not described, state transitions are represented as the result of ... spontaneous happenings. ... Only the ... environment exerts influence over ... executions."

7) Die Bezeichnung "Konfliktfähigkeit" dient hier nur als plakative Zusammenfassung der voranstehenden Erläuterungen. Sie drückt die Möglichkeit aus, im Petrinetz-Konzept Entscheidungen über alternative Prozeßfortsetzungen aus Schaltkonflikte repräsentieren zu können.

8) Konfliktionäre und nebenläufige Aktivierungen von Transitionen wurden an früherer Stelle als zueinander komplementäre Konzepte herausgestellt. Daher setzt die nunmehr aufgezeigte erhebliche Bedeutung, die sowohl der Konfliktfähigkeit als auch der Nebenläufigkeit von Petrinetzen zukommt, auf einer abstrakteren Ebene die charakteristische Dualität des Petrinetz-Konzepts fort. Diese Dualität wurde vor allem in bezug auf die Bipartitheit der Knotenmenge von Allgemeinen Netzen betont.

9) Gleiches gilt für eine einzelne aktivierte Transition, die jederzeit als ein degenerierter Schaltschritt aufgefaßt werden kann.

10) Dann wird auch von einer positiven Konfliktauflösung oder einer positiven Schaltentscheidung gesprochen.

11) Der Schaltverzicht wird auch als Unterlassungsalternative bezeichnet. Falls sie ausgewählt wird, liegt eine negative Konfliktauflösung oder negative Schaltentscheidung vor.

12) Strenggenommen existieren sogar drei unterschiedliche Varianten der Schaltregelpermissivität:
- Ein aktivierter Schaltschritt braucht überhaupt nicht geschaltet zu werden. Falls ein Netz ein unendliches Schaltverhalten besitzt, kann der Fall eintreten, daß ein aktivierter Schaltschritt unendlich lange aktiviert ist, ohne jemals geschaltet zu werden.
- Ein aktivierter Schaltschritt braucht nicht sofort unter derjenigen Markierung geschaltet zu werden, unter der er erstmals aktiviert wurde. Aber er wird auf jeden Fall irgendwann geschaltet, nachdem höchstens endlich viele andere Schaltschritte ausgeführt wurden. Dann kann das Ausführen eines aktivierten Schaltschritts nur endlich lange verzögert werden. Vgl. zu dieser Eigenschaft endlicher Schaltverzögerung (finite delay property) THIAGARAJAN (1983b), S. 334; vgl. auch - allerdings weniger deutlich - PNUELI (1977), S. 47.
- Ein aktivierter Schaltschritt wird auf jeden Fall irgendwann geschaltet, sofern er nicht durch das Ausführen anderer Schaltschritte seine Aktivierung verloren hat; vgl. GOSTELOW (1975), S. 350 (als Teilaspekt der "harmonious cooperation").

In dieser Arbeit wird nur die erste Variante berücksichtigt. Hierfür spricht, daß sie das größte Spektrum zulässiger Systemverhaltensweisen umfaßt, das die Verhaltensspektren der beiden anderen Varianten als Teilspektren enthält. Darüber hinaus erweist sich die zweite Variante als höchst problematisch, weil sie nicht mit der konfliktionären Aktivierung von Schaltschritten vereinbart werden kann. Darauf wird in Kürze zurückgekommen.
Schließlich wird die erste Variante auch deshalb vorgezogen, weil nur sie erlaubt, zwischen fairen und unfairen Netzen zu differenzieren. Denn Netze, in denen die zweite oder dritte Variante der Schaltregel gilt, sind immer fair. Vgl. dazu z.B. das einfache Netz, das KOTOV (1983b), präsentiert hat. Es besteht aus einer 1-Schleife, deren Stelle eine Marke trägt und eine zusätzliche Ausgangstransition besitzt. Die Ausgangstransition besitzt nur diese eine Stelle als Eingangsstelle sowie eine weitere Ausgangsstelle. Weitere Stellen oder Transitionen besitzt das Netz

nicht. Seine Kanten tragen das Einheitsgewicht. Dieses Netz ist bei Zugrundelegen der ersten Schaltregelvariante unfair, weil die schleifenzugehörige Transition unendlich oft hintereinander geschaltet werden kann, ohne daß die andauernd aktivierte Ausgangstransition der 1-Schleife jemals geschaltet wird. Die zweite und dritte Variante der oben angeführten Schaltregelkonkretisierungen würden dieses Netzverhalten dagegen von vornherein verbieten. Vgl. auch KWONG (1979), S. 180f., der die zweite Variante - die Eigenschaft endlicher Schaltverzögerung - exakt in der Weise definiert, wie es nachfolgend für faire Netze geschieht.
Die Fairness von Netzen wird in vielfältigen Nuancen definiert. Die voranstehende Überlegung beruht auf der Festlegung, ein Netz sei genau dann (un)fair, wenn in ihm jede Transition, die unter unendlich vielen erreichbaren Markierungen aktiviert ist, auch unendlich (höchstens endlich) oft geschaltet wird. Für ein unfaires Netz muß daher mindestens ein unendliches Netzverhalten möglich sein, bei dem mindestens eine Transition unendlich oft aktiviert ist, aber unendlich oft nicht geschaltet wird, weil sie nur in höchstens endlich vielen Aktivierungsfällen geschaltet wird. Umgekehrt kann in keinem fairen Netz eine Transition, die unter unendlich vielen erreichbaren Markierungen aktiviert ist, unendlich lange an ihrem Schalten gehindert werden. Vgl. zu dieser Fairnessdefinition PNUELI (1977), S. 47; PNUELI (1979), S. 1; CZAJA (1980), S. 238; COHEN,E. (1975), S. 89; CARSTENSEN (1982), S. 5, 7, 76, 81 u. 101; LEHMANN,D. (1981), S. 274; QUEILLE (1982b), S. 217f.; THIAGARAJAN (1983b), S. 336. Eine hinreichende, aber keineswegs notwendige Voraussetzung für die Fairness eines Netzes ist es, daß seine Schaltregel die Eigenschaft endlicher Schaltverzögerung erfüllt. Daher wird diese Schaltregeleigenschaft des öfteren im unmittelbaren Zusammenhang mit der Netzfairness erwähnt; vgl. PNUELI (1979), S. 3f.; CZAJA (1980), S. 238; CARSTENSEN (1982), S. 5, 7 u. 81; CARSTENSEN (1983a), S. 105f. u. 118f.; QUEILLE (1982b), S. 218.
In dieser Arbeit wird auf die Fairness von Netzen nicht weiter eingegangen, weil kein näheres Interesse an unendlichen Netzverhaltensweisen besteht. Dagegen spielt die Analyse der Fairness von Netzen in der Netzliteratur eine erhebliche Rolle; vgl. dazu beispielsweise BYRN (1974), S. I-33; SHAPIRO,R. (1977), S. 31D-2; CARSTENSEN (1982), S. 76ff.; BURKHARD (1982a), S. 85ff.; CARSTENSEN (1983a), S. 104ff.; THIAGARAJAN (1983b), S. 334ff.

13) Dies entspricht der Eigenschaft endlicher Schaltverzögerung aus der voranstehenden Anmerkung.

14) Die Eigenschaft endlicher Schaltverzögerung wird in dieser Arbeit jedoch nicht garantiert. Daher zieht der Verf. vor, allgemein von einem Permissivitätskonflikt zu sprechen. Dadurch wird auch berücksichtigt, daß das Ausführen eines aktivierten Schaltschritts unendlich lange ausbleiben - also definitiv unterlassen werden - kann.

15) Darüber hinaus kann die Permissivität der Schaltregel eines Netzes ausgenutzt werden, um bei der Modellierung betriebswirtschaftlicher Koordinierungsprobleme bessere Formalzielerfüllungen zu erreichen. Diese Möglichkeit bietet sich vor allem dann, wenn das Formalziel vorgegeben wird, Kundenaufträge möglichst zeitnah hinsichtlich der jeweils vereinbarten, fixen Liefertermine fertigzustellen. Dieses Formalziel läßt sich durch die Verminderung der Kapitalbindungskosten rechtfertigen, da auf diese Weise tendenziell eher Vor- oder Zwischenprodukte mit vergleichsweise niedriger Kapitalbindung auf Bearbeitung warten als Endprodukte mit relativ hoher Kapitalbindung auf ihre Auslieferung an die Kunden. Unter diesen Voraussetzungen wäre es nachteilhaft, wenn in einem Petrinetz, das ein Produktionssystem modelliert, jede aktivierte Transition sofort schalten müßte, sobald sie konfliktfrei aktiviert ist. Denn es könnte durchaus zu einer besseren Formalzielerfüllung beitragen, das Schalten einer Transition, das den Beginn eines Arbeitsgangs abbildet, so lange hinauszuzögern, daß der zugehörige Kundenauftrag gerade noch liefertermingerecht fertiggestellt werden kann. (Von weitergehenden Überlegungen, zur Abpufferung möglicher Produktionsstörungen zeitliche Reserven einzuplanen, wird hier der Einfachheit halber abgesehen.) Diese Option wird erst durch die Permissivität der Schaltregel von Petrinetzen eröffnet. Es überrascht, daß ähnliche Permissivitätsaspekte in anderen Konzepten für die Modellierung dynamischer Systeme kaum explizit diskutiert werden. Zu den seltenen Ausnahmen gehören die Ausführungen von DAVIS,R. (1981), S. 10, 33 u. 40; DAVIS,R. (1983), S. 71, 98f. u. 107. Dort wird im Kontext der Kontraktnetze, die Möglichkeit herausgestellt, daß ein Netzknoten die Delegation von Teilaufgaben an andere Netzknoten zeitlich hinausschieben kann, um eine spätere, bessere Aufgabendelegation abzuwarten. (Kontraktnetze gehören trotz ihrer partiellen Äquivokation nicht zum Konzept der Petrinetze. Sie werden in dieser Arbeit an anderer Stelle kurz behandelt.)

16) Daher werden Konflikte der zweiten und dritten Art auch gemeinsam als Auswahlkonflikte bezeichnet.

17) Diese konfliktionär aktivierte Transitionenmenge kann immer in einen aktivierten Schaltschritt transformiert werden. Dazu reicht es aus, aus ihr eine nicht-leere Teilmenge auszuwählen, die aus der Transitionenmenge eliminiert wird. Eine solche zu eliminierende Teilmenge kann z.B. alle Transitionen aus der konfliktionär aktivierten Transitionenmenge bis auf eine Transition umfassen. Die genau eine Transition, die nach dem Streichen der vorgenannten Teilmenge verbleibt, bildet notwendig einen aktivierten Schaltschritt. Denn eine einzelne Transition kann niemals konfliktionär aktiviert sein. Diese Transition ist aber notwendig aktiviert, weil sie zu einer Menge aus konfliktionär aktivierten Transitionen gehörte. Die Restmenge, die nach dem Eliminieren der nicht-leeren Transitionenteilmenge vorliegt, ist notwendig eine Menge konfliktfrei aktivierter Transitionen. Dabei handelt es sich entweder um eine einzelne aktivierte Transition oder um eine nebenläufig aktivierte Transitionenmenge. Deshalb liegt nach der Konfliktauflösung immer ein aktivierter Schaltschritt vor. Dies entspricht der oben bevorzugten, einfacheren Formulierung, zur Konfliktauflösung genau einen aktivierten Schaltschritt auszuwählen.

18) Bei Synthetischen Netzen kommt später ein Abundanzkonflikt sui generis hinzu. Dort können so viele Marken zur Verfügung stehen, daß sich eine Transition unter derselben Markierung mit verschiedenen "Farben" schalten läßt. Da eine Transition jeweils nur mit genau einer Farbe geschaltet werden kann, schließen sich diese alternativen Schaltfarben jedoch gegenseitig aus. Daher muß aus der "Überfülle" der angebotenen Schaltfarben genau eine ausgewählt werden. Auf diesen Fall trifft allerdings die o.a. Charakterisierung eines Abundanzkonflikts, die Vereinigungsmenge der Transitionen aller Schaltschritte müsse selbst einen aktivierten Schaltschritt darstellen, nicht mehr zu. Denn es wird später festgelegt, daß trotz der Berücksichtigung von Schaltfarben in jedem Schaltschritt jede Transition nur höchstens einmal enthalten sein darf.

19) Falls nur genau ein aktivierter Schaltschritt unter der Referenzmarkierung existiert, wird genau dieser Schaltschritt "ausgewählt".

20) Die zweite Stufe entfällt nur dann, wenn auf der ersten Stufe überhaupt kein aktivierter Schaltschritt ermittelt werden konnte. Dann muß die aktuelle Netzmarkierung eine Deadlockmarkierung sein. In einem Deadlock gibt es aber keine aufzulösenden Konflikte, weil überhaupt keine Fortsetzung des Netzverhaltens möglich ist.

21) In einem Deadlock ist kein weiteres Schalten von Transitionen möglich, weil keine aktivierte Transition existiert. Dann ist das Potential zulässiger Fortsetzungen von Netzverhaltensweisen in dem Sinne "determiniert", daß überhaupt keine zulässige Fortsetzungsoption besteht.

22) Vgl. z.B. HOLT,A. (1968), S. 283f. Er schlägt vor, auf ein Netz nacheinander alternative Konfliktstrategien anzuwenden.

23) Die Konfliktstrategien lassen sich als ein Pendant zu den früher behandelten Schaltregel-Funktionen auffassen: Die letztgenannten befaßten sich stets mit dem konfliktfreien Schalten einzelner Transitionen oder mit dem ebenso konfliktfreien Ausführen von Schaltschritten aus nebenläufig aktivierten Transitionen. Konfliktstrategien betreffen dagegen den komplementären Aspekt, bestehende Konflikte aufzulösen.

24) Es wird in dieser Arbeit vorausgesetzt, daß die Konfliktstrategien so festgelegt werden, daß niemals zwei oder mehr Konfliktstrategien auf denselben Schaltkonflikt angewendet werden können *und* dabei zu verschiedenen Konfliktauflösungen führen würden. Andernfalls wäre der Schaltkonflikt nur scheinbar aufgelöst, weil er lediglich auf die Auswahl zwischen den konkurrierenden und ergebnisverschiedenen Konfliktstrategien verlagert worden wäre. Unbeachtlich ist dagegen, wenn zwar mehrere Konfliktstrategien auf denselben Schaltkonflikt angewendet werden können, dabei aber jeweils dieselbe - und infolgedessen echte - Konfliktauflösung hervorbringen. Daher dürfen sich die Anwendungsbereiche von Konfliktstrategien durchaus überlappen, sofern die Strategien sich in ihren Schnittmengen nur ergebnisidentisch verhalten.

25) Bei dieser Konfliktstrategie wird ein aktivierter Schaltschritt erst dann geschaltet, wenn eine schaltspezifische Information vorliegt. Diese Schaltinformation wird zwar innerhalb des verwendeten Netzes definiert, aber nicht in ihm selbst erzeugt. Statt dessen wird die Schaltinformation grundsätzlich aus der Netzumgebung bezogen. Beispielsweise kann sie eine Bedingung betreffen, die in demjenigen Realitätsausschnitt erfüllt sein soll, der durch ein Netz modelliert wird. Falls diese Bedingung tatsächlich erfüllt ist, kann dieses Erfüllungswissen die relevante Schaltinformation für einen Schaltschritt im realitätsmodellierenden Netz darstellen. Auf diese Weise können Netzmodelle mit den jeweils abgebildeten Realitätsausschnitten verkoppelt werden.
Die informationsbedingte Auflösung von Schaltkonflikten wird allerdings gewöhnlich nicht zum Ausdruckspotential der Stelle/Transition-Netze gerechnet. Statt dessen wird dann zumeist von Interpretierten Netzen gesprochen, die vor allem bei der Realzeitsteuerung technischer Systeme Anwendung finden. Vgl. zu dieser Netzklasse VALETTE (1979b), S. 158.

26) Schaltinformationen für die Verkopplung von Netzmodellen mit ihren abgebildeten Realitätsausschnitten werden an anderer Stelle unter dem Aspekt der denotationalen Netzsemantik erörtert.

27) Vgl. dazu die Diskussion wissensbasierter Auswahlregeln bei der Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen, insbesondere hinsichtlich der Auswertung von Erreichbarkeitsnetzen.

28) Dies gilt nur für Konfliktstrategien, zu deren Anwendungsbereich der betrachtete Schaltkonflikt gehört.

29) Vgl. zu weiteren, hier nicht behandelten Schaltstrategien BURKHARD (1982a), S. 85ff., insbesondere S. 87f. ("faires" Schalten durch Bevorzugung von aktivierten Transitionen, die seit dem Beginn ihrer Aktivierung am längsten auf ihr Schalten gewartet haben).

30) Schaltstrategien beziehen sich im allgemeinen nicht explizit auf schaltfolgenbezogene Schaltregel-Funktionen. Denn die Schaltfolgen ergeben sich jeweils implizit durch die iterierte Anwendung der transitions- oder schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen.

31) Hierdurch wird implizit der relevante Schaltschrittumfang auf $\#(SS_a)=1$ festgelegt. Denn jede Transition t_n kann als degenerierter Schaltschritt SS_a mit $SS_a=\{t_n\}$ aufgefaßt werden.

32) Da degenerierte Schaltschritte durch $\#(SS_a)=1$ definiert sind, fällt die minimale Schaltschritt-Strategie materiell mit der transitionsbezogenen Schaltstrategie zusammen (vgl. dazu die voranstehende Anmerkung). Der unterschiedliche formale Bezug auf entweder degenerierte Schaltschritte oder aber einzelne Transitionen besitzt keine materielle Bedeutung.

33) Vgl. ZELEWSKI (1986c), S. 26f.

34) Dies folgt unmittelbar aus der Definition der universellen Schaltschritt-Strategie, *jeden* Schaltschritt zuzulassen. Denn alle Strategien, die von der universellen Schaltschritt-Strategie verschieden sind, können dann *nicht* jeden Schaltschritt umfassen. Ein Aliud, das andere Schaltstrategien über die universelle Schaltschritt-Strategie hinaus besitzen könnten, ist im Petrinetz-Konzept dagegen nicht definiert. Denn Schaltschritte stellen bereits das allgemeinste Konzept dar, um die dynamische Struktur von Netzen auszudrücken.

35) Andernfalls wird ausdrücklich von Schaltstrategien i.e.S. gesprochen.

36) Dieses Strategieschema stellt *kein* Schema zur Erzeugung eines Erreichbarkeitsgraphen dar, obwohl prima facie Ähnlichkeiten bestehen. Dennoch führt dieser erste Eindruck in die Irre. Denn im Erreichbarkeitsgraphen werden *alle* Schaltfolgen und Markierungen ausgewiesen, die in einem Netz ausgeführt bzw. erreicht werden können. Das o.a. Strategieschema erstreckt sich dagegen nur auf die Erzeugung von *genau einer* Schaltfolge mit ihren zugehörigen Markierungen. Die Konstruktion von Erreichbarkeitsgraphen wird an anderer Stelle ausführlicher behandelt.

37) Vgl. BURKHARD (1982a), S. 95. Es liegt der systemtheoretische Kontrollbegriff zugrunde, der sich vom betriebswirtschaftlichen Terminus "Kontrolle" deutlich unterscheidet. Aus systemtheoretischer Perspektive wird oftmals zwischen der Basis- und der Kontrollstruktur eines Systems differenziert. Die Basisstruktur eines Systems umfaßt seine Zusammensetzung aus Komponenten und die Gesamtheit aller Prozesse, die im System ausgeführt werden können. Die Kontrollstruktur erstreckt sich dagegen auf alle Konstruktionen, mit denen die Prozeßausführungen innerhalb des Systems koordiniert werden. Dabei werden die Konstrukte, die der Prozeßkoordinierung dienen, nicht mehr zu den Komponenten gerechnet, aus denen die Basisstruktur des Systems zusammengesetzt ist. Die Kontrollstruktur des Systems wird auch kurz als Systemkontrolle angesprochen. Darüber hinaus wird die Basisstruktur des öfteren als Datenstruktur thematisiert, sofern Automatische Informationsverarbeitungssysteme behandelt werden. Vgl. zur Differenzierung zwischen Basis- oder Datenstruktur einerseits und Kontrollstruktur oder Systemkontrolle andererseits NOE (1975a), S. 4; HURA (1982c), S. 433; HERZOG,O. (1983). Die voranstehende Dichotomie zwischen Basis- und Kontrollstruktur findet sich auch in betriebswirtschaftlichen Argumentationszusammenhängen wieder. Dort wird sie als Gegenüberstellung von Basis- und Informationssystem thematisiert.

38) Der Begriff "schwach-permissiv" drückt aus, daß die Permissivität der Schaltregel von Petrinetzen bis auf eine Ausnahme vollständig ausgenutzt wird. Die Permissivität, aktivierte Schaltschritte (Transitionen) ausführen zu können, aber nicht ausführen zu müssen, wird für alle Schaltschritte im Sinne des Nichtausführens in Anspruch genommen, die unter der jeweils betrachteten Referenzmarkierung aktiviert sind *und nicht* durch die Konfliktstrategie(n) ausgewählt wurden. Für den genau einen ausgewählten aktivierten Schaltschritt wird dagegen auf die Inanspruchnahme der Schaltpermissivität insofern verzichtet, als dieser Schaltschritt tatsächlich ausgeführt werden muß.

39) Es handelt sich um die obligatorische Schaltregel.

40) Vgl. dazu die Ausführungen zur Erreichbarkeitsanalyse von Synthetischen Netzen und die komplementäre Ausgrenzung der Invariantenanalyse.

3.3.3 Vervollständigung der formalen Definition von Stelle/Transition-Netzen

Im Vergleich zu anderen graphisch fundierten Konzepten für die Modellierung von Systemen[1] zeichnet sich das Petrinetz-Konzept durch seine weitreichende Formalisierung aus. Diese äußert sich nicht nur in der formalen Netzdefinition durch das 6-Tupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$, sondern auch in der zugrundeliegenden formalen Petrinetz-Theorie[2].

Um so mehr erstaunt es, daß das Definitionstupel STN eines Stelle/Transition-Netzes einige wesentliche Netzkomponenten nicht explizit aufführt. Die fehlenden Netzkomponenten lassen sich auch nicht aus den explizierten Konstituenten des Definitionstupels folgern. Sie sind also noch nicht einmal implizit in der formalen Netzdefinition enthalten. Daher liefert das Definitionstupel STN nur eine unvollständige Formalisierung von Stelle/Transition-Netzen. Dennoch sind Stelle/Transition-Netze keineswegs unvollständig definiert. Denn durch natürlichsprachliche Erläuterungen werden weitere Netzkomponenten eingeführt, die zum Teil formal ausgedrückt sind[3]. Erst die Gesamtheit aus dem formalen Definitionstupel STN einerseits und seinen natürlichsprachlichen Erweiterungen um partiell formalisierte Konstrukte andererseits bildet die vollständige Definition von Stelle/Transition-Netzen.

Am meisten überrascht, daß Marken[4] nicht unmittelbar in das Definitionstupel STN eingehen, obwohl sie die wesentliche konzeptionelle Bereicherung von Stelle/Transition-Netzen gegenüber Allgemeinen Netzen und Petrinetzen i.e.S. darstellen. Zwar enthält das Definitionstupel die Markierungsfunktion M_0. Doch setzt sie bereits die Existenz von Marken voraus, weil sie nur die Stellen auf die Anzahl der dort befindlichen Marken abbildet. Darüber hinaus bezieht sich die Markierungsfunktion noch nicht einmal auf diese Marken als Objekte sui generis. Statt dessen erstreckt sie sich in ihrem Nachbereich N_0^M nur auf deren Anzahlen.

Um Marken dasjenige Gewicht, das sie für Stelle/Transition-Netze besitzen, auch in der formalen Netzdefinition zukommen zu lassen, werden sie als eigenständige atomare formale Objekte - neben Stellen und Transitionen - eingeführt. Während jedoch Stellen und Transitionen jeweils wohlunterschiedene Individuen darstellen, gibt es keine individualisierenden Unterschiede zwischen den Marken eines Stelle/Transition-Netzes. Vielmehr existiert in einem solchen Netz nur genau ein atomares formales Objekt von der Art "Marke"[5]. Dieses Objekt wird fortan mit dem Symbol "$\varnothing$" notiert[6]. Alle beweglichen Objekte, die in einem Stelle/Transition-Netz fortgeschaltet werden und bisher vereinfachend als "Marken" angesprochen wurden, stellen bei näherer Betrachtung identische Exemplare oder Kopien des einen Objekts "Marke" dar[7].

Die formale Definition von Stelle/Transition-Netzen wird um den zentralen Aspekt der Marken vervollständigt, wenn ihr Definitionstupel auch die Menge MM zulässiger Marken umfaßt. Da für Stelle/Transition-Netze nur genau eine Marke als atomares formales Objekt sui generis definiert ist und mit "$\varnothing$" notiert wird, gilt für diese Markenmenge: $MM=\{\varnothing\}$. Daher läßt sich das Definitionstupel STN für Stelle/Transition-Netze zunächst erweitern auf:

$$STN_1 = (S,T,MM;F,K,W,M_0)$$

Des weiteren enthält das Definitionstupel STN für Stelle/Transition-Netze nicht die Integritätsbedingungen der Disjunktheit (IB_D), der Existenz (IB_E) und der Verknüpftheit (IB_V). Sie werden im allgemeinen nur durch natürlichsprachliche Erläuterungen als formale Integritätsbedingungen zum Definitionstupel hinzugefügt. Die Markierungsbedingung (IB_0) und die Gewichtungsbedingung (IB_G) werden sogar zumeist überhaupt nicht explizit erwähnt. Um diese Formalisierungslücke zu schließen, führt der Verf. die Menge IB aller Integritätsbedingungen ein, die für ein

Netz definiert sind. Für Stelle/Transition-Netze gilt: $IB = \{IB_D, IB_E; IB_V; IB_0, IB_G\}$ [8]. Daraus folgt als zweite Erweiterung des Definitionstupels STN für Stelle/Transition-Netze:

$$STN_2 = (S,T,MM;F,K,W,M_0;IB)$$

Schließlich ist die Schaltregel SR im Definitionstupel von Stelle/Transition-Netzen weder explizit noch implizit enthalten. Statt dessen wird sie in der Netzliteratur stets als zusätzliche Netzcharakteristik nur in semi-formaler, von natürlichsprachlichen Erklärungen begleiteter Weise eingeführt. Die Schaltregel determiniert jedoch - zusammen mit der Ausgangsmarkierung M_0 - die gesamte dynamische Struktur eines Stelle/Transition-Netzes. Gerade durch ihre Netzdynamik unterscheiden sich Stelle/Transition-Netze und alle daraus abgeleiteten Netzklassen besonders deutlich von anderen graphisch repräsentierbaren formalen Konstrukten. Daher erfordert eine vollständige Formalisierung, auch die Schaltregel SR in das Definitionstupel STN von Stelle/Transition-Netzen aufzunehmen. Daraus folgt als dritte Erweiterung des Definitionstupels STN für Stelle/Transition-Netze[9]:

$$STN_3^* = (S,T,MM;F,K,W,M_0;IB,SR)$$

Die Schaltregel SR eines Stelle/Transition-Netzes läßt sich allerdings in unterschiedlichen, keineswegs immer äquivalenten[10] Varianten definieren. Daher stellt die dritte Erweiterung STN_3^* des Definitionstupels STN strenggenommen ein Tupelschema dar. Für dieses Schema existieren so viele verschiedene Ausprägungen, wie unterschiedliche Schaltregeln formuliert werden können[11]. Fortan wird - wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt - die schaltschrittbezogene Regelvariante SR_S unterstellt. Des weiteren wird vorausgesetzt, daß es sich um die schrittweise, universelle, konfliktoffene und schwach-permissive Standard-Schaltregel handelt. Hieraus ergibt sich als konkrete Ausprägung STN_3 des voranstehenden Tupelschemas STN_3^*:

$$STN_3 = (S,T,MM;F,K,W,M_0;IB,SR_S)$$

Das 9-Tupel $STN_3 = (S,T,MM;F,K,W,M_0;IB,SR_S)$ liefert die weitestgehende Vervollständigung der formalen Definition von Stelle/Transition-Netzen, die sich noch mit konventionellen mathematischen und logischen Mitteln[12] darstellen läßt. Sie liefert nur eine nahezu vollständige Formalisierung der Netzdefinition. Denn Feinheiten der Schaltregel - vor allem ihr permissiver Charakter - lassen sich nur mit Hilfe komplexer logischer Kalküle formalisieren, die außerhalb des Erkenntnishorizonts dieser Arbeit liegen[13]. Darüber hinaus handelt es sich bei der vervollständigten Netzdefinition um keine vollkommen explizierte Definition. Vor allem die dynamische Netzstruktur wird durch das Teiltupel $ST_{dyn} = (M_0, SR_S)$ nur implizit spezifiziert. Die explizite Netzdynamik läßt sich jedoch aus dieser impliziten Strukturdarstellung und der genauen Schaltregelkenntnis als Erreichbarkeitsgraph $RG(M_0, SR_S)$ ableiten[14]. Der Verzicht auf eine vollständige Explizierung aller Netzkomponenten wird später durch den Grundsatz der kontrollierten Explizitheit gerechtfertigt.

Aufgrund der voranstehenden Einschränkungen kann eine vervollständigte formale Netzdefinition, die auf dem 9-Tupel $STN_3 = (S,T,MM;F,K,W,M_0;IB,SR_S)$ aufbaut, nur eine nahezu vollständige und begrenzt explizierte Formalisierung von Stelle/Transition-Netzen darstellen. Trotz dieses Vorbehalts handelt es sich um eine Definitionsvervollständigung, deren Formalisierungsgrad nach Kenntnisstand des Verf. weiter reicht, als es bei allen bisher in der etablierten Netzliteratur präsentierten Netzdefinitionen der Fall ist.

Definition: Stelle/Transition-Netze
(vervollständigte Formalisierung)

Ein Stelle/Transition-Netz ist ein geordnetes 9-Tupel $STN_3=(S,T,MM;F,K,W,M_0;IB,SR_S)$, für das gilt:

- Die Stellenmenge $S=\{s_m:m=1,...,M\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten s_m der Objektart "Stelle" mit $M\in \mathcal{N}_+$.

- Die Transitionenmenge $T=\{t_n:n=1,...,N\}$ ist eine nicht-leere, endliche Menge aus atomaren formalen Objekten t_n der Objektart "Transition" mit $N\in \mathcal{N}_+$.

- Die Markenmenge $MM=\{\varnothing\}$ ist eine Menge mit genau einem atomaren formalen Objekt, der Marke "$\varnothing$". Von dieser Marke können im Netz beliebig viele, allesamt identische Kopien existieren.

- Die Flußrelation $F\subseteq((SxT)\cup(TxS))$ ist eine nicht-leere, endliche Menge von zusammengesetzten formalen Objekten, die jeweils Paare (kn_x,kn_y) aus artverschiedenen atomaren formalen Objekten darstellen.

- Die Kapazitätsfunktion $K: S\rightarrow \mathcal{N}_+\cup\{\omega\}$ ordnet jeder Stelle s_m eine Markenkapazität $K(s_m)$ zu.

- Die Gewichtsfunktion $W: F\rightarrow \mathcal{N}_0$ bildet jedes Element (kn_x,kn_y) aus der Flußrelation auf das Kantengewicht $W(kn_x,kn_y)$ ab. Hierfür gilt:

  $$W: \quad (SxT)\cup(TxS)\rightarrow N_0$$
  $$(kn_x,kn_y)\rightarrow W(kn_x,kn_y)$$

  mit:

  $$W(kn_x,kn_y) = \begin{cases} w_{x.y} \text{ mit } w_{x.y}\in \mathcal{N}_+ \,; & \text{sofern } (kn_x,kn_y)\in F \\ 0\,; & \text{sofern } (kn_x,kn_y)\notin F \end{cases}$$

- Die Markierungsfunktion $M_0: S\rightarrow N_0$ schreibt jeder Stelle s_m eine Markierung $M_0(s_m)$ zu. Die Gesamtheit der Bilder der Markierungsfunktion M_0 läßt sich als Markierungsvektor $\underline{M}_0^{tr}=(M_0(s_1),...,M_0(s_M))$ darstellen.

- Die Menge IB mit $IB=\{IB_D,IB_E;IB_V;IB_0,IB_G\}$ umfaßt alle Integritätsbedingungen für Stelle/Transition-Netze. Dabei handelt es sich um:

  die Disjunktheitsbedingung IB_D: $S\cap T=\varnothing$

  die Existenzbedingung IB_E: $S\cup T\neq\varnothing$

  die Verknüpftheitsbedingung IB_V: $S\cup T=VB(F)\cup NB(F)$

  mit: $VB(F)=\{kn_x: kn_x\in(S\cup T)\wedge(\exists(kn_y\in(S\cup T)): (kn_x,kn_y)\in F\}$

  $NB(F)=\{kn_y: kn_y\in(S\cup T)\wedge(\exists(kn_x\in(S\cup T)): (kn_x,kn_y)\in F\}$

  die Markierungsbedingung IB_0:

  $$\forall(s_m\in S): 0\leq M_0(s_m)\leq K(s_m)$$

die Gewichtungsbedingung IB_G:

$$\forall(s_m \in S)\ \forall(t_n \in T): W(t_n,s_m) \leq K(s_m) \geq W(s_m,t_n)$$

- ❑ Die Schaltregel-Funktion SR_S ist eine partiell definierte Funktion, für die gilt:

$$SR_S: \quad \mathcal{N}_0^M \times pot_+(T) \rightarrow \mathcal{N}_0^M$$

$$(\underline{M}_r,SS_a) \rightarrow \underline{M}_f = SR_S(SS_a,\underline{M}_r); \quad \text{sofern } AKT(SS_a,\underline{M}_r)$$

mit:

$$\forall(s_m \in S): M_f(s_m) = M_r(s_m) + \Sigma(t_n \in SS_a): W(t_n,s_m) - W(s_m,t_n)$$

$$AKT(SS_a,\underline{M}_r) :\Leftrightarrow (\forall(s_m \in S): \ldots$$

$$\Sigma(t_n \in SS_a): W(s_m,t_n) \leq M_r(s_n) \ \wedge \ M_r(s_m) \leq K(s_m) + \Sigma(t_n \in SS_a): W(s_m,t_n) - W(t_n,s_m))$$

Der Verf. präferiert das 9-Tupel STN_3 als formale Definition von Stelle/Transition-Netzen. Denn hierdurch wird die Vermengung formal- und natürlichsprachlicher Definitionskomponenten vermieden, die dem sonst üblichen 6-Tupel $STN=(S,T;F,K,W,M_0)$ für Stelle/Transition-Netze zugrundeliegt. Eine solche formal vervollständigte Definition ist jedoch in der Literatur zum Petrinetz-Konzept unbekannt. Um den Anschluß zu dieser Netzliteratur zu wahren, wird nachfolgend weiterhin vom 6-Tupel STN als Standard-Definition für Stelle/Transition-Netze ausgegangen[15)]. Erst bei der Definition der Synthetischen Netze wird der vollständige Formalisierungs-Ansatz, der in das 9-Tupel STN_3 eingeflossen ist, wiederaufgenommen. Infolge Neuschöpfung dieser Netzklasse können keine Kompatibilitätsprobleme bezüglich der etablierten Literatur eintreten.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. zu solchen Alternativkonzepten die exemplarische Erörterung der Netzplantechnik.

2) Die Petrinetz-Theorie klang bereits hinsichtlich der Axiomatisierung des Petrinetz-Konzepts an. Ebenso wurde sie im Zusammenhang mit dem topologischen Charakter von Allgemeinen Netzen gestreift. Später wird auf die Petrinetz-Theorie ausführlicher zurückgekommen.

3) Beispielsweise werden die Disjunktheits-, Existenz- und Verknüpftheitsbedingung für Stelle/Transition-Netze im allgemeinen in der gleichen Weise formal ausgedrückt, wie es in dieser Arbeit erfolgte. Dagegen wird die Aktivierungsbedingung oftmals nicht explizit notiert, sondern in die Schaltregel eingearbeitet. Die Schaltregel selbst wird zumeist explizit formal definiert, mitunter aber auch nur natürlich umschrieben. Die Gewichtungs- und die Markierungsbedingung werden kaum jemals explizit erwähnt - geschweige denn formal notiert. Die (Kopien von) Marken werden grundsätzlich nicht als formale Objekte sui generis eingeführt. Für alle voranstehend angeführten Netzkomponenten gilt aber gemeinsam: Selbst wenn sie in formaler Weise dargestellt werden, so geschieht dies jedoch niemals im 6-Tupel STN der formalen Netzdefinition. Statt dessen werden alle formalisierten zusätzlichen Komponenten durch *natürlichsprachliche* Erläuterungen zum formalen Definitionstupel hinzugefügt.

4) Strenggenommen handelt es sich bei Stelle/Transition-Netzen immer um Kopien der einen Basismarke. Darauf wurde bereits in einer früheren Anmerkung hingewiesen. Darauf wird anschließend noch zurückgekommen.

5) Nur durch die explizite Einbeziehung dieser Marke als atomares formales Objekt von Stelle/Transition-Netzen ist es möglich, später Synthetische Netze in formal konsistenter Weise als Erweiterungen von Stelle/Transition-Netzen einzuführen. Denn die dort vorgestellten strukturierten Marken lassen sich nur dann als Erweiterungen eines Objekts "Marke" darstellen, wenn dieses Objekt zuvor als Komponente von Stelle/Transition-Netzen ausgewiesen ist. Dabei wird die eine Marke von Stelle/Transition-Netzen als die Basismarke von Synthetischen Netzen ausgezeichnet.

6) Die Wahl dieses Leermengen-Symbols erklärt sich als Assoziation an die Vorstellung einer struktur- oder farblosen Marke. Diese Vorstellung wird später näher erläutert.

7) Wenn keine Mißverständnisse zu befürchten sind, wird an der vereinfachenden Diktion festgehalten, die Kopien der einen Marke kurz als "Marken" anzusprechen.

8) Die Disjunktheits- und die Existenzbedingung werden als Integritätsbedingungen 1. Ordnung bezeichnet, weil sie sich nur auf die atomaren formalen Objekte aus der Stellenmenge S und aus der Transitionenmenge T beziehen. Bei der Verknüpftheitsbedingung handelt es sich dagegen um eine Integritätsbedingung 2. Ordnung. Denn sie setzt die Netzkanten aus der Flußrelation F als zusammengesetzte formale Objekte voraus. Schließlich stellen die Markierungs- und die Gewichtungsbedingung jeweils eine Integritätsbedingung 3. Ordnung dar, da sie zusammengesetzte formale Objekte - die Bilder von Kapazitäts-, Gewichts- und Markierungsfunktion - miteinander in Beziehung setzen. Dieser hierarchische Ordnung der Integritätsbedingungen wird wiederum durch das separierende Semikolon (";") verdeutlicht. Es wurde schon in der analogen Funktion eingeführt, um zwischen den Knotenmengen S und T aus atomaren formalen Objekten und der Kantenmengen F aus zusammengesetzten formalen Objekten zu differenzieren.

9) Die Schaltregel SR stellt wie die Integritätsbedingungen 3. Ordnung Beziehungen zwischen zusammengesetzten formalen Objekten her, die als Bilder der Kapazitäts-, Gewichts- und Markierungsfunktionen definiert sind.

10) Vgl. zu Regelvarianten, die nicht äquivalent sind, die Anmerkungen zu alternativen Definitionsmöglichkeiten von Schaltvoraussetzungen sowie zu konkurrierenden Schaltstrategien. Auch die transitions- und schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen sind keineswegs in dem früher dargelegten Sinne äquivalent, daß sie jeweils dieselben Schaltvoraussetzungen und -wirkungen spezifizieren (vgl. dazu die Definition äquivalenter Schaltregel-Notationen). Daher führen sie im allgemeinen zu unterschiedlichen Erreichbarkeitsgraphen für jeweils gleiche zugrundeliegende Netze. Allerdings lassen sich die Erreichbarkeitsgraphen für transitions- und schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktionen wechselseitig ineinander transformieren, sofern im zweiten Fall alle zulässigen Schaltschritte berücksichtigt werden. Die Äquivalenz von Schaltregeln für Stelle/Transition-Netze zu untersuchen, liegt jedoch außerhalb des Erkenntnisinteresses dieser Untersuchungen.

11) Zunächst wurden die transitions- und die schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen SR_t bzw. SR_S eingeführt, die zu schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktionen SR_{Ft} bzw. SR_{FS} erweitert werden konnten. Diese vier Basisvarianten lassen sich jeweils durch die alternativen Schaltstrategien überlagern, die bereits vorgestellt wurden. Die Kombination der Basisvarianten mit allen Strategieüberlagerungen ergibt das Spektrum aller zulässigen Schaltregelvarianten für Stelle/Transition-Netze. Dieses Spektrum läßt sich noch weiter ausdifferenzieren, wenn für die einzelnen Regelvarianten noch unterschiedliche Notationsformen berücksichtigt werden. Der Verf. hat dies anhand der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t demonstriert, für die fünf notationelle Spielarten präsentiert wurden.

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Vgl. zu solchen Alternativkonzepten die exemplarische Erörterung der Netzplantechnik.

2) Die Petrinetz-Theorie klang bereits hinsichtlich der Axiomatisierung des Petrinetz-Konzepts an. Ebenso wurde sie im Zusammenhang mit dem topologischen Charakter von Allgemeinen Netzen gestreift. Später wird auf die Petrinetz-Theorie ausführlicher zurückgekommen.

3) Beispielsweise werden die Disjunktheits-, Existenz- und Verknüpftheitsbedingung für Stelle/Transition-Netze im allgemeinen in der gleichen Weise formal ausgedrückt, wie es in dieser Arbeit erfolgte. Dagegen wird die Aktivierungsbedingung oftmals nicht explizit notiert, sondern in die Schaltregel eingearbeitet. Die Schaltregel selbst wird zumeist explizit formal definiert, mitunter aber auch nur natürlich umschrieben. Die Gewichtungs- und die Markierungsbedingung werden kaum jemals explizit erwähnt - geschweige denn formal notiert. Die (Kopien von) Marken werden grundsätzlich nicht als formale Objekte sui generis eingeführt. Für alle voranstehend angeführten Netzkomponenten gilt aber gemeinsam: Selbst wenn sie in formaler Weise dargestellt werden, so geschieht dies jedoch niemals im 6-Tupel STN der formalen Netzdefinition. Statt dessen werden alle formalisierten zusätzlichen Komponenten durch *natürlichsprachliche* Erläuterungen zum formalen Definitionstupel hinzugefügt.

4) Strenggenommen handelt es sich bei Stelle/Transition-Netzen immer um Kopien der einen Basismarke. Darauf wurde bereits in einer früheren Anmerkung hingewiesen. Darauf wird anschließend noch zurückgekommen.

5) Nur durch die explizite Einbeziehung dieser Marke als atomares formales Objekt von Stelle/Transition-Netzen ist es möglich, später Synthetische Netze in formal konsistenter Weise als Erweiterungen von Stelle/Transition-Netzen einzuführen. Denn die dort vorgestellten strukturierten Marken lassen sich nur dann als Erweiterungen eines Objekts "Marke" darstellen, wenn dieses Objekt zuvor als Komponente von Stelle/Transition-Netzen ausgewiesen ist. Dabei wird die eine Marke von Stelle/Transition-Netzen als die Basismarke von Synthetischen Netzen ausgezeichnet.

6) Die Wahl dieses Leermengen-Symbols erklärt sich als Assoziation an die Vorstellung einer struktur- oder farblosen Marke. Diese Vorstellung wird später näher erläutert.

7) Wenn keine Mißverständnisse zu befürchten sind, wird an der vereinfachenden Diktion festgehalten, die Kopien der einen Marke kurz als "Marken" anzusprechen.

8) Die Disjunktheits- und die Existenzbedingung werden als Integritätsbedingungen 1. Ordnung bezeichnet, weil sie sich nur auf die atomaren formalen Objekte aus der Stellenmenge S und aus der Transitionenmenge T beziehen. Bei der Verknüpftheitsbedingung handelt es sich dagegen um eine Integritätsbedingung 2. Ordnung. Denn sie setzt die Netzkanten aus der Flußrelation F als zusammengesetzte formale Objekte voraus. Schließlich stellen die Markierungs- und die Gewichtungsbedingung jeweils eine Integritätsbedingung 3. Ordnung dar, da sie zusammengesetzte formale Objekte - die Bilder von Kapazitäts-, Gewichts- und Markierungsfunktion - miteinander in Beziehung setzen. Dieser hierarchische Ordnung der Integritätsbedingungen wird wiederum durch das separierende Semikolon (";") verdeutlicht. Es wurde schon in der analogen Funktion eingeführt, um zwischen den Knotenmengen S und T aus atomaren formalen Objekten und der Kantenmengen F aus zusammengesetzten formalen Objekten zu differenzieren.

9) Die Schaltregel SR stellt wie die Integritätsbedingungen 3. Ordnung Beziehungen zwischen zusammengesetzten formalen Objekten her, die als Bilder der Kapazitäts-, Gewichts- und Markierungsfunktionen definiert sind.

10) Vgl. zu Regelvarianten, die nicht äquivalent sind, die Anmerkungen zu alternativen Definitionsmöglichkeiten von Schaltvoraussetzungen sowie zu konkurrierenden Schaltstrategien. Auch die transitions- und schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen sind keineswegs in dem früher dargelegten Sinne äquivalent, daß sie jeweils dieselben Schaltvoraussetzungen und -wirkungen spezifizieren (vgl. dazu die Definition äquivalenter Schaltregel-Notationen). Daher führen sie im allgemeinen zu unterschiedlichen Erreichbarkeitsgraphen für jeweils gleiche zugrundeliegende Netze. Allerdings lassen sich die Erreichbarkeitsgraphen für transitions- und schaltschrittbezogene Schaltregel-Funktionen wechselseitig ineinander transformieren, sofern im zweiten Fall alle zulässigen Schaltschritte berücksichtigt werden. Die Äquivalenz von Schaltregeln für Stelle/Transition-Netze zu untersuchen, liegt jedoch außerhalb des Erkenntnisinteresses dieser Untersuchungen.

11) Zunächst wurden die transitions- und die schaltschrittbezogenen Schaltregel-Funktionen SR_t bzw. SR_S eingeführt, die zu schaltfolgenbezogenen Schaltregel-Funktionen SR_{Ft} bzw. SR_{FS} erweitert werden konnten. Diese vier Basisvarianten lassen sich jeweils durch die alternativen Schaltstrategien überlagern, die bereits vorgestellt wurden. Die Kombination der Basisvarianten mit allen Strategieüberlagerungen ergibt das Spektrum aller zulässigen Schaltregelvarianten für Stelle/Transition-Netze. Dieses Spektrum läßt sich noch weiter ausdifferenzieren, wenn für die einzelnen Regelvarianten noch unterschiedliche Notationsformen berücksichtigt werden. Der Verf. hat dies anhand der transitionsbezogenen Schaltregel-Funktion SR_t demonstriert, für die fünf notationelle Spielarten präsentiert wurden.

3.4 Ausblick auf Verfeinerungen von Stelle/Transition-Netzen

Das voranstehend erläuterte Konzept der Stelle/Transition-Netze läßt sich im Rahmen des wesentlich gehaltsreicheren allgemeinen Petrinetz-Konzepts in vielfachen Richtungen erweitern. Nachfolgend werden jedoch nur solche Modifizierungen diskutiert, welche die Ausdruckskraft von Petrinetzen bei der Modellierung von Maschinenbelegungen in Flexiblen Fertigungssystemen vergrößern. Es wird dagegen nicht beabsichtigt, das Modellierungspotential des Petrinetz-Konzepts vollständig auszuschöpfen. Ebensowenig spielt der Aspekt der Auswertungseffizienz von Netzmodellen eine Rolle. Zunächst wird also vom Primat der Modellierungsfähigkeit gegenüber der Modellierungseffizienz ausgegangen.

Der Übersichtlichkeit halber werden nur diejenigen Netzkomponenten näher dargestellt, die anläßlich der jeweils betrachteten Netzmodifizierung einer tiefgreifenden Veränderung unterliegen. Eine vollständige Integration dieser partiellen Konzeptanreicherungen erfolgt erst bei der abschließenden Vorstellung von Synthetischen Netzen.

Die Erweiterungen des Petrinetz-Konzepts erfolgen in zwei grundsätzlich verschiedenen Richtungen. Die erste zielt auf eine Bereicherung um neuartige formale Konstrukte unter Wahrung der formalen Präzision von Stelle/Transition-Netzen ab. Die neu hinzukommenden Konstrukte besitzen keine Qualität sui generis, sondern gestalten nur bereits bekannte Komponenten von Stelle/Transition-Netzen detaillierter aus. Daher erfolgt in dieser Hinsicht eine Konzept*verfeinerung*. Ihr Resultat ist das schrittweise entfaltete Konzept der Synthetischen Netze. Im Gegensatz zur arithmetischen Basis von Stelle/Transition-Netzen besitzen Synthetische Netze ein wesentlich gehaltreicheres Fundament mit algebraisch-prädikatenlogischem Charakter. Sowohl das zugrundeliegende algebraische Signaturkonzept als auch die prädikatenlogische Basis wurden in betriebswirtschaftlichen Modellierungskonzepten bisher nur selten intensiv gewürdigt. Daher wird das algebraisch-prädikatenlogische Fundament vor der intendierten Konzeptverfeinerung durch Synthetische Netze zunächst detailliert entfaltet.

Die zweite Erweiterungsperspektive betrifft dagegen eine Konzept*vergröberung*. Unter Verzicht auf formale Präzision und Detailliertheit der Konzeptkomponenten werden Stelle/Transition-Netze zu Kanal/Instanz-Netzen[1)] fortentwickelt. Trotz ihres dürftigen formalen Gehalts, der nicht einmal mehr arithmetische Sachverhalte auszudrücken gestattet, werden hier Kanal/Instanz-Netze dennoch als Erweiterungen des Petrinetz-Konzepts betrachtet. Denn sie erlauben, *inexakte* Sichtweisen von Maschinenbelegungsproblemen zu modellieren. Diese Ausdrucksmöglichkeit besitzen Stelle/Transition- und Synthetische Netze aufgrund ihrer formalen Präzision nicht.

Das Konzept Synthetischer Netze lehnt sich eng an das bereits vorliegende Konzept der Prädikat/Transition-Netze[2)] an. Dabei wird die Klasse der Prädikat/Transition-Netze als ein pars pro toto behandelt, das in dieser Arbeit alle Varianten der Höheren Netze[3)] vertritt. Unter der Gattungsbezeichnung "Höhere Netze" werden hier alle Petrinetze zusammengefaßt, die zwei - inhaltlich zusammenhängende - Anforderungen erfüllen:

- ❑ Höhere Netze verfügen über ein algebraisches[4)] oder prädikatenlogisches[5)] Ausdrucksvermögen. Die adjunktive Formulierung schließt auch den Fall einer besonders reichhaltigen, kombiniert algebraisch-prädikatenlogischen Formulierungskraft ein.
- ❑ Höhere Netze lassen neben den strukturlosen Marken, die für Stelle/Transition-Netze definiert wurden, ebenso Marken mit inneren Strukturen zu[6)].

Die Gattungsbezeichnung "Niedere Netze" wird dagegen in konträrer Weise verwendet. Sie umfaßt alle Petrinetze, die beide vorgenannten Bedingungen verletzen[7)]. Dazu gehören vor allem die Stelle/Transition-Netze[8)]. Sie besitzen weder ein algebraisches oder prädikatenlogisches Ausdrucksvermögen, noch lassen sie strukturierte Marken zu. Statt dessen bleiben sie auf die

Formulierungskraft von Arithmetik und Aussagenlogik sowie auf unstrukturierte Basismarken beschränkt.

Synthetische Netze werden trotz ihrer Anlehnung an das Konzept der Prädikat/Transition-Netze später als eine eigenständige Variante Höherer Netze entfaltet. Für diese Emanzipierung sprechen im wesentlichen vier Gründe.

Erstens wird die formale Freizügigkeit, die das Konzept der Prädikat/Transition-Netze beim Umgang mit dem Markenbegriff zuläßt, zugunsten einer strengeren "Markenontologie" eingeschränkt. Diese Begrenzung der Modellierungsfreiheit läßt sich dadurch rechtfertigen, daß eine transparente und natürliche Beziehung zwischen Netzmodellen und repräsentierten realen Produktionssystemen ermöglicht. Auf diesen Aspekt wird später in einem eigenständigen Kapitel ausführlicher eingegangen. Darüber hinaus trägt sie dazu bei, fehleranfällige Fernwirkungen von lokalen Modellierungsentscheidungen zu vermeiden.

Zweitens wird das algebraische Fundament der Prädikat/Transition-Netze deutlicher herausgearbeitet. Zumeist wird es nur im Rahmen informaler Erläuterungen von möglichen Netzbeschriftungen en passant erwähnt. Zugleich erfolgt hierbei eine Präzisierung der voranstehend angesprochenen Markenontologie. Das Signaturkonzept nimmt hierbei eine zentrale Stellung ein.

Drittens wird die algebraische Netzspezifizierung durch eine prädikatenlogische Darstellungsweise ergänzt. Hierdurch erfolgt - zunächst - keine formale Erweiterung des Netzkalküls, sondern nur eine praktische Vereinfachung. Denn die algebraische Darstellung von Prädikat/Transition-Netzen durch mehrere, miteinander verwobene Tupel und deren Explikationen erweist sich als formal aufwendig und unübersichtlich[9)]. Sie wird durch eine einheitliche und transparent strukturierte prädikatenlogische Netzrepräsentation ersetzt. Hinzu kommt, daß für die automatenunterstützte Analyse prädikatenlogischer Netzmodelle u.a. das leistungskräftige Softwarepaket PASIPP[10)] zur Verfügung steht. Daher braucht für die praktische Anwendung des hier entwickelten Modellierungskonzepts keine eigenständige Analysesoftware entwickelt zu werden. Um das Auswertungspotential des PASIPP-Pakets problemlos nutzen zu können, wird die prädikatenlogische Darstellung Synthetischer Netze von vornherein auf die Struktur und Taxonomie von PASIPP zugeschnitten[11)]. Das Softwarepaket beruht auf der Programmiersprache PROLOG[12)], die speziell für die automatengestützte Implementierung prädikatenlogischer Modellformulierungen entwickelt wurde[13)]. Es wird lediglich auf einen anderen Implementierungsdialekt (Turbo-PROLOG)[14)] Bezug genommen, als PASIPP zugrundegelegt wurde. Er erlaubt eine besonders transparente Gestaltung prädikatenlogischer Netzformulierungen[15)]. Mehrere Ansätze, Petrinetze auf PROLOG-Basis zu formulieren[16)], stellen Indizien für die grundsätzliche Eignung und erhoffte Fruchtbarkeit dieser speziellen prädikatenlogischen Implementierungsweise dar.

Schließlich erstreckt sich eine vierte Abweichung von Prädikat/Transition-Netzen auf eine Erweiterung ihrer Ausdrucksmächtigkeit um Netzkonstrukte, die von jenen Netzen entweder grundsätzlich nicht[17)] oder aber zumindest nicht unmittelbar[18)] abgedeckt werden. Diese Konstrukte ermöglichen eine weiterreichende bzw. einfachere Formulierung von Netzmodellen durch Synthetische Netze. Sie lassen sich mit Hilfe der prädikatenlogischen Netzimplementierung problemlos einführen und formal präzise definieren. Allerdings bedeuten die zusätzlichen Netzkonstrukte zugleich eine Einschränkung des algebraisch fundierten Analysepotentials von Prädikat/Transition-Netzen, da nicht alle Analyseinstrumente übertragen werden können[19)].

Diese Beeinträchtigung des Analysepotentials nimmt der Verf. aus drei Gründen in Kauf. Erstens hat er bereits früher den Primat der Modellformulierung zu Lasten der Modellauswertung im Rahmen der hier vorgelegten Untersuchungen gerechtfertigt. Zweitens bietet die prädikatenlogische Implementierung von Netzmodellen zusammen mit dem PROLOG-basierten Konzept des logischen Programmierens[20)] eine breite Palette neuartiger Analyseinstrumente. Zu einem Teil können sie die nicht mehr anwendbaren algebraischen Instrumente ersetzen[21)]; zu einem anderen Teil eröffnen sie vollkommen neuartige Analysemöglichkeiten[22)]. Daher betrachtet der Verf. den Verzicht auf algebraische Analyseinstrumente als nicht gravierend. Drittens bildet der prädikatenlogische Ansatz eine interessante Schnittstelle zwischen dem Petrinetz-Konzept einerseits und Konzepten aus dem Bereich der Künstlichen Intelligenz (KI) andererseits. Sie wird unter dem Fruchtbarkeitsaspekt später thematisiert[23)].

Aus den vorgenannten Gründen wird das Modellierungskonzept Synthetischer Netze in zweistufiger Weise gestaltet. Auf der ersten Stufe werden wesentliche Erweiterungen gegenüber Stelle/Transition-Netzen mit der Hilfe von algebraisch-prädikatenlogischen Ausdrucksmitteln eingeführt[24)]. Sie werden in einem abstrakten Definitionsschema für Synthetische Netze und in einer semi-graphischen Darstellungsweise für konkrete Netze zusammengefaßt. Definitionsschema und Darstellungsweise drücken das Kernkonzept Synthetischer Netze aus. Für dieses algebraisch-prädikatenlogische Netzkonzept werden abschließend die Schnittstellen zur Modellierung von Koordinierungsproblemen bei Flexiblen Fertigungssystemen aufgezeigt. Dabei handelt es sich einerseits um eine Methode, Synthetische Netze auf der Basis der prädikatenlogischen Programmiersprache Turbo-PROLOG in Automatischen Informationsverarbeitungssystemen zu implementieren. Andererseits wird erläutert, wie aus natürlichsprachlichen Problemumschreibungen und deren prädikatenlogischen Reformulierungen Netzmodelle in der Gestalt von Synthetischen Netzen systematisch hervorgebracht werden können.

Auf einer zweiten Konzeptstufe wird das Kernkonzept Synthetischer Netze erweitert. Überarbeitete und zusätzliche Netzkonstrukte sollen die ausdrucksstärkere oder komfortablere Modellierung von Maschinenbelegungen bei Flexiblen Fertigungssystemen ermöglichen. Dabei wird jeweils auf diejenigen Komponenten aus der ersten Stufe zurückgegriffen, welche die kompakteste oder übersichtlichste Darstellung der modifizierten bzw. neuartigen Netzkonstrukte erwarten lassen. Die Konzepterweiterungen können sich also auf die originäre algebraisch-prädikatenlogische Netzdefinition, auf die semi-graphische Netzdarstellung oder auch auf die PROLOG-basierte Netzimplementierung beziehen.

Die erste Stufe des Modellierungskonzepts wird von der Perspektive bestimmt, einen Beitrag zur Fortentwicklung des Petrinetz-Konzepts zu leisten. Sie bildet das wesentliche theoretische Fundament dieser Ausarbeitung. Es zeichnet sich durch seine durchgehende, in sich kohärente, algebraisch-prädikatenlogische Formulierung des Kernkonzepts Synthetischer Netze aus. Zugleich gewähren Synthetische Netze auf der ersten Stufe durch ihr allgemeines Definitionsschema und ihre spezielle semi-graphische Darstellungsweise den Anschluß an andere Arbeiten über das Petrinetz-Konzept. Dies gilt sowohl in definitorischer als auch in notationeller Hinsicht. Dabei stehen Bezüge zu Stelle/Transition- und zu Prädikat/Transition-Netzen im Vordergrund.

Die zweite Stufe des Modellierungskonzepts wird dagegen von der pragmatischen Ausrichtung geprägt, das Kernkonzept Synthetischer Netze an die Modellierungsbedürfnisse für die Koordinierung von Maschinenbelegungen in Flexiblen Fertigungssystemen anzupassen. Bezugspunkte der Modifikationen sind nunmehr keine anderen Netzklassen, sondern die bereits eingeführten Konstrukte aus dem Kernkonzept Synthetischer Netze. Da der pragmatische Gesichtspunkt der Modellierungsunterstützung dominiert, wird nicht mehr darauf abgezielt, einen einheitlichen, allumfassenden, aber infolgedessen auch entsprechend umfangreichen und komplexen Formalismus zu entwickeln, der alle Netzerweiterungen in ein gemeinsames Definitionsschema preßte. Da sich aber alle überarbeiteten und ergänzten Netzkonstrukte unmittelbar oder mittelbar[25)] auf die PROLOG-basierte Netzimplementierung durch das Softwarepaket PASIPP beziehen, liegt in dieser Netzimplementierung die gemeinsame Klammer aller Erweiterungen des Kernkonzepts Synthetischer Netze[26)].

Anmerkungen zum Kapitel:

1) Näheres zu Kanal/Instanz-Netzen an späterer Stelle.

2) Auf Prädikat/Transition-Netze wird an späterer Stelle ausführlicher eingegangen.

3) Ausführlichere Thematisierungen von Höheren Netzen (high level nets) finden sich bei BATTISTON (1988), S. 20ff.; REISIG (1989a), S. 1 u. 41ff.; ABEL,D. (1990), S. 35ff.
Die bedeutsamsten Vertreter der Höheren Netze stellen die bereits angesprochenen Prädikat/Transition-Netze dar. Daneben genießen auch die Gefärbten Netze eine größere Verbreitung. Auf sie wird später zurückgekommen. Eine dritte, jedoch weniger etablierte Variante der Höheren Netze stellen Relationennetze dar; vgl. dazu REISIG (1985b), S. 124ff.; REISIG (1986a), S. 147ff., insbesondere S. 151ff.

4) Das algebraische Ausdrucksvermögen wird in den anschließenden Kapiteln präzisiert.

5) Strenggenommen ist die Ausdrucksmächtigkeit der Prädikatenlogik 1. Stufe gemeint.

6) Vgl. REISIG (1989a), S. 1; ABEL,D. (1990), S. 35. Dabei spielt es keine Rolle, ob die strukturierten Marken explizit als solche thematisiert werden. Sie können ebenso in der Gestalt anderer Konstrukte - z.B. als Individuentupel - behandelt werden. Auf solche Alternativkonstrukte wird später ausführlicher eingegangen. Ebenso spielt es keine Rolle, daß strukturierte Marken des öfteren auch unter anderem Namen erörtert werden. Insbesondere rechnet dazu ihre Bezeichnung als individuelle Marken.

7) Der denkmögliche dritte Fall, in dem genau eine von den beiden o.a. Anforderungen erfüllt, die jeweils andere aber verletzt ist, wird hier nicht weiter betrachtet. Dem Verf. ist keine Netzklasse bekannt, die sich unter diesen Fall subsumieren ließe. Er rechnet auch nicht mit ihrer Existenzmöglichkeit. Denn algebraisches oder prädikatenlogisches Ausdrucksvermögen einerseits und Zulässigkeit strukturierter Marken scheinen sich gegenseitig zu bedingen. Es wird darauf verzichtet, dies hier näher zu begründen. Zur Verdeutlichung wird lediglich darauf aufmerksam gemacht, daß die (Kopien von) strukturierten Marken den zusammengesetzten formalen Objekten entsprechen, auf die algebraische Operationen angewendet werden können. Die Marken(kopien) entsprechen ebenso den Argumenten von prädikatenlogischen Formeln.

8) Daneben zählen auch Bedingung/Ereignis-Netze und Geschehnisnetze zu den Niederen Netzen.

9) Vgl. beispielsweise die präzise, aber komplizierte Darstellung bei RECK (1988), S. 81ff. i.V.m. S. 42ff.

10) PASIPP steht für: Programm zur Analyse und Simulation Prolog-beschrifteter Petri-Netze. Auf dieses Softwarepaket wird unter dem Aspekt der Implementierung von Netzmodellen noch einmal näher zurückgekommen.

11) Hinsichtlich einiger Details ließe sich die Struktur der prädikatenlogischen Formeln in PASIPP problematisieren. Sie betreffen allerdings nur Nuancen ohne wesentliche konzeptionelle Auswirkungen. Darüber hinaus rechtfertigt der Nutzen, der von einer Strukturverbesserung erwartet werden könnte, nach Einschätzung des Verf. bei weitem nicht die erheblichen Aufwendungen, die von einer Modifizierung der Softwarestruktur verursacht würden. Daher hat sich der Verf. für eine Übernahme des PASIPP-Konzepts entschieden.

12) Vgl. zur Sprache PROLOG (ursprünglich für: Programmation en Logique; später übersetzt in: Programming in Logic, Programmieren in Logik) COLMERAUER (1973); BATTANI (1973); KOWALSKI (1974), S. 573; ROUSSEL (1975); KOWALSKI (1978), S. 85ff.; FUTO (1978), S. 347ff.; CLARK,K. (1979), S. 122ff.; CLOCKSIN (1981); KOWALSKI (1982a), S. 2ff.; CLARK,K. (1982a), S. 455ff.; KOWALSKI (1983a); COLMERAUER (1983), S. 271ff.; SCHNUPP (1983), S. 86ff.; COEHO (1983), S. 38ff.; WALKER,A. (1984), S. 89ff.; STEDE (1984), S. 29ff.; SCHNUPP (1984a), S. 194ff.; SCHNUPP (1984b), S. 58ff.; NOELKE (1984), S. 108ff.; SZUBA (1984a), S. 164ff.; SZUBA (1984b), S. 370ff.; COLMERAUER (1985), S. 1296ff.; COHEN,J. (1985), S. 1311ff.; NAISH (1985), S. 720ff.; SEKI,H. (1985), S. 737ff.; APPELRATH (1985), S. 14f.; BEETZ (1986), S. 24ff.; WESTPHAL (1986), S. 227ff.; ZELEWSKI (1986a), passim, insbesondere S. 34f., 192ff. u. 1246f.; DELAHAYE (1987), S. 149ff.; BARTH,G. (1987), S. 217ff.; ESTENFELD (1987), S. 67ff.; QADAH (1987), S. 265ff.; Cordes (1988), S. 50ff.; SCHÖNFELD,W. (1988), S. 41ff.; KLEINE BÜNING (1988a), S. 57ff.; BEZEM (1988), S. 21ff.; GILOI (1989), S. 42ff.; vgl. auch die Beiträge in dem Sammelwerk CLARK,K. (1982b).
PROLOG wurde seit dem Jahr 1970 von KOWALSKI in Großbritannien an der Universität Edinburgh konzipiert. Erstmals anwendungsreif implementiert wurde sie in Frankreich an der Universität Aix-Marseille durch COLMERAUER, ROUSSEL et al. im Jahr 1972. Näheres zur historischen Entwicklung von PROLOG findet sich bei PITRAT (1977), S. 955; KOWALSKI (1983a), S. 41; KOWALSKI (1984a), S. 1ff.; SCHNUPP (1984a), S. 194ff.; NIELSEN,M. (1984b).
Seit Beginn der achtziger Jahre liegt eine fortentwickelte Version PROLOG II vor; vgl. dazu VAN CANEGHEM (1982); COLMERAUER (1982a); COLMERAUER (1983), S. 274ff.; GIANNESINI (1986); DELAHAYE (1987), S. 149ff.; PIQUE (1988), S. 4ff.; WEIJLAND (1988), S. 710.
Vgl. auch zu den prädikatenlogischen Grundlagen des Sprachkonzepts von PROLOG z.B. KOWALSKI (1970), S. 181ff.; KOWALSKI (1974), S. 569ff.; CLOCKSIN (1981) S. 207ff.; CORDES (1988), S. 37ff.

13) Da Programmiersprachen zur Implementierung von algorithmischen Konzepten auf Automatischen Informationsverarbeitungsanlagen dienen, werden sie in dieser Arbeit auch synonym als Implementierungssprachen bezeichnet.

14) Der hier zugrundegelegte Dialekt "Turbo-PROLOG" wird in PROLOG (o.J.); TOWNSEND,C. (1987), S. 25ff., und KINNEBROCK (1988), näher beschrieben.

15) Auf die Auswahlentscheidung zugunsten des Turbo-PROLOG-Dialekts wird in dieser Arbeit noch mehrfach mit bekräftigenden Argumenten zurückgekommen. Eine eher zurückhaltende Eignungsbeurteilung dieses PROLOG-Dialekts hinsichtlich der Implementierung von Petrinetzen findet sich dagegen bei FRIEDRICHS,J. (1987), S. 196.

16) Vgl. FRIEDRICHS,J. (1987), S. 171ff. u. 194ff.; NITSCHE (1988), S. 9ff. u. 45f.; vgl. darüber hinaus auch die Quellen zum Programmpaket PASIPP, die später anläßlich der Implementierung von Netzmodellen angeführt werden.

17) Dazu gehören z.B. Absorber- und Distributorkanten, Schaltprioritäten für Transitionen sowie globale Zeitattribute. Auf die vorgenannten Netzaspekte wird an späterer Stelle detailliert zurückgekommen.

18) Hiervon sind insbesondere Nulltestkanten betroffen. Sie können zwar in Prädikat/Transition-Netzen mit endlichen Markenkapazitäten für die jeweils betroffenen adjazenten Stellen mittelbar modelliert werden, indem Komplementärstellen eingeführt werden. Doch erweist sich diese Hilfskonstruktion aus dem Blickwinkel der Modellierungseinfachheit und -natürlichkeit als höchst fragwürdig. Darüber scheidet sie für Netze mit unbeschränkten Markenkapazitäten grundsätzlich aus. Hierauf wird an anderer Stelle näher eingegangen.

19) Betroffen ist vor allem die Invariantenanalyse. Der Verzicht auf dieses Analyseinstrument wird an späterer Stelle ausführlicher thematisiert.

20) Ausführliche Darstellungen des logischen Programmierens finden sich z.B. bei KOWALSKI (1974), S. 569ff.; KOWALSKI (1978), S. 77ff.; VAN EMDEN (1977), S. 266ff.; KOWALSKI (1979a), S. 424ff.; KOWALSKI (1979b); CLOCKSIN (1981), S. 225ff.; KOWALSKI (1982a), S. 1ff.; APT (1982), S. 841ff.; KOWALSKI (1983a), S. 1ff.; KOWALSKI (1983b), S. 133ff.; KOWALSKI (1984a), S. 1ff. (in historiographischer Ausrichtung); KOWALSKI (1984b), S. 1ff.; LLOYD (1984); NIELSEN,M. (1984b); GENESERETH (1985), S. 933ff.; LEVI,G. (1986), S. 396ff., insbesondere S. 407ff.; BEETZ (1986), S. 38f.; KOWALSKI (1987a), S. 128ff.; KLEINE BÜNING (1988a), S. 56ff., mit einer ausführlichen Darstellung von Schwächen und Fortentwicklungsperspektiven der logischen Programmierung; BEZEM (1988), S. 15ff.; MURATA,TA. (1988b), S. 481f.; vgl. auch die Beiträge in dem Sammelwerk WADA (1986).

21) Dies gilt z.B. für die Erreichbarkeitsanalyse aufgrund der Konstruktion und Auswertung von Erreichbarkeitsgraphen, aus der die gleichen Erkenntnisse wie aus einer Invariantenanalyse gezogen werden können.

22) Beispielsweise können Integritätsbedingungen für Netzmodelle als Fakten definiert und - gegebenenfalls - Situationen identifiziert werden, in denen die Modellintegrität nicht mehr gewährleistet ist.

23) Vgl. dazu die Ausführungen zur Integration von Produktionsregelsystemen in das Konzept der Makrotransitionen sowie die Anmerkungen zu Perspektiven zukünftiger Konzeptentwicklungen.

24) Die algebraisch-prädikatenlogische Formulierung Synthetischer Netze stellt keineswegs die einzige denkmögliche Darstellungsweise dar. Vielmehr bestehen grundsätzlich weitere Formulierungsoptionen. So hat der Verf. in einer früheren Konzipierungsphase Synthetische Netze als arithmetisches Kalkül formuliert; vgl. ZELEWSKI (1988e). Die formale Netzdefinition, die sich über mehr als 30 Seiten erstreckte, stellte sich allerdings als derart voluminös und intransparent heraus, daß der Verf. diesen arithmetischen Ansatz nicht weiter verfolgte und zu den wesentlich leistungsfähigeren Ausdrucksmitteln der Algebra und Prädikatenlogik überging.

25) Eine mittelbare Umsetzung von Netzerweiterungen in PROLOG-basierte PASIPP-Konstrukte kann immer dann erfolgen, wenn die Erweiterungen selbst als modifizierte oder neuartige Komponenten des Definitionsschemas Synthetischer Netze oder ihrer semigraphischen Darstellungsweise eingeführt wurden. Denn für die letztgenannten wird zum Abschluß des Kernkonzepts Synthetischer Netze eine entsprechende PROLOG-Implementierung im Kontext des Softwarepakets PASIPP präsentiert. Daher lassen sich die Definitions- oder Darstellungsvariationen mittelbar in entsprechende Implementierungsvariationen transformieren. Solange diese Umsetzungen rein informationstechnischen Charakter besitzen, ohne zu neuen konzeptionellen Einsichten zu führen, werden sie in dieser Arbeit nicht weiter thematisiert.

26) Diese Bezugnahme auf die Netzimplementierung entspricht auch der pragmatischen Ausrichtung der zweiten Stufe des Modellierungskonzepts. Denn der praktische Umgang mit Netzmodellen, die mit der Hilfe von Synthetischen Netzen erstellt wurden, erfordert im allgemeinen deren Implementierung auf einem Automatischen Informationsverarbeitungssystem.

Literaturverzeichnis zu Band 3

Vorbemerkungen:

- Jedes Werk wird durch die Angabe eines Referenztitels (1. Zeile) und durch seine bibliographischen Angaben (folgende Zeilen) aufgeführt. In den Quellenangaben dieser Arbeit wird immer auf den Referenztitel Bezug genommen.

- Die Referenztitel bestehen nur aus den Autorennachnamen und den Erscheinungsjahren, solange hierdurch eine eindeutige Identifizierung der jeweils zugehörigen Werke möglich ist. Andernfalls dienen zusätzliche - abgekürzte - Autorenvornamen oder alphabetische Zusätze zu den Erscheinungsjahren der eindeutigen Identifizierung.

- Um eine einheitliche Quellenangabe in allen Bänden des Projekts PEMOPS zu gewährleisten, bezieht sich die eindeutige Identifizierung durch Autorenvornamen und alphabetische Zusätze zu den Erscheinungsjahren auf den Gesamtkorpus aller verarbeiteten Quellen. Daher kann es dazu kommen, daß innerhalb eines Bandes Lücken klaffen. Sie resultieren daraus, daß die scheinbar fehlenden Quellen im Gesamtkorpus zwar enthalten sind, aber im jeweils betroffenen Band nicht verwendet wurden.

- Die Titel fremdsprachlicher Werke werden grundsätzlich in der Notation des Originals wiedergegeben. Allerdings gelten drei Ausnahmen:
  - Titel, die sich nicht mit dem deutschsprachigen Alphabet ausdrücken lassen, werden in ihrer lautsprachlichen Umschreibung durch das deutschsprachige Alphabet wiedergegeben. Dies gilt insbesondere für Werke mit chinesischen oder kyrillischen Schriftzeichen.
  - Falls die Titel im Original durchgängig mit Großbuchstaben dargestellt werden, erfolgt hier eine Notation in der jeweils sprachspezifischen Groß-/Kleinschreibung von Titeln. Dies trifft vor allem auf anglophone Werke zu, in deren Titeln die jeweils sinnbestimmenden Worte durch Großbuchstaben eingeleitet werden.
  - Accents und andere diakritische Zeichenbestandteile, die nicht im deutschsprachigen Alphabet enthalten sind, werden grundsätzlich ausgelassen.

- In das Literaturverzeichnis wurden alle Quellen aufgenommen, auf die in den Anmerkungen zum laufenden Text verwiesen wurde.

- Weitere Publikationen, die sich auf die Thematik des Petrinetz-Konzepts beziehen, aber in den vorgenannten Quellen nicht angesprochen wurden, finden sich im Band 10 des Projekts PEMOPS zur Petrinetz-Literatur.

- Die Literaturauswertung wurde 1992 abgeschlossen (vgl. das Vorwort in Band 1).

Abel,D. (1990)
Abel,D.: Petri-Netze für Ingenieure - Modellbildung und Analyse diskret gesteuerter Systeme, Berlin - Heidelberg - New York 1990.

Ackermann,W. (1957)
Ackermann,W.: Philosophische Bemerkungen zur mathematischen Logik und zur mathematischen Grundlagenforschung; in: Ratio, (1.) Jg. 1957/58, Heft 1, S. 1-20.

Agerwala (1978a)
Agerwala,T.: Some Applications of Petri Nets; in: Tranter,W.H. (Hrsg.): Proceedings of the National Electronics Conference, Vol. 32, 16.-18.-10.1978 in Chicago, Oak Brook 1978, S. 149-154.

Agerwala (1978b)
Agerwala,T.; Choed-Amphai,Y.-C.: A Synthesis Rule for Concurrent Systems; in: o.V.: Proceedings of the 15th Design Automation Conference, im Juni 1978 in Las Vegas, New York 1978, S. 305-311.

Agerwala (1979)
Agerwala,T.: Putting Petri Nets to Work; in: Computer, Vol. 12 (1979), No. 12, S. 85-94.

Albert,H. (1980a)
Albert,H.: Traktat über kritische Vernunft, 4. Aufl., Tübingen 1980.

Albert,H. (1987)
Albert,H.: Kritik der reinen Erkenntnislehre - Das Erkenntnisproblem in realistischer Perspektive, Tübingen 1987.

Appelrath (1985)
Appelrath,H.-J.: Die Erweiterung von DB- und IR-Systemen zu Wissensbasierten Systemen; in: Nachrichten für Dokumentation, 36. Jg. (1985), S. 13-21.

Apt (1982)
Apt,K.R.; van Emden,M.H.: Contributions to the Theory of Logic Programming; in: Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 29 (1982), S. 841-862.

Backhausen (1974)
Backhausen,W.J.: Über einige allgemeine Forderungen an einen wissenschaftlichen Erkenntnisbegriff; in: Ungeheuer,G. (Hrsg.): Kommunikationsforschung und Phonetik - Festschrift zum fünfzigjährigen Bestehen des Instituts für Kommuniaktionsforschung und Phonetik der Universität Bonn, Hamburg 1974, S. 27-44.

Back-Hock (1991a)
Back-Hock,A.: Perspektiven für die DV-Unterstützung des Controlling; in: Controlling, 3. Jg. (1991), Heft 2, S. 94-99.

Bandler (1978)
Bandler,W.; Colchester,U.K.: Some Esomathematical Uses of Category Theory; in: Klir,G.J. (Hrsg.): Applied General Systems Research, Proceedings of the NATA International Conference, 15.-19.08.1977 in Binghamton, New York 1978, S. 243-255.

Barth,G. (1987)
Barth,G.: Prolog: Programmieren auf der Basis von Logik; in: Informationstechnik, 29. Jg. (1987), S. 217-226.

Battani (1973)
Battani,G.; Meloni,H.: Interpreteur du langage de programmation PROLOG, Groupe de Recherche en Intelligence Artificielle, Faculte des Sciences de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Marseille 1973.

Battiston (1988)
Battiston,E.; De Cindio,F.; Mauri,G.: OBJSA Nets: a class of high-level nets having objects as domains; in: Rozenberg,G. (Hrsg.): Advances in Petri Nets 1988, Lecture Notes in Computer Science 340, Berlin - Heidelberg - New York ... 1988, S. 20-43.

Bauer,F. (1981)
Bauer,F.L.; Wössner,H.: Algorithmische Sprache und Programmentwicklung, Berlin - Heidelberg - New York 1981.

Bauer,F. (1989)
Bauer,F.L.: 100 Jahre Peano-Zahlen; in: Informatik-Spektrum, Bd. 12 (1989), S. 340-341.

Beer,S. (1966)
Beer,S.: Decision and Control - The Meaning of Operational Research and Management Cybernetics, London - New York - Sydney 1966.

Beer,S. (1979)
Beer,S.: The Heart of Enterprise - The Managerial Cybernetics of Organization, Companion volume to: Brain of the Firm, Chichester - New York - Brisbane - Toronto 1979.

Beetz (1986)
Beetz,M.: Wissensrepräsentationstechniken und Inferenzmaschinen - ein klassifizierender Überblick, Forschungsbericht FB-TA-85-14, WISDOM-Verbundprojekt/Triumph-Adler AG, o.O. (Nürnberg) 1986.

Beierle (1988a)
Beierle,C.: Semantische Aspekte des algebraischen Programmierens; in: Informationstechnik, 30. Jg. (1988), S. 446-455.

Bekhi (1989)
Bekhi,N.; Tavares,S.E.: An Integratred Approach To Protocol Design; in: o.V.: Proceedings of the IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, 01.-02.06.1989 in Victoria, New York 1989, S. 244-248.

Bell,J. (1986a)
Bell,J.L.: From Absolute to Local Mathematics; in: Synthese, Vol. 69 (1986), S. 409-426.

Bernstein (1980)
Bernstein,P.A.; Shipman,D.W.; Rothnie,J.B.: Concurrency Control in a System for Distributed Databases (SDD-1); in: ACM Transactions on Database Systems, Vol. 5 (1980), S. 18-51.

Best,E. (1977)
Best,E.: A Theorem on the Characteristics of Non-sequential Processes, Technical Report No. 116, Computing Laboratory, University Newcastle upon Tyne, Newcastle upon Tyne 1977.

Best,E. (1980a)
Best,E.: Atomicity of Activities; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 225-250.

Best,E. (1980d)
Best,E.: A theorem on the characteristics of non-sequential processes; in: Annales Societatis Mathematicae Polonae, Series 4: Fundamenta Informaticae Vol. 3 (1980), S. 77-94.

Best,E. (1982e)
Best,E.; Merceron,A.: Discreteness, K-Density and D-Continuity of Occurence Nets; in: Cremers,A.B.; Kriegel,H.P. (Hrsg.): Theoretical Computer Science, 6th GI-Conference, 5.-7.01.1983 in Dortmund, Lecture Notes in Computer Science 145, Berlin - Heidelberg - New York 1982, S. 73-83.

Best,E. (1982f)
Best,E.; Merceron-Brecht,A.: Some Properties of Non-Sequential Processes, ISF-Report 82.07 am Institut für Informationssystemforschung der Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1982.

Best,E. (1985c)
Best,E.; Devillers,R.: Concurrent Behaviour: Sequences, Processes and Programming Languages, GMD-Studien Nr. 99, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1985.

Best,E. (1985e)
Best,E.; Fernandez,C.: Notations and Terminology on Petri Net Theory; in: Special Interest Group "Petri Nets and Related System Models" (Gesellschaft für Informatik), Newsletter 20 (1985), Special Issue on Notations and Terminology, S. 1-15.

Best,E. (1985g)
Best,E.; Fernandez,C.; Plünnecke,H.: Concurrent Systems and Processes - Final Report on the Foundational Part of the Project BEGRUND, GMD-Studien Nr. 104, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1985.

Bezem (1988)
Bezem,M.: Logic Programming and PROLOG; in: CWI Quarterly, Vol. 1 (1988), No. 3, S. 15-29.

Blightman (1986)
Blightman,R.J.: Simulation in manufacturing; in: Eanes,R.D. (Hrsg.): Advanced Manufacturing Systems, Proceedings of the AMS'86 Exposition and Conference, 24.-26.06.1986 in Chicago, Berlin - Heidelberg - New York ... 1986, S. 733-744.

Bretschneider (1980c)
Bretschneider,G.: Petri Heil! Folge 3; in: Computerwoche, Jg. 1980, Nr. 26, S. 41-42.

Brüggemann (1991)
Brüggemann,U.: Integriertes Bedienfeld - ein neuer Weg der Informationsverarbeitung an der Werkzeugmaschine; in: Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung und Automatisierung, 86. Jg. (1991), S. 226-229.

Bucher (1987)
Bucher,T.G.: Einführung in die angewandte Logik, Berlin - New York 1987.

Burkhard (1982a)
Burkhard,H.-D.: On Fairness in Petri Nets; in: o.V.: Berichte vom 20. Mathematischen Kolloquium in Rostock, o.O. 1982, S. 85-96.

Byrn (1974)
Byrn,W.H.: Sequential Processes, Deadlocks, and Semaphore Primitives, Dissertation, Department of Applied Mathematics, Harvard University, Cambridge (Massachusetts) 1974.

Carnap (1960a)
Carnap,R.: Einführung in die symbolische Logik, 2. Aufl., Wien 1960.

Carnap (1968)
Carnap,R.: Logische Syntax der Sprache, 2. Aufl., Wien - New York 1968.

Carstensen (1982)
Carstensen,H.: Fairness bei Petrinetzen mit unendlichem Verhalten, Bericht Nr. 93 am Fachbereich Informatik, Universität Hamburg, Hamburg 1982.

Carstensen (1983a)
Carstensen,H.; Valk,R.: Infinite Behaviour and Fairness in Petri Nets; in: o.V.: Papers presented at the 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, 26.-29.09.1983 in Toulouse, o.O. 1983, S. 104-123.

Clark,K. (1979)
Clark,K.L.; McCabe,F.G.: The Control Facilities of IC-PROLOG; in: Michie,D. (Hrsg.): Expert Systems in the Micro-electronic Age, Proceedings of the 1979 AISB Summer School, Edinburgh 1979, S. 122-149.

Clark,K. (1982a)
Clark,K.L.; McCabe,F.G.; Hammond,P.: PROLOG: A Language for Implementing Expert Systems; in: Hayes,J.E.; Michie,D.; Pao,Y.-H. (Hrsg.): Machine Intelligence 10: Intelligent Systems - Practice and Perspective, New York - Chichester - Brisbane ... 1982, S. 455-470.

Clark,K. (1982b)
Clark,K.L.; Tärnlund,S.-A. (Hrsg.): Logic Programming, enthält u.a.: Selected and revised papers presented at the First International Workshop on Logic Programming, 1980 in Debrecen, London - New York - Paris ... 1982.

Clocksin (1981)
Clocksin,W.F.; Mellish,C.S.: Programming in Prolog, Berlin - Heidelberg - New York 1981.

Coeho (1983)
Coeho,H.: PROLOG: A Programming Tool for Logical Domain Modeling; in: Sol,H.G. (Hrsg.): Processes and Tools for Decision Support, Proceedings of the Joint IFIP WG 8.3/IASA Working Conference on Processes and Tools for Decision Support, 19.-21.07.1982 in Laxenburg, Amsterdam - New York - Oxford 1982, S. 37-45.

Cohen,E. (1975)
Cohen,E.S.: A Semantic Model For Parallel Systems With Scheduling; in: o.V.: Conference Record of the 2nd ACM Symposium on Principles of Programming Languages, 20.-22.01.1975 in Palo Alto, Palo Alto 1975, S. 87-94.

Cohen,J. (1985)
Cohen,J.: Describing Prolog by its Interpretation and Compilation; in: Communications of the ACM, Vol. 28 (1985), S. 1311-1324.

Colmerauer (1973)
Colmerauer,A.; Kanoui,H.; Pasero,R.; Roussel,P.: Un systeme de communication homme-machine en francais, Rapport (preliminaire), Groupe (de Recherche en) Intelligence Artificielle, Faculte des Sciences de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Marseille 1973 (preliminaire: 1972).

Colmerauer (1982a)
Colmerauer,A.: Prolog II Reference Manual and Theoretical Model, Groupe (de Recherche en) Intelligence Artificielle, Faculte des Sciences de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Marseille 1982.

Colmerauer (1983)
Colmerauer,A.; Kanoui,H.; van Caneghem,M.: Prolog, bases theoriques et developpements actuels; in: T.S.I. - Technique et Science Informatiques, Vol. 2 (1983), S. 271-311.

Colmerauer (1985)
Colmerauer,A.: Prolog in 10 Figures; in: Communications of the ACM, Vol. 28 (1985), S. 1296-1298.

Cordes (1988)
Cordes,R.; Kruse,R.; Langendörfer,H.; Rust,H.: Prolog - Eine methodische Einführung, Braunschweig - Wiesbaden 1988.

Cox,L. (1978)
Cox,L.A.: Predicting Concurrent Computer System Performance Using Petri-Net Models; in: o.V.: Proceedings of the ACM Annual National Conference, 4.-6.12.1978, Washington 1978, S. 901-906.

Crespi-Reghizzi (1974)
Crespi-Reghizzi,S.; Mandrioli,D.: Petri Nets and Commutative Grammars, Rapporto interno n. 74-5 am Laboratorio di Calcolatori, Istituto di Elettrotecnica ed Elettronica, Politecnico di Milano, Mailand 1974.

Crowley (1975)
Crowley,C.P.; Noe,J.D.: Interactice Graphical Simulation Using Modified Petri Nets; in: Highland,H.J. (Hrsg.): Proceedings of the Symposium on the Simulation of Computer Systems, Special Interest Group on Simulation (ACM), 12.-14.08.1975, New York 1975, S. 177-184.

Cugini (1989)
Cugini,U.; Rizzi,C.: Design of a UIMS for CIM Applications; in: Kochan,D.; Olling,G. (Hrsg.): Software for Manufacturing, Proceedings of the Seventh International IFIP/IFAC Conference on Software for Computer Integrated Manufacturing, PROLAMAT'88, 14.-17.06.1988 in Dresden, Amsterdam - New York - Oxford ... 1989, S. 89-101.

Czaja (1980)
Czaja,L.: Deadlock and Fairness in Parallel Schemas: A Set-Theoretic Characterization and Decision Problems; in: Information Processing Letters, Vol. 10 (1980), S. 234-239.

Dauben (1983)
Dauben,J.W.: Georg Cantor und die Mächtigkeit der Mengen; in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1983), Heft 8, S. 112-122.

Davis,M. (1958)
Davis,M.: Computability and Unsolvability, New York - Torornto - London 1958.

Davis,M. (1973a)
Davis,M.: Hilbert's Tenth Problem is Unsolvable; in: The American Mathematical Monthly, Vol. 80 (1973), S. 233-269.

Davis,R. (1981)
Davis,R.; Smith,R.G.: Negotiation as a Metaphor for Distributed Problem Solving, A.I. Memo No. 624, Artificial Intelligence Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Massachusetts) 1981.

Davis,R. (1983)
Davis,R.; Smith,R.G.: Negotiation as a Metaphor for Distributed Problem Solving; in: Artificial Intelligence, Vol. 20 (1983), S. 63-109. (Anmk. des Verf.: geringfügig überarbeitete Version von Davis,R. (1981).)

De Cindio (1982)
De Cindio,F.; De Michelis,G.; Pomello,L.; Simone,S.: Superposed Automata Nets; in: Girault,C.; Reisig,W. (Hrsg.): Application and Theory of Petri Nets, Selected Papers from the First and the Second European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, 23.-26.09.1980 in Strasbourg bzw. 28.-30.09.1981 in Bad Honnef, Informatik-Fachberichte 52, Berlin - Heidelberg - New York 1982, S. 269-279.

Delahaye (1987)
Delahaye,J.-P.: Formal Methods in Artificial Intelligence, Oxford 1987.

Diemer (1967a)
Diemer,A.: Ontologie; in: Diemer,A.; Frenzel,I. (Hrsg.): Philosophie, Frankfurt 1967, S. 209-240.

DIN 5474 (1973)
Deutscher Normenausschuß - Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen (Hrsg.): DIN 5474, Zeichen der mathematischen Logik, Berlin - Köln 1973.

Diruf (1983)
Diruf,G.: Strategisch-logistische Müllentsorgungs-Planung mit einem lernorientierten Modellsystem; in: Bühler,W.; Fleischmann,B.; Schuster,K.P.; Streitferdt,L.; Zander,H. (Hrsg.): Operations Research Proceedings 1982, DGOR - Vorträge der 11. Jahrestagung, 22.-24.09.1982 in Frankfurt, Berlin - Heidelberg - New York 1983, S. 237-247.

Diruf (1984)
Diruf,G.: Modell- und computergestützte Gestaltung physischer Distributionssysteme; in: Albach,H. (Schriftleitung): Unternehmensführung und Logistik, Ergänzungsheft 2/84 zu: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Wiesbaden 1984, S. 114-130.

Dittrich,G. (1989b)
Dittrich,G.; Evertz-Jägers,B.: Der Kanal-Instanz-Netz Editor KINED - Ein Tool zur Unterstützung einer methodischen Systemmodellierung mit Hilfe von hierarchisch dargestellten Kanal-Instanz-Netzen, Forschungsbericht Nr. 308, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund, Dortmund o.J. (1989).

Dörnhöfer (1991)
Dörnhöfer,K.: Graphische Modellierung betriebswirtschaftlicher Strukturen; in: Biethahn,J.; Hummeltenberg,W.; Schmidt,B. (Hrsg.): Simulation als betriebliche Entscheidungshilfe, Band 2, Berlin - Heidelberg - New York ... 1991, S. 125-136.

Domschke (1991)
Domschke,W.; Drexl,A.: Kapazitätsplanung in Netzwerken - Ein Überblick über neuere Modelle und Verfahren; in: Operations Research-Spektrum, Bd. 13 (1991), S. 63-76.

Ehrig (1985a)
Ehrig,H.; Mahr,B.: Fundamentals of Algebraic Specification 1 - Equations and Initial Semantics, Berlin - Heidelberg - New York ... 1985.

Eloranta (1988)
Eloranta,E.: User Interface; in: Rolstadas,A. (Hrsg.): Computer-Aided Production Management, Berlin - Heidelberg - New York ... 1988, S. 181-199.

Esser,H. (1977a)
Esser,H.; Klenovits,K.; Zehnpfennig: Wissenschaftstheorie 1: Grundlagen und Analytische Wissenschaftstheorie, Stuttgart 1977.

Essler (1982a)
Essler,W.K.: Wissenschaftstheorie I - Definition und Reduktion, 2. Aufl., Freiburg - München 1982.

Estenfeld (1987)
Estenfeld,K.: Prolog-Implementierungen - Konzepte und Realisierungen; in: Informatik-Spektrum, Bd. 10 (1987), S. 67-78.

Falster (1987)
Falster,P.: A Data-Driven Simulator; in: Yoshikawa,H.; Burbidge,J.L. (Hrsg.): New Technologies for Production Management Systems, Proceedings of the IFIP TC 5/WG 5.7 Working Conference on New Technologies for Production Management Systems, 01.-03.10.1986 in Tokyo, Amsterdam - New York - Oxford ... 1987, S. 243-266.

Fehling (1990a)
Fehling,R.: Hierarchische Petrinetze - Idee und grundlegende Struktur, Forschungsbericht Nr. 344, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund, Dortmund 1990.

Fehling (1990b)
Fehling,R.; Zelewski,S.: Schriftwechsel zur Thematik "Schaltverhalten von Petrilab", Dortmund - Köln 1990.

Fernandez (1975)
Fernandez,C.: Net Topology I, Interner Bericht ISF-75-9, Institut für Informationssystemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1975.

Fernandez (1976a)
Fernandez,C.: Net Topology II, Interner Bericht ISF-76-2, Institut für Informationssystemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1976.

Fidelak (1988b)
Fidelak,M.; Lischka,C.; Voß,H.: Repräsentation der Dynamik technisch-physikalischer Systeme; in: Hoschka,P. (Hrsg.): Forschungsgruppe Expertensysteme - Aus der Arbeit der Forschungsgruppe Expertensysteme, Arbeitspapiere der GMD 337, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1988, 5. Beitrag.

Finkel (1987b)
Finkel,A.: A Generalization of the Procedure of Karp and Miller to Well Structured Transition Systems; in: Ottmann,T. (Hrsg.): Automata, Languages and Programming, 14th International Colloquium, 13.-17.07.1987 in Karlsruhe, Proceedings, Lecture Notes in Computer Science 267, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 499-508.

Fle (1983)
Fle,M.-P.; Roucairol,G.: Fair Serializability of Iterated Transactions Using FIFO-Nets; in: o.V.: Papers presented at the 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, 26.-29.09.1983 in Toulouse, o.O. 1983, S. 167-186.

Fraenkel (1930)
Fraenkel,A.: Die heutigen Gegensätze in der Grundlegung der Mathematik; in: Erkenntnis, 1. Bd. (1930/31), S. 286-302.

Frank,J. (1976)
Frank,J.: Selektion von Standard-Software, Kriterien und Methoden zur Beurteilung und Auswahl von Software-Produkten, Dissertation, Universität Köln, Köln 1976.

Franksen (1979)
Franksen,O.I.; Falster,P.; Evans,F.J.: Qualitative Aspects of Large Scale Systems - Developing Design Rules Using APL, Lecture Notes in Control and Information Sciences 17, Berlin - Heidelberg - New York 1979.

Friedrichs,J. (1987)
Friedrichs,J.: Expertensystemansatz zum Entwurf verteilter Systeme, Mitteilung DFVLR-Mitt. 87-16, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, zugleich Diplom-Arbeit, Institut für Flugmechanik, Technische Universität Braunschweig, Köln 1987.

Futo (1978)
Futo,I.; Darvas,F.; Szeredi,P.: The Application of PROLOG to the Development od QA and DBM Systems; in: Gallaire,H.; Minker,J. (Hrsg.): Logic and Data Bases, New York - London 1978, S. 347-376.

Gandy (1980)
Gandy,R.: Church's Thesis and Principles for Mechanisms; in: Barwise,J.; Keisler,H.J.; Kunen,K. (Hrsg.): The Kleene Symposium, Proceedings of the Symposium, 18.-24.06.1978 in Madison, Amsterdam - New York - Oxford 1980, S. 123-148.

Geller (1987)
Geller,J.; Schapiro,C.: Graphical Deep Knowledge for Intelligent Machine Drafting; in: o.V.: IJCAI 87, Proceedings of the Tenth International Joint Conference on Artificial Intelligence, 23.-28.08.1987 in Mailand, o.O. (Los Altos) 1987, Vol. 1, S. 545-551.

Genesereth (1985)
Genesereth,M.R.; Ginsberg,M.L.: Logic Programming; in: Communications of the ACM, Vol. 28 (1985), S. 933-941.

Genrich (1973b)
Genrich,H.J.: Formale Eigenschaften des Entscheidens und Handelns, Interner Bericht 09/73-11-29, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1973.

Genrich (1976b)
Genrich,H.J.: The Petri Net Representation of Mathematical Knowledge, Interner Bericht ISF-76-5, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1976.

Genrich (1980a)
Genrich,H.J.; Lautenbach,K.; Thiagarajan,P.S.: Elements of General Net Theory; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg -New York 1980, S. 21-164.

Genrich (1980b)
Genrich,H.J.; Stankiewicz-Wiechno,E.: A Dictionary of Some Basic Notions of Net Theory; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg -New York 1980, S. 519-531.

Genrich (1980c)
Genrich,H.J.; Lautenbach,K.; Thiagarajan,P.S.: Substitution Systems - A Family of System Models Based on Concurrency; in: Dembinski,P. (Hrsg.): Mathematical Foundations of Computer Science 1980, Proceedings of the 9th Symposium, 1.-5.09.1980 in Rydzyna, Lecture Notes in Computer Science 88, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 698-723.

Genrich (1988b)
Genrich,H.J.: Equivalence Transformations of PrT-Nets; in: o.V.: Application and Theory of Petri Nets - 9th European Workshop, 22.-24.06.1988 in Venedig, o.O. 1988, Vol. I, S. 229-248.

Genrich (1990b)
Genrich,H.: High Level Nets, Invited Talk, gehalten am 27.06.1990 in Paris anläßlich: 11th International Conference on Application and Theory of Petri Nets, 27.-29.06.1990 in Paris.

Gentzen (1936)
Gentzen,G.: Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie.; in: Mathematische Annalen, 112. Bd. (1935/36), S. 493-565.

Gentzen (1938)
Gentzen,G.: Die gegenwärtige Lage in der mathematischen Grundlagenforschung - Neue Fassung des Widerspruchfreiheitsbeweises für die reine Zahlentheorie, Leipzig 1938.

Georgeff (1986)
Georgeff,M.P.: The Representation of Events in Multiagent Domains; in: o.V.: Proceedings AAAI-86, Fifth International Conference on Artificial Intelligence, 11.-15.08.1986 in Philadelphia, Los Altos 1986, Vol. 1, S. 70-75.

Gericke,H. (1963)
Gericke,H.: Theorie der Verbände, Mannheim 1963.

Gethmann (1980b)
Gethmann,C.F.: Die Logik der Wissenschaftstheorie; in: Gethmann,C.F. (Hrsg.): Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens, Frankfurt 1980, S. 15-42.

Giannesini (1986)
Giannesini,F.; Kanoui,H.; Pasero,R., van Caneghem,M.: Prolog (deutsche Übersetzung der französischen Originalausgabe, Paris 1985), Bonn - Reading - Menlo Park ... 1986.

Giloi (1989)
Giloi,K.: The FIRST Parallel Operating Prolog Engine; in: o.V.: Jahresbericht 1988 - Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH, Sankt Augustin 1989, S. 42-54.

Girault (1982a)
Girault,C.: Modelisation des Systemes Paralleles, D.E.A. de Systemes Informatiques, Institut de Programmation, Universite Pierre et Marie Curie, Paris 1982.

Glover (1990)
Glover,F.; Klingman,D.; Phillips,N.: Netform Modeling and Applications; in: Interfaces, Vol. 20 (1990), No. 4, S. 7-27.

Gödel (1931)
Gödel,K.: Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I; in: Monatshefte für Mathematik und Physik, 38. Bd. (1931), S. 173-198.

Gomez,P. (1975)
Gomez,P.; Malik,F.; Oeller,K.-H.: Systemmethodik - Grundlagen einer Methodik zur Erforschung und Gestaltung komplexer soziotechnischer Systeme, Gemeinschaftsdissertation, Hochschule Sankt Gallen, Bern 1975.

Gomez,P. (1978)
Gomez,P.: Die kybernetische Gestaltung des Operations Managements - Eine Systemmethodik zur Entwicklung anpassungsfähiger Organisationsstrukturen, Bern - Stuttgart 1978.

Gostelow (1975)
Gostelow,K.P.: Computation Modules and Petri Nets; in: o.V.: Proceedings of the 3rd IEEE-ACM Milwaukee Symposium on Automatic Computation and Control, New York 1975, S. 345-353.

Graber (1987)
Graber,K.A.; Müller,M.; Ulrich,H.: Simulation einer Produktionsanlage - Vergleich von Programm- und Kanban-Steuerung; in: Halin,J. (Hrsg.): Simulationstechnik. 4. Symposium Simulationstechnik, Proceedings, 9.-11.09.1987 in Zürich, Informatik-Fachberichte 150, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 587-594.

Grabowski,J. (1979c)
Grabowski,J.: Miscellaneous Results on Vector Addition Systems; in: Budach,L. (Hrsg.): Fundamentals of Computation Theory - FCT'79, Proceedings of the Conference on Algebraic, Arithmetic, and Categorial Methods in Computation Theory, 17.-21.09.1979 in Berlin (Ost), Berlin (Ost) 1979, S. 146-152.

Grabowski,J. (1980c)
Grabowski,J.: Lineare Methoden in der Theorie der Vektoradditionssysteme (III), Bericht PSF 1297, Sektion Mathematik, Humboldt-Universität Berlin (Ost), Berlin (Ost) 1980.

Gupta,J. (1977)
Gupta,J.N.D.: Management Science Implementation: Experiences of a Practicing O.R. Manager; in: Interfaces, Vol. 7 (1977), No. 3, S. 84-90.

Hack,M. (1972)
Hack,M.H.: Analysis of Production Schemata be Petri Nets, Master of Science Thesis, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Technical Report TR-94, Project MAC, Cambridge (Massachusetts) 1972.

Hack,M. (1975a)
Hack,M.H.T.: Decidability Questions For Petri Nets, Dissertation, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Massachusetts) 1975.

Hackmann (1981)
Hackmann,o.Vn. (W.K.); Buchholz,o.Vn.: Petrinetze zur Kommunikation; in: Online, 19. Jg. (1981), Heft 5, S. 372.

Hackmann (1982)
Hackmann,W.K.: Systementwicklung mit Petrinetzen PET/PEM/PES: Ein Überblick, Bericht ZT ZTI SDF 1 der Siemens AG, München 1982.

Hagerup (1990)
Hagerup,T.: Neue Algorithmen für das Maximum-Flow-Problem; in: Reuter,A. (Hrsg.): GI - 20. Jahrestagung II, Informatik auf dem Weg zum Anwender, 08.-12.10.1990 in Stuttgart, Proceedings, Informatik-Fachberichte 258, Berlin - Heidelberg - New York ... 1990, S. 507-516.

Han (1979)
Han,Y.-W.: Petri Nets for Distributed Digital System Modeling and Evaluation; in: o.V.: Proceedings of the 12th Hawai International Conference on System Sciences, North Hollywood 1979, S. 270-279.

Hartley (1984)
Hartley,J.: FMS at work, Kempston/Bedford - Amsterdam - New York 1984.

Heinemann (1980)
Heinemann,B.: Teilklassen der selbst-modifizierenden Netze, Bericht Nr. 69 FBI-HH-B-69/80, Fachbereich Informatik, Universität Hamburg, Hamburg 1980.

Hennicke (1991)
Hennicke,L.: Wissensbasierte Erweiterung der Netzplantechnik. Dissertation, Universität Frankfurt 1990/91, Heidelberg 1991.

Hermes (1978)
Hermes,H.: Aufzählbarkeit, Entscheidbarkeit, Berechenbarkeit - Einführung in die Theorie der rekursiven Funktionen, 3. Aufl., Berlin - Göttingen - Heidelberg 1978.

Herrtwich (1989b)
Herrtwich,R.G.; Hommel,G.: Kooperation und Konkurrenz - Nebenläufige, verteilte und echtzeitabhängige Programmsysteme, Berlin - Heidelberg - New York ... 1989.

Herzog,O. (1983)
Herzog,O.: Beitrag zur Paneldiskussion, gehalten am 28.09.1983 in Toulouse anläßlich: 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets.

Heyer (1987)
Heyer,G.: Generische Kennzeichnungen - Zur Logik und Ontologie generischer Bedeutung, Dissertation, Universität Bochum 1983, München - Wien 1987.

Heyting (1931)
Heyting,A.: Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik; in: Erkenntnis, 2. Bd. (1931), S. 106-115.

Heyting (1968a)
Heyting,A.: L.E.J. Brouwer; in: Klibansky,R. (Hrsg.): Contemporary Philosophy - A Survey, I: Logic and Foundations of Mathematics, Firenze 1968, S. 309-315.

Hilbert (1925)
Hilbert,D.: Über das Unendliche; in: Mathematische Annalen, 95. Bd. (1925), S. 161-190.

Holt,A. (1968)
Holt,A.W. et al.: Information System Theory Project, Technical Report No. RADC-TR-68-305, Applied Data Research, Inc., Princeton 1968.

Holt,A. (1971)
Holt,A.W.: Introduction to Occurence Systems; in: Jacks,E.L. (Hrsg.): Associative Information Techniques, New York 1971, S. 175-203.

Holt,A. (1985d)
Holt,A.W.: Beitrag zur Standardisierungsdiskussion am 26.06.1985 anläßlich: 6th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, 26.-28.06.1985 in Espoo/Helsinki.

Horn,J. (1985)
Horn,J.C.: Neue Einleitung (1985) - Vorrede - Einleitung (1962); in: Leibniz,G.W.: Lehrsätze der Philosophie - Monadologie, hrsg. von J.C. Horn, Regenburg o.J. (1985), S. 7-35.

Hoy (1984)
Hoy,R.C.: Inquiry, Intrinsic Properties, and the Identity of Indiscernebles; in: Synthese, Vol. 61 (1984), S. 275-297.

Hura (1982c)
Hura,G.S.: Petri Net as a Modeling Tool; in: Microelectronics and Reliability, Vol. 22 (1982), S. 433-439.

Igel (1986b)
Igel,B.; Jungfermann,M.: Rechnergestützte graphische Spezifikation mit Kanal/Instanz-Netzen, Forschungsbericht Nr. 223, Abteilung Informatik, Universität Dortmund, Dortmund 1986.

Jantzen (1980a)
Jantzem,M.; Valk,R.: Formal Properties of Place/Transition Nets; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 165-212.

Kalmar (1955)
Kalmar,L.: Über ein Problem, betreffend die Definition des Begriffes der allgemein-rekursiven Funktion; in: Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, Bd. 1 (1955), S. 93-96.

Kant,I. (1981a)
Weischedel,W.: (Hrsg.): Immanuel Kant - Werkausgabe, Bd. III: Immanuel Kant, Kritik der reinen Vernunft 1, 5. Aufl., Frankfurt 1981.

Kant,I. (1981d)
Weischedel,W. (Hrsg.): Immanuel Kant - Werkausgabe, Bd. X: Immanuel Kant, Kritik der Urteilskraft, 5. Aufl., Frankfurt 1981.

Kasai (1982)
Kasai,T.; Miller,R.E.: Homomorphisms between Models of Parallel Computation; in: Journal of Computer and System Sciences, Vol. 25 (1982), S. 285-331.

Kelley (1961)
Kelley,J.L.: General Topology, New York - Heidelberg - Berlin 1955, Reprint 1961.

Kern,M. (1979)
Kern,M.: Klassische Erkenntnistheorien und moderne Wissenschaftslehre; in: Raffee,H.; Abel,B. (Hrsg.): Wissenschaftstheoretische Grundfragen der Wirtschaftswissenschaften, München 1979, S. 11-27.

Kießler (o.J.)
Kießler,G.: Petrinetz-Entwurfstechnologie, Bestandteil der Technologie komplexer Systeme (Basisinformation), AP-Bericht Nr. 34, Siemens AG, o.O. (München) o.J.

Kinnebrock (1988)
Kinnebrock,W.: Turbo Prolog, München - Wien 1988.

Kleene (1936)
Kleene,S.C.: General recursive functions of natural numbers.; in: in: Mathematische Annalen, 145. Bd. (1935/36), S. 727-742.

Kleene (1952)
Kleene,S.C.: Introduction to Metamathematics, Amsterdam - Groningen 1952.

Kleene (1976)
Kleene,S.C.: The Wortk of Kurt Gödel; in: The Journal of Symbolic Logic, Vol. 41 (1976), S. 761-778.

Kleine Büning (1988a)
Kleine Büning,H.; Lettmann,T.: Perspektiven für die Logikprogrammierung; in: Rahmstorf,G. (Hrsg.): Wissensrepräsentation in Expertensystemen, Workshop, 16.-18.03.1987 in Herrenberg, Proceedings, Informatik-Fachberichte 172, Berlin - Heidelberg - New York ... 1988, S. 56-78.

Koch,M. (1990)
Koch,M.; Loseries,F.; Tran,T.: Integration von Animations- und Simulationswerkzeugen in den Design-Prozeß; in: Reuter,A. (Hrsg.): GI - 20. Jahrestagung II, Informatik auf dem Weg zum Anwender, 08.-12.10.1990 in Stuttgart, Proceedings, Informatik-Fachberichte 258, Berlin - Heidelberg - New York ... 1990, S. 549-558.

Kochan,D. (1986)
Kochan,D. (Hrsg. u. Autor); Merchant,o.Vn.; Kozar,o.Vn.; Schaller,J.; Hutchinson,G.K.; Olling,o.Vn.; Semenkov,o.Vn.; Klimov,W.; Spur,G.; Krause,F.L.; Pistorius,E.; Crestin,J.P. (Koautoren): CAM Developments in Computer-Integrated Manufacturing, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1986.

König,D. (1936)
König,D.: Theorie der endlichen und unendlichen Graphen - Kombinatorische Topologie der Streckenkomplexe, Leipzig 1936.

Körner,S. (1968)
Körner,S.: Philosophie der Mathematik - Eine Einführung, München 1968.

Kotov (1983b)
Kotov,V.E.: Vortrag, gehalten am 29.09.1983 in Toulouse, anläßlich: 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets.

Kowalski (1970)
Kowalski,R.: Search Strategies for Theorem-Proving; in: Meltzer,B.; Michie,D. (Hrsg.): Machine Intelligence 5, Edinburgh 1970, S. 181-201.

Kowalski (1974)
Kowalski,R.: Predicate Logic as Programming Language; in: Rosenfeld,J.L. (Hrsg.): Information Processing 74, Proceedings of IFIP Congress 74, 05.-10.08.1974 in Stockholm, Amsterdam - London - New York 1974, S. 569-574.

Kowalski (1978)
Kowalski,R.: Logic for Data Description; in: Gallaire,H.; Minker,J. (Hrsg.): Logic and Data Bases, New York - London 1978, S. 77-103.

Kowalski (1979a)
Kowalski,R.: Algorithm = Logic + Control; in: Communications of the ACM, Vol. 22 (1979), S. 424-436.

Kowalski (1979b)
Kowalski,R.: Logic for Problem Solving, New York - Amsterdam - Oxford 1979.

Kowalski (1982a)
Kowalski,R.: Logic Programming in the Fifth Generation, Paper, Department of Computing, Imperial College, London 1982.

Kowalski (1983a)
Kowalski,R.: Logic for Problem Solving, 2. und zugleich 3. Aufl., New York - Amsterdam - Oxford 1983.

Kowalski (1983b)
Kowalski,R.: Logic Programming; in: Mason,R.E.A. (Hrsg.): Information Processing 83, Proceedings of the IFIP 9th World Computer Congress, 19.-23.09.1983 in Paris, Amsterdam - New York - Oxford 1983, S. 133-145.

Kowalski (1984a)
Kowalski,R.: The Early History of Logic Programming, Paper, Department of Computing, Imperial College, London 1984.

Kowalski (1984b)
Kowalski,R.A.: Logic for Knowledge Representation, Paper, Department of Computing, Imperial College of Science and Technology, London 1984.

Kowalski (1987a)
Kowalski,R.: Directions for Logic Programming; in: Brauer,W.; Wahlster,W. (Hrsg.): Wissensbasierte Systeme. 2. Internationaler GI-Kongreß, 20.-21.10.1987 in München, Proceedings, Informatik-Fachberichte, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 128-146.

Krämer (1981)
Krämer,B.; Schmidt,H.W.: Der Entwurf nebenläufiger Systeme mit Handlungs-Entscheidungs-Netzen; in: Brauer,W. (Hrsg.): GI - 11. Jahrestagung in Verbindung mit: Third Conference of the European Co-operation in Informatics (ECI), Proceedings, 20.-23.10.1981 in München, Informatik-Fachberichte 50, Berlin - Heidelberg -New York 1981, S. 460-471.

Kuypers (1973)
Kuypers,W. (Hrsg.): Mathematik Sekundarstufe II - Einführung - Logik, Relationen, Zahlen, Düsseldorf 1973.

Kwan (1977a)
Kwan,C.L.; Michel,C.; Le Beux,P.: Logical Systems Design USING PLAs and Petri Nets - Programmable Hardwired Systems; in: Gilchrist,B. (Hrsg.): Information Processing 77, Proceedings of IFIP Congress 77, 8.-12.08.1977 in Toronto, Amsterdam - New York - Oxford 1977, S. 607-611.

Kwong (1979)
Kwong,Y.S.: On the Absence of Livelocks in Parallel Programs; in: Kahn,G. (Hrsg.): Semantics of Concurrent Computation, Proceedings of the International Symposium, 2.-4.07.1979 in Evian, Lecture Notes in Computer Science 70, Berlin - Heidelberg - New York 1979, S. 172-190.

Lee,R. (1988a)
Lee,R.M.: Logic, Semantics and Data Base Modeling: An Ontology; in: Meersman,R.A.; Sernadas,A.C. (Hrsg.): Data and Knowledge (DS-2), Proceedings of the Second IFIP 2.6 Working Conference on Database Semantics, 'Data and Knowledge' (DS-2), 03.-07.11.1986 in Albufeira, Amsterdam - New York - Oxford ... 1988, S. 221-243.

Lehmann,D. (1981)
Lehmann,D.; Pnueli,A.; Stavi,J.: Impartiality, Justice and Fairness: The Ethics of Concurrent Termination; in: Even,S.; Kariv,O. (Hrsg.): Automata, Languages and Programming, Eigth Colloquium, 13.-17.07.1981 in Acre, Lecture Notes in Computer Science 115, Berlin - Heidelberg - New York 1981, S. 264-277.

Leibniz (1714/1985)
Leibniz,G.W.: Lehrsätze der Philosophie - Monadologie (Original erstmals erschienen 1714), hrsg. und kommentiert von J.C.Horn, Regensburg o.J. (1985).

Leibniz (1906)
Buchenau,A.; Cassirer,E. (Hrsg.): G.W. Leibniz - Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie, Band II, Leipzig o.J. (1906).

Leibniz (1924)
Buchenau,A.; Cassirer,E. (Hrsg.): G.W. Leibniz - Philosophische Werke, Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie, Erster Band, 2. Aufl., Leipzig 1924.

Leinwand (1980)
Leinwand,S.; Lamdan,T.: Models of Control at Register Transfer Level; in: Lavington,S. (Hrsg.): Information Processing 80, Proceeings of IFIP Congress 80, 6.-9.10.1980 in Tokyo und 14.-17.10.1980 in Melbourne, Amsterdam - New York - Oxford 1980, S. 163-168.

Lenk (1973)
Lenk,H.: Metalogik und Sprachanalyse - Studien zur analytischen Philosophie, Freiburg 1973.

Levi,G. (1986)
Levi,G.: Logic Programming: The Foundations, the Approach and the Role of Concurrency; in: de Bakker,J.W.; de Roever,W.-P.; Rozenberg,G. (Hrsg.): Current Trends in Concurrency - Overviews and Tutorials, Lecture Notes in Computer Sciene 224, Berlin - Heidelberg - New York ... 1986, S. 396-441.

Linsky (1984)
Linsky,B.: Phenomenal Qualities and the Identity of Indistinguisables; in: Synthese, Vol. 59 (1984), S. 363-380.

Lloyd (1984)
Lloyd,J.W.: Foundations of Logic Programming, Berlin - Heidelberg - New York ... 1984.

Lorenzen,P. (1962)
Lorenzen,P.: Metamathematik, Mannheim 1962.

Mac Lane (1968)
Mac Lane,S.: Foundations of Mathematics - Category Theory; in: Klibansky,R. (Hrsg.): Contemporary Philosophy - A Survey, I: Logic and Foundations of Mathematics, Firenze 1968.

Mac Lane (1971)
Mac Lane,S.: Categories for the Working Mathematician, New York - Heidelberg - Berlin 1971.

Malik (1986)
Malik,F.F.: Strategie des Managements komplexer Systeme - Ein Beitrag zur Management-Kybernetik evolutionärer Systeme, 2. Aufl., Bern - Stuttgart 1986.

Mayr,E. (1977)
Mayr,E.W.: The Complexity of the Finite Containment Problem for Petri Nets, Technical Report TR-181, Laboratory for Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Massachusetts) 1977.

Memmi (1979)
Memmi,G.: Notion de Duality et de Symmetrie dans les Reseaux de Petri; in: Kahn,G. (Hrsg.): Semantics of Concurrent Computation, Proceedings of the International Symposium, 2.-4.07.1979 in Evian, Lecture Notes in Computer Science 70, Berlin - Heidelberg - New York 1979, S. 91-108.

Mendelson (1964)
Mendelson,E.: Introduction to Mathematical Logic, New York - Cincinnati - Toronto ... 1964.

Merlin,P. (1976a)
Merlin,P.M.: A Methodology for the Design and Implementation of Communication Protocols; in: IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-24 (1976), S. 614-621.

Meschkowski (1967)
Meschkowski,H.: Probleme des Unendlichen - Werk und Leben Georg Cantors, Braunschweig 1967.

Mittelstaedt (1983)
Mittelstaedt,P.: Wahrheit, Wirklichkeit und Logik in der Sprache der Physik; in: Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie, Bd. 14 (1983), S. 24-45.

Moalla (1978a)
Moalla,M.; Pulou,J.; Sifakis,J.: Reseaux de Petri Synchronises; in: Revue Francaise d'Automatique, Informatique et Recherche Operationelle - Automatique/Systems Analysis and Control, Vol. 12 (1978), S. 103-130.

Mosner (1991)
Mosner,H.-M.; Heeg,G.: Visuelle interaktive Simulation und Modellierung mit dem objektorientierten Programmiersystem Smalltalk-80; in: Biethahn,J.; Hummeltenberg,W.; Schmidt,B. (Hrsg.): Simulation als betriebliche Entscheidungshilfe, Band 2, Berlin - Heidelberg - New York ... 1991, S. 137-145.

Müller,H. (1987a)
Müller,H.: High Level Petri Nets and Distributed Termination; in: Voss,K.; Genrich,H.J.; Rozenberg,G. (Hrsg.): Concurrency and Nets - Advances in Petri Nets, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 349-361.

Müller-Silva (1984a)
Müller-Silva,K.: Strukturmodellierung - Methoden zur Problemformulierung, Entwurf eines Skriptums, Seminar für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Betriebswirtschaftliche Planung, Universität Köln, Köln o.J. (1984).

Murata,Ta. (1977c)
Murata,Ta.: petri nets, marked graphs, and circuit-system theory, a recent CAS application, Reprinted from: Circuits and Systems, Vol. 11 (1977), No. 3, S. 2-12.

Murata,Ta. (1988b)
Murata,Ta.; Zhang,D.: A Predicate-Transition Net Model for Parallel Interpretation of Logic Programs; in: IEEE Transactions on Software Engineering, Vol. SE-14 (1988), S. 481-497.

Naish (1985)
Naish,L.: PROLOG Control Rules; in: o.V.: Proceedings of the Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI-85, 19.-23.09.1985 in Los Angeles, Vol. 2, Los Altos 1985, S. 720-722.

Nielsen,M. (1984b)
Nielsen,M.: Logic Programming - Viewed as Programming with Concurrency, Vortrag am 29.06.1984 anläßlich: 5th European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, 27.-29.06.1984 in Aarhus.

Nitsche (1988)
Nitsche,U.: Erreichbarkeitsgraphen von Produktnetzen und ihre Auswertung in PROLOG, Arbeitspapiere der GMD 330, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1988.

Noe (1975a)
Noe,J.D.: Pro-Nets: For Modeling Processes and Processors, Technical Report 75-07-15, Department of Computer Science, University of Washington, Seattle 1975.

Noelke (1984)
Noelke,U.; Savory,S.: PROLOG-Systeme im Vergleich; in: Angewandte Informatik, 26. Jg. (1984), S. 108-112.

Oberquelle (1980)
Oberquelle,H.: Nets as a Tool in Teaching and in Terminology Work; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 481-506.

Oberquelle (1981b)
Oberquelle,H.: Communication by Graphic Net Representations, Bericht Nr. 75, Fachbereich Informatik, Universität Hamburg, Hamburg 1981.

Oberweis (1988c)
Oberweis,A.; Seib,J.: PASIPP: Ein Programm zur Analyse und Simulation von Prolog-beschrifteten Prädikate/Transitionen-Netzen (Benutzerhandbuch zur Version 2.1), Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität Mannheim, Mannheim 1988.

o.V. (1988i)
o.V.: Technikgeschichtliche Jahrestagung des VDI - Das Netz: ein fadenumgrenztes Nichts - Historiker und Ingenieure suchen gemeinsam nach einer Begriffsbestimmung; in: VDI nachrichten, 42. Jg. (1988), Nr. 9, S. 7.

Pagnoni (1990)
Pagnoni,A.: Project Engineering - Computer-Oriented Planning and Operational Decision Making, Berlin - Heidelberg - New York ... 1990.

Pakas-Skewes (1979)
Pakas-Skewes,E.: A Design Methodology for Digital Systems Using Petri Nets, Dissertation, University of Texas, Austin 1979.

Passino (1988a)
Passino,K.M.; Antsaklis,P.J.: Artificial Intelligence Planning Problems in a Petri Net Framework; in: o.V.: Proceedings of the 1988 American Control Conference, Piscateway 1988, Vol. 1, S. 626-631.

Paul,W. (1978)
Paul,W.J.: Komplexitätstheorie, Stuttgart 1978.

Perridon (1991)
Perridon,L.; Steiner,M.: Finanzwirtschaft der Unternehmung, 6. Aufl., München 1991.

Peter (1957)
Peter,R.: Rekursive Funktionen, 2. Aufl., Berlin 1957.

Petri,C. (1973)
Petri,C.A.: Concepts of Net Theory; in: Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences; Computing Research Centre United Nations D.p. Bratislava (Hrsg.): mathematical foundations of computer science, proceedings of symposium and summer school, 3.-8.09.1973 in High Tatras, Bratislava 1973, S. 137-146.

Petri,C. (1976a)
Petri,C.A.: Nicht-sequentielle Prozesse; in: Billing,H.; Händler,W.; Herzog,U.; Hofmann,F.; Leeb,K.; Mertens,P.; Müller,H.; Niemann,H.; Seitzer,D.; Schneider,H.J. (Hrsg.): Arbeitsberichte des Instituts für Mathematische Maschinen und Datenverarbeitung, Universität Erlangen-Nürnberg, Bd. 9, Nr. 8: Parallelismus in der Informatik, Wissenschaftliches Kolloquium aus Anlass des zehnjährigen Bestehens des IMMD Erlangen, 10.-11.06.1976, Erlangen 1976, S. 57-80. (Anmk. des Verf.: englische Übersetzung erschienen als: Petri (1977d).)

Petri,C. (1976b)
Petri,C.A.: Interpretations of Net Theory, Interner Bericht 75-07, Paper präsentiert anläßlich: International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science MFCS'75, 1.-5.09.1975 in Marianske Lazne, 2. Aufl., Institut für Informationssystemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1976.

Petri,C. (1977a)
Petri,C.A.: General Net Theory; in: Shaw,B. (Hrsg.): Computing System Design: International Seminar on the Teaching of Computing Science, Proceedings of the Joint IBM University of Newcastle upon Tyne Seminar, im September 1876 in Newcastle upon Tyne, Newcastle upon Tyne 1977, S. 131-169.

Petri,C. (1977d)
Petri,C.A.: Non-Sequential Processes, Report ISF-77-05, Institut für Informationssystemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1977. (Anmk. des Verf.: Übersetzung eines Vortrags über "Parallelism in Computer Science", gehalten im Juni 1976 an der Universität Erlangen-Nürnberg; zugleich ebenso Übersetung von Petri (1976a).)

Petri,C. (1979c)
Petri,C.A.: Über einige Anwendungen der Netztheorie; in: Böhling,K.H.; Spies,P.P. (Hrsg.): GI - 9. Jahrestagung, 01.-05.10.1979 in Bonn, Informatik-Fachberichte 19, Berlin - Heidelberg - New York 1979, S. 81-87.

Petri,C. (1979d)
Petri,C.A.: Concurrency as a Basis of Systems Thinking; in: Jensen,K.; Mayoh,B.H.; Moller,K.K. (Hrsg.): Proceedings of the 5th Scandinavian Logic Symposium, 17.-19.01.1979 in Aalborg, Aalborg 1979, S. 143-162. (Anmk. des Verf.: auch erschienen als: Internal Report ISF-78-06, Paper präsentiert anläßlich: 7th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science MFCS'78, 4.-8.09.1978 in Zakopane, 2. Aufl., Insitut für Informationssystemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1979.)

Petri,C. (1980b)
Petri,C.A.: Concurrency; in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 251-260.

Pique (1988)
Pique,J.-F.: Prolog II - A Step On the Prolog Road; in: AI Communications, Vol. 1 (1988), No. 2, S. 4-16.

Pitrat (1977)
Pitrat,J.; Sandewall,E.; Bibel,W.: Huet,G.; Nagel,H.-H.; Somalvico,M.: Artificial Intelligence in Western Europe; in: o.V.: 5th International Conference on Artificial Intelligence - 1977, IJCAI-77, Proceedings of the Conference, 22.-25.08.1977 in Cambridge (Massachusetts), Vol. 2, o.O. (Pittsburgh) 1977, S. 955-969.

Plünnecke (1985b)
Plünnecke,H.: K-density, N-density, and finiteness properties; in: Rozenberg,G.; Genrich,H.; Roucairol,G. (Hrsg.): Advances in Petri Nets 1984, Lecture Notes in Computer Science 188, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1985, S. 392-412.

Plünnecke (1987)
Plünnecke,H.: The Structure of Facts in Occurence Nets; in: Voss,K.; Genrich,H.J.; Rozenberg,G. (Hrsg.): Concurrency and Nets - Advances in Petri Nets, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 381-401.

Pnueli (1977)
Pnueli,A.: The Temporal Logic of Programs; in: o.V.: Proceedings of the 18th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Providence 1977, S. 46-57.

Pnueli (1979)
Pnueli,A.: The Temporal Semantics of Concurrent Programs; in: Kahn,G. (Hrsg.): Semantics of Concurrent Computation, Proceedings of the International Symposium, 2.-4.07.1979 in Evian, Lecture Notes in Computer Science 70, Berlin - Heidelberg - New York 1979, S. 1-20.

Pressmar (1982)
Pressmar,D.B.: Zur Akzeptanz von computergestützten Planungssystemen; in: Krallmann,H. (Hrsg.): Unternehmensplanung und -steuerung in den 80er Jahren - Eine Herausforderung an die Informatik, Anwendergespräch, 24.-25.11.1981 in Hamburg, Berlin - Heidelberg - New York 1982, S. 324-348.

Priese (1979)
Priese,L.: Asynchrone, Modulare Netze: Petri-Netze, Normierte Netze, APA-Netze, Habilitation an der Universität Dortmund, Forschungsbericht Nr. 94, Abteilung Informatik, Univertät Dortmund, Dortmund 1979.

Pritsker (1966b)
Pritsker,A.A.B.; Happ,W.W.: GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part I. Fundamentals; in: The Journal of Industrial Enginnering, Vol. 17 (1966), S. 267-274.

PROLOG (o.J.)
o.V.: Turbo Prolog Owner's Handbook, o.O. o.J.

Putnam,H. (1973)
Putnam,H.: Recursive Functions and Hierarchies; in: Papers in the Foundation of Mathematics, published as a supplement to the American Mathematical Monthly, Vol. 80 (1973), S. 68-86.

Qadah (1987)
Qadah,G.Z.; Nussbaum,M.: Logic machines: A survey; in: o.V.: AFIPFS Conference Proceedings, Vol. 56: 1987 National Computer Conference, 15-18-06.1987 in Chicago, Reston 1987, S. 265-278.

Queille (1982b)
Queille,J.P.; Sifakis,J.: A Temporal Logic to Deal with Fairness in Transition Systems; in: o.V.: Proceedings of the 23rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science, 3.-5.11.1982 in Chicago, New York 1982, S. 217-225.

Ramamoorthy (1980)
Ramamoorthy,C.V.; Ho,G.S.: Performance Evaluation of Asynchronous Concurrent Systems Using Petri Nets; in: IEEE Transactions on Software Engineering, Vol. SE-6 (1980), S. 440-449.

Razouk (1985c)
Razouk,R.R.; Morgan,E.T.: The P-NUT System: An Environment for Modeling and Analyzing Concurrent Systems, Technical Report No. 85-10, Department of Information and Computer Science, University of California, Irvine 1985.

Reck (1988)
Reck,M.: Von informellen zu formalen Spezifikationen durch Petri-Netze und abstrakte Datentypen, Diplomarbeit, Lehrstuhl 1, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund, Dortmund 1988.

Reineke (1986)
Reineke,H.; Czernik,S.: Verallgemeinerung von Schritten in Petrinetzen, Arbeitsbericht Nr. 3/87, Projekt MOPET, Fachbereich Informatik, Universität Bremen, Bremen 1986.

Reisig (1985b)
Reisig,W.: Petri Nets: An Introduction, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1985. (Englische Übersetzung der deutschen Originalfassung (1. Aufl.: 1982); deren 2. Aufl. hier als Reisig (1986a).)

Reisig (1986a)
Reisig,W.: Petrinetze - Eine Einführung, 2. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York Tokyo 1986. (Anmk. des Verf.: englische Übersetzung der 1. Aufl. (1982) erschienen als Reisig (1985b).)

Reisig (1987a)
Reisig,W.: Place/Transition Systems; in: Brauer,W.; Reisig,W.; Rozenberg,G. (Hrsg.): Petri Nets: Applications and Relationships to Other Models of Concurrency, Advances in Petri Nets 1986, Part I, Proceedings of an Advanced Course, 8.-19.09.1986 in Bad Honnef, Lecture Notes in Computer Science 254, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 117-141.

Reisig (1987e)
Reisig,W.: A Strong Part of Concurrency; in: Rozenberg,G. (Hrsg.): Advances in Petri Nets 1987, Lecture Notes in Computer Science 266, Berlin - Heidelberg - New York ... 1987, S. 238-272.

Reisig (1989a)
Reisig,W.: Petri Nets and Abstract Data Types, Bericht TUM-I8904, Institut für Informatik, Technische Universität München, München 1989.

Rembold (1990)
Rembold,U.; Bien,A.; Fehrle,L.; Fischer,H.; Hörmann,K.; König,H.; Mally,K.; Rohmer,K. (und Mitarbeiter): CAM-Handbuch, Berlin - Heidelberg - New York ... 1990.

Riedemann (1979)
Riedemann,E.H.: The Control of Parallel Computations by Labelled Petri Nets: A Study in Terms of Multiple-Firing Automata and Parallel Program Schemata, Dissertation, Universität Dortmund, Dortmund 1979.

Rogers,H. (1967)
Rogers,H.: Theory of Recursive Functions and Effective Computability, New York - Saint Louis ... 1967.

Rosenstengel (1982)
Rosenstengel,B.; Winand,U.: Petri-Netze - Eine anwendungsorientierte Einführung, Braunschweig - Wiesbaden 1982.

Rosenstengel (1983)
Persönliches Gespräch des Verf. mit Herrn B. Rosenstengel am 10.05.1983 in Köln.

Rosenstengel (1991)
Rosenstengel,B.; Winand,U.: Petri-Netze - Eine anwendungsorientierte Einführung, 4. Aufl., Braunschweig - Wiesbaden 1991. (Anmk. des Verf.: erheblich veränderte und überarbeitete Fassung von Rosenstengel (1982).)

Roussel (1975)
Roussel,P.: PROLOG: Manuel de reference et d'utilisation, Group de Recherche en Intelligence Artificielle, Faculte des Sciences de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Marseille 1975.

Savage (1976)
Savage,J.E.: The Complexity of Computing, New York - London - Sydney ... 1976.

Scheschonk (1982a)
Scheschonk,G.: On the Construction of System Nets; in: Girault,C.; Reisig,W. (Hrsg.): Application and Theory of Petri Nets, Selected Papers from the First and the Second European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, 23.-26.09.1980 in Strasbourg bzw. 28.-30.09.1981 in Bad Honnef, Informatik-Fachberichte 52, Berlin - Heidelberg - New York 1982, S. 104-108.

Schiffers (1977)
Schiffers,M.: Behandlung eines Synchronisationsproblems mit gefärbten Petri-Netzen, Diplomarbeit, Mathematisches Institut, Universität Bonn, Bonn 1977.

Schneeweiß,H. (1963)
Schneeweiß,H.: Nutzenaxiomatik und Theorie des Messens; in: Statistische Hefte, 4. Jg. (1963), S. 178-220.

Schnupp (1983)
Schnupp,P.: PROLOG - eine nichtprozedurale Sprache zur Programmierung von Expertensystemen und zum "rapid prototyping"; in: Giloi,W.; Schulze-Vorberg,M. (Hrsg.): Intelligenztechnologie - Konzepte, Sprachen, Praktische Anwendungsmöglichkeiten, Fachseminar, 03.-04.05.1983 in Berlin, Stuttgart 1983, S. 86-115.

Schnupp (1984a)
Schnupp,P.; Schmauch,C.; Leibrandt,U.: Was ist Prolog?; in: Elektronische Rechenanlagen, 26. Jg. (1984), S. 194-200.

Schnupp (1984b)
Schnupp,P.; Leibrandt,U.: Prolog: Vielfältiger Einsatz; in: computer magazin, 13. Jg. (1984), Heft 3, S. 58-60.

Schönfeld,W. (1988)
Schönfeld,W.: Anforderungen der Logik-Programmierung an die Wissensrepräsentation; in: Rahmstorf,G. (Hrsg.): Wissensrepräsentation in Expertensystemen, Workshop, 16.-18.03.1987 in Herrenberg, Proceedings, Informatik-Fachberichte 172, Berlin - Heidelberg - New York ... 1988, S. 41-55.

Schopenhauer (1957)
Schopenhauer,A.: Über die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde - Eine philosophische Abhandlung, (Dissertation 1813), hrsg. von Landmann,M.; Tielsch,E., Hamburg 1957.

Schroeder-Heister (1980)
Schroeder-Heister,P.: Extensionalitätsprinzip; in: Mittelstraß,J. (Hrsg.): Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie, Band 1: A-G, Mannheim - Wien - Zürich 1980, S. 627.

Schumacher (1978)
Schumacher,F.: Beschreibung und Auswertung diskreter dynamischer Systeme, Bericht KfK 2635, Institut für Datenverarbeitung in der Technik, Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Projekt Wiederaufarbeitung und Abfallbehandlung, Karlsruhe 1978.

Seifert (1934)
Seifert,H.; Threlfall,W.: Lehrbuch der Topologie, Leipzig - Berlin 1934.

Seifert (1980)
Seifert,H.; Threlfall,W.: A Textbook of Topology (incl.: Seifert,H.: Topology of 3-dimensioanl Fibered Spaces), New York - London - Toronto - Sydney - San Francisco 1980.

Seki,H. (1985)
Seki,H.: Incorporating Generalization Heuristics into Verification of Prolog Programs; in: o.V.: Proceedings of the Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI-85, 19.-23.09.1985 in Los Angeles, Vol. 2, Los Altos 1985, S. 737-741.

Shapiro,R. (1969)
Shapiro,R.M.; Saint,H.: The Representation of Algorithms, Final Technical Report RADC-TR-69-313, Vol. 2, Applied Data Research, Inc., New York 1969.

Shapiro,R. (1972)
Shapiro,R.M.; Saint,H.; Presberg,D.L.: Concurrent Compiling, Vol. 1: Representation of Algorithms as Cyclic Partial Ordering, Final Technical Report RADC-TR-72-64, Applied Data Research, Inc., Wakefield 1972.

Shapiro,R. (1977)
Shapiro,R.M.; Millstein,R.E.: Reliability and Fault Recovery in Distributed Processing; in: o.V.: Oceans'77 - Conference Recorg 2, 3rd Annual Combined Conference of the Marine Technology Society and the Institute of Electrical and Electronics Engineers, 17.-19.10.1977 in Los Angeles, New York 1977, S. 31D-1 - 31D-5.

Shepherdson (1963)
Shepherdson,J.C.; Sturgis,H.E.: Computability of Recursive Functions; in: Journal of the Association for Computing Machinery (ACM), Vol. 10 (1963), S. 217-255.

Slahor (1988)
Slahor,L.: Categorial Properties of Frame Structures; in: Appelrath,H.-J.; Cremers,A.B.; Schiltknecht,H. (Hrsg.): Prolog Tools for Building Expert Systems: First Work Shop, 12.-14.09.1988 in Morcote, Basel 1988, S. 29-55.

Smith,J.M. (1977)
Smith,J.M.; Smith,D.C.P.: Database Abstractions: Aggregation and Generalization; in: ACM Transactions on Database Systens, Vol. 2 (1977), No. 2, S. 105-133.

Sowa (1984)
Sowa,J.F.: Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine, Reading - Menlo Park - London ... 1984.

Stachowiak (1973)
Stachowiak,H.: Allgemeine Modelltheorie, Wien - New York 1973.

Starke (1980)
Starke,P.H.: Petri-Netze - Grundlagen, Anwendungen, Theorie, Berlin (Ost) 1980.

Starke (1988a)
Starke,P.H.: Remarks on Timed Nets; in: o.V.: Application and Theory of Petri Nets - 9th European Workshop, 22.-24.06.1988 in Venedig, o.O. 1988, Vol. I, S. 216-228.

Stede (1984)
Stede,M. (et al.): Einführung in die künstliche Intelligenz, Bd. 2: Anwendungsgebiete, Sprendlingen 1984.

Steffens (1969)
Steffens,F.: Struktur und Strukturmaß; in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 39. Jg. (1969), Ergänzungsheft 2, S. 25-59.

Stegmüller (1973a)
Stegmüller, Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit - Die metamathematischen Resultate von Gödel, Church, Kleene, Rosser und ihre erkenntnistheoretische Bedeutung, 3. Aufl., Wien - New York 1973.

Stegmüller (1976b)
Stegmüller,W.: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie - Eine kritische Einführung, Bd. 1, 6. Aufl., Stuttgart 1976.

Stegmüller (1984b)
Stegmüller,W.; von Kibed,M.V.: Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie, Bd. III: Strukturtypen der Logik, Berlin - Heidelberg - New York ... 1984.

Stepan (1988)
Stepan,A.; Fischer,E.O.: Betriebswirtschaftliche Optimierung - Einführung in die quantitative Betriebswirtschaftslehre, München - Wien 1988.

Suzuki,I. (1982)
Suzuki,I.; Murata,T.: Stepwise Refinements of Transitions and Places; in: Girault,C.; Reisig,W. (Hrsg.): Application and Theory of Petri Nets, Selected Papers from the First and the Second European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, 23.-26.09.1980 in Strasbourg bzw. 28.-30.09.1981 in Bad Honnef, Informatik-Fachberichte 52, Berlin - Heidelberg - New York 1982, S. 136-141.

Szuba (1984a)
Szuba,T.: PC-PROLOG for process control applications; in: Angewandte Informatik, 26. Jg. (1984), S. 164-171.

Szuba (1984b)
Szuba,T.: PROLOG as a real time language for process control; in: Angewandte Informatik, 26. Jg. (1984), S. 370-374.

Szyperski (1983)
Szyperski,N.; Eul-Bischoff,M.: Interpretative Strukturmodellierung (ISM) - Stand der Forschung und Entwicklungsmöglichkeiten, Braunschweig - Wiesbaden 1983.

Taylor,B. (1982)
Taylor,B.W.; Moore,L.J.: Estimating Job Flow-Times in a Job Shop for Contractually Negotiated Due-Dates; in: The Journal of the Operational Research Society, Vol. 33 (1982), S. 845-854.

Thiagarajan (1983b)
Thiagarajan,P.S.; Voss,K.: In Praise of Free Choice Nets; in: in: o.V.: Papers presented at the 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, 26.-29.09.1983 in Toulouse, o.O. 1983, S. 322-341.

Thiel,C. (1980b)
Thiel,C.: Extensionalitätsaxiom; in: Mittelstraß,J. (Hrsg.): Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie, Band 1: A-G, Mannheim - Wien - Zürich 1980, S. 626-627.

Thome,R. (1990)
Thome,R.: Wirtschaftliche Informationsverarbeitung, München 1990.

Thurston (1984)
Thurston,W.P.; Weeks,J.R.: Die Mathematik dreidimensionaler Mannigfaltigkeiten; in: Spektrum der Wissenschaften, o.Jg. (1984), Heft 9, S. 110-127.

Tietze,J. (1988)
Tietze,J.: Einführung in die Wirtschaftsmathematik, Braunschweig - Wiesbaden 1988.

Tourres (1976)
Tourres,L.: Une methode nouvelle d'etude des systemes logiques et son application a la realisation d'automatismes programmes; in: Revue Generale d'Electricite, Tome 85 (1976), No. 3, S. 215-219.

Townsend,C. (1987)
Townsend,C.: Mastering Expert Systems with Turbo Prolog, Indianapolis 1987.

Ursprung (1982)
Ursprung,H.W.: Die elementare Katastrophentheorie: Eine Darstellung aus der Sicht der Ökonomie, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 195, Berlin - Heidelberg - New York 1982.

Valette (1979b)
Valette,R.; Diaz,M.: A Methodology for Easily Provable Implementation of Synchronization Mechanisms; in: Syre,H.J. (Hrsg.): 1st European Conference on Parallel and Distributed Processing, 14.-16.02.1979 in Toulouse, Toulouse 1979, S. 156-162.

Valmari (1988a)
Valmari,A.: Error Detection by Reduced Reachability Graph Generation; in: o.V.: Application and Theory of Petri Nets - 9th European Workshop, 22.-24.06.1988 in Venedig, o.O. 1988, Vol. I, S. 95-112.

van Caneghem (1982)
van Caneghem,M.: PROLOG II, User's Manual, Group Intelligence Artificielle, ERA CNRS 363, Centre National de la Recherche Scientifique, Faculte des Sciences de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Marseille 1982.

van Emden (1977)
van Emden,M.H.: Programming with Resolution Logic; in: Elcock,E.W.; Michie,D. (Hrsg.): Machine Intelligence 8: Machine Representations of Knowledge, New York - Chichester - Brisbane ... 1977, S. 266-299.

von Kleist-Retzow (1991)
von Kleist-Retzow,H.; Kreifelts,T.; Kreplin,K.; Lutz,E.; Seuffert,P.; Woetzel,G.; Bauer,D.: Integrierte Post- und Vorgangsbearbeitung; in: Lutze,R.; Kohl,A. (Hrsg.): Wissensbasierte Systeme im Büro - Ergebnisse aus dem WISDOM-Verbundprojekt, München - Wien 1991, S. 231-266.

von Neumann (1931)
v. Neumann,J.: Die formalistische Grundlegung der Mathematik; in: Erkenntnis, 2. Bd. (1931), S. 116-121.

von Weizsäcker (1985)
von Weizsäcker,C.F.: Aufbau der Physik, München - Wien 1985.

Wada (1986)
Wada,E. (Hrsg.): Logic Programming'85, Proceedings of the 4th Conference, 01.-03.07.1985 in Tokyo, Lectures Notes in Computer Science 221, Berlin - Heidelberg - New York ... 1986.

Walker,A. (1984)
Walker,A.: Databases, Expert Systems, and PROLOG; in: Reitman,W. Hrsg.): Artificial Intelligence Applications for Business, Proceedings of the NYU Symposium, 18.-20.05.1983 in New York, Norwood 1984, S. 87-109.

Wand (1989)
Wand,Y.: A Proposal for a Formal Model of Objects; in: Kim,W.; Lachovsky,F.H. (Hrsg.): Object-Oriented Concepts, Databases, and Applications, New York - Reading - Menlo Park ... 1989, S. 537-559.

Weck (1991e)
Weck,M.; Lopez,M.: Konfigurierbare Bedienoberflächen im Fertigungsbereich; in: Pritschow,G.; Spur,G.; Weck,M. (Hrsg.): Leit- und Steuerungstechniken in flexiblen Produktionsanlagen, München - Wien 1991, S. 115-130.

Wedekind (1988a)
Wedekind,H.: Die Problematik des Computer Integrated Manufacturing (CIM) - Zu den Grundlagen eines strapazierten Begriffes; in: Informatik-Spektrum, Bd. 11 (1988), S. 29-39.

Weijland (1988)
Weijland,W.P.: Semantics for Logic Programs without Occur Check; in: Lepistö,T.; Salomaa,A. (Hrsg.): Automata, Languages and Programming, 15th International Colloquium, 11.-15.07.1988 in Tampere, Lecture Notes in Computer Science 317, Berlin - Heidelberg - New York ... 1988, S. 710-726.

Westphal (1986)
Westphal,H.: Eine Beurteilung paralleler Modell für Prolog; in: Hommel,G.; Schindler,S. (Hrsg.): GI - 16. Jahrestagung I: Informatik-Anwendungen - Trends und Perspektiven, 06.-10.10.1986 in Berlin, Proceedings, Informatik-Fachberichte 126, Berlin - Heidelberg - New York ... 1986, S. 227-240.

Whitehead (1925)
Whitehead,A.N.; Russell,B.: Principia Mathematica, Vol. 1, 2. Aufl., Cambridge (Massachusetts) 1925.

Whitehouse (1973)
Whitehouse,G.E.: Systems Analysis and Design Using Network Techniques, Englewood Cliffs 1973.

Wild (1966)
Wild,J.: Grundlagen und Probleme der betriebswirtschaftlichen Organisationslehre - Entwurf eines Wissenschaftsprogramms, Berlin 1966.

Winand (1980)
Winand,U.; Rosenstengel,B.: Interaktive Improvisation von Flugplänen auf der Basis der Petri-Netztheorie; in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 50. Jg. (1980), S. 1229-1256.

Winfree (1983)
Winfree,A.T.: Sekundenherztod: Hilfe von der Topologie? in: Spektrum der Wissenschaft, o.Jg. (1983), Heft 7, S. 98-111.

Winkowski (1976b)
Winkowski,J.: Formal theories of Petri nets and net simulation, Bericht Nr. 252, Centrum Obliczeniowe Polskiej Akademij Nauk (Computation Centre Polish Academy of Sciences), Warschau 1976.

Winter,Ro. (1991)
Winter,Ro.: Mehrstufige Produktionsplanung in Abstraktionshierarchien auf der Basis relationaler Informationsstrukturen, Dissertation, Universität Frankfurt 1989, Berlin - Heidelberg - New York ... 1991.

Zelewski (1986a)
Zelewski,S.: Das Leistungspotential der Künstlichen Intelligenz - Eine informationstechnisch-betriebswirtschaftliche Analyse, Band 1, 2 und 3, Dissertation (unter dem Titel: Das Leistungspotential der Künstlichen Intelligenz - Bestandsaufnahme und Bewertungsansätze aus informationstechnisch-betriebswirtschaftlicher Perspektive unter besonderer Berücksichtigung produktionswirtschaftlicher Aspekte -), Universität Köln 1985, Witterschlick (Bonn) 1986.

Zelewski (1986c)
Zelewski,S.: Netztheoretische Fundierung von parallelen Algorithmen für die Lösung linear-ganzzahliger OR-Modelle, Arbeitsbericht Nr. 12 (2. Aufl. des Arbeitsberichts 9/1986), Seminar für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Industriebetriebslehre und Produktionswirtschaft, Universität Köln, Köln 1986.

Zelewski (1987a)
Zelewski,S.: Das Petrinetz-Konzept - Ansätze zu seiner inhaltlichen Charakterisierung -, Interner Arbeitsbericht, Seminar für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Industriebetriebslehre und Produktionswirtschaft, Universität Köln, Köln 1987.

Zelewski (1988b)
Zelewski,S.: Netztheoretische Fundierung von parallelen Algorithmen zur Bestimmung von Lösungen für linear-ganzzahlige OR-Modelle ohne Extremalziele; in: Angewandte Informatik, 30. Jg. (1988), S. 352-362.

Zelewski (1988e)
Zelewski,S.: The Concept of Fuzzy Sets with Special Regard to their Linguistic Interpretation - a Solution for Fuzzy Problems?; in: Zeitschrift für Operations Research, Vol. 32 (1988), S. 47-68.

Zelewski (1989a)
Zelewski,S.: Komplexitätstheorie - als Instrument zur Klassifizierung und Beurteilung von Problemen des Operations Research, Braunschweig - Wiesbaden 1989.

Zelewski (1989e)
Zelewski,S.: Contributions of Net-Theory to the Modelling of OR-Problems from a Logically Based Point of View; in: Rivista di matematica per le scienze economiche e sociali, Anno 12 (1989), Fascicolo 2, S. 67-92.

Institut für Produktionswirtschaft und Industrielle Informationswirtschaft der Universität Leipzig

Verzeichnis der Arbeitsberichte

Nr. 1: ZELEWSKI, STEPHAN: Das Konzept technologischer Theorietransformationen - eine Analyse aus produktionswirtschaftlicher Perspektive, Leipzig 1994.

Nr. 2: SIEDENTOPF, JUKKA: Anwendung und Beurteilung heuristischer Verbesserungsverfahren für die Maschinenbelegungsplanung - Ein exemplarischer Vergleich zwischen Neuronalen Netzen, Simulated Annealing und genetischen Algorithmen, Leipzig 1994.

Nr. 3: ZELEWSKI, STEPHAN: Unternehmenskrisen und Konzepte zu ihrer Bewältigung, Leipzig 1994.

Nr. 4: SIEDENTOPF, JUKKA: Ein effizienter Scheduling-Algorithmus auf Basis des Threshold Accepting, Leipzig 1995.

Nr. 5: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 1: Exposition, Leipzig 1995.

Nr. 6: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 2: Bezugsrahmen, Leipzig 1995.

Nr. 7: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 3: Einführung in Stelle/Transition-Netze, Leipzig 1995.

Nr. 8: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 4: Verfeinerungen von Stelle/Transition-Netzen, Leipzig 1995.

Nr. 9: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 5: Einführung in Synthetische Netze, Teilband 5.1: Darstellung des Kernkonzepts, Leipzig 1995.

Nr. 10: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 5: Einführung in Synthetische Netze, Teilband 5.2: Auswertungsmöglichkeiten, Leipzig 1995.

Nr. 11: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 6: Erweiterungen von Synthetischen Netzen, Leipzig 1995.

Nr. 12: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 7: Fallstudie, Leipzig 1995.

Nr. 13: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 8: Charakterisierung des Petrinetz-Konzepts, Leipzig 1995.

Nr. 14: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 9: Beurteilung des Petrinetz-Konzepts, Leipzig 1995.

Nr. 15: ZELEWSKI, STEPHAN: Petrinetzbasierte Modellierung komplexer Produktionssysteme (Projekt PEMOPS), Band 10: Petrinetz-Literatur, Leipzig 1995.

Nr. 16: SIEDENTOPF, JUKKA: An Efficient Scheduling Algorithm Based upon Threshold Accepting, Leipzig 1995.

Nr. 17: SIEDENTOPF, JUKKA: The Threshold Waving Algorithm for Job Shop Scheduling, Leipzig 1995.

Nr. 18: ZELEWSKI, STEPHAN: Diskussionspapier zum Text "Zur wirtschaftlichen und sozialen Lage in Deutschland" einer evangelisch-katholischen Arbeitsgruppe, Leipzig 1995.

Nr. 19: SCHIMMEL, KATRIN; ZELEWSKI, STEPHAN: Untersuchung alternativer Auktionsformen hinsichtlich ihrer Eignung zur Koordination verteilter Agenten auf Elektronischen Märkten, Leipzig 1996.

Nr. 20: SIEDENTOPF, JUKKA: Feinterminierung unter restriktiven Laufzeitanforderungen - Ein exemplarischer Vergleich lokaler Suchverfahren (Teil I), Leipzig 1996.

Nr. 21: ZELEWSKI, STEPHAN: Strukturalistische Rekonstruktion von ökologisch induzierten Entwicklungen der produktionswirtschaftlichen Theoriebildung, Leipzig 1996.

Nr. 22: RÖßLER, HENRIK; SCHIMMEL, KATRIN: Zur Animation und Simulation hierarchischer Petrinetze., Leipzig 1996.

Nr. 23: RÖßLER, HENRIK; WURCH, MAIK: Implementierung des Modells eines Flexiblen Fertigungssystems, Teilbände 1-3, Leipzig 1996.

Nr. 24: SCHIMMEL, KATRIN: Abstimmung der Implementierungssoftware INCOME/STAR. Bericht zu Phase 1 des Projekts PEMVEK, Leipzig 1996/ 2. Auflage 1997.

Nr. 25: WURCH, MAIK: Modellierung eines Flexiblen Fertigungssystems sowie von Produktionsaufträgen. Bericht zu den Phasen 2 und 3 des Projekts PEMVEK, Leipzig 1996.

Nr. 26: SCHIMMEL, KATRIN: Der Einsatz elektronischer Märkte zur Koordination in Flexiblen Fertigungssystemen, Leipzig 1996.

Nr. 27: TÖPFER, ANDREAS: Vergleichende Wirtschaftlichkeitsbetrachtung von Windkraftanlagen im Raum Halle/Leipzig - Ergebniszusammenfassung, Leipzig 1996.

Nr. 28: WURCH, MAIK: Implementierung von Vickrey-Auktionen mit Hilfe von Petrinetzen, Leipzig 1996.

Nr. 29: WURCH, MAIK: Coordinating Electronic Markets by Auctions, Leipzig 1996.

Nr. 30: SCHIMMEL, KATRIN; WURCH, MAIK: Simulation eines Koordinations-Moduls in einem Flexiblen Fertigungssystem, Leipzig 1996.

Nr. 31: RÖßLER, HENRIK: XPNC - Auswahltool für parallele Schaltentscheidungen bei der Simulation von Petrinetzen, Leipzig 1997.

Nr. 32: ZELEWSKI, STEPHAN: Handelsinformationssysteme - erweiterte Fassung einer Rezension, Leipzig 1997.

Nr. 33: ZELEWSKI, STEPHAN: Erfahrungen mit Höheren Petrinetzen bei der Modellierung von Prozeßkoordinierungen in komplexen Produktionssystemen. Bericht zu Phase 7 des Projekts PEMVEK, Leipzig 1997. [in Arbeit]

Nr. 34: ZELEWSKI, STEPHAN: Optimierung in Petrinetz-Modellen - eine Analyse aus betriebswirtschaftlicher Sicht, Leipzig 1997. [in Arbeit]

Nr. 35: WURCH, MAIK: Simulation von Koordinations-Modulen unter Berücksichtigung strategischen Agentenverhaltens, Leipzig 1997. [in Arbeit]

Nr. 36: SCHIMMEL, KATRIN: Komponente für Erreichbarkeitsanalysen. Bericht zu Phase 6 des Projekts PEMVEK, Leipzig 1997.

Nr. 37: WURCH, MAIK: Modellierung der Prozeßkoordinierung. Bericht zu Phase 4 des Projekts PEMVEK, Leipzig 1997. [in Arbeit]

Nr. 38: BODE, JÜRGEN; FUNG, RICHARD Y.K.: Integrating Cost Considerations in Quality Function Deployment, Leipzig 1997.