Arbeitsbericht Nr. 28

Petrinetze für die Konstruktion und Konsistenzanalyse von logisch orientierten Problembeschreibungen

von

Dr. Stephan Zelewski

Dieser Bericht tritt an die Stelle des Arbeitsberichts Nr. 11/1986: "Netztheoretische Ansätze zur Konstruktion und Auswertung von logisch fundierten Problembeschreibungen"

Köln 1989

Abstract

Probleme des Operations Research (OR), deren Struktur wesentlich von logischen Sachverhalten bestimmt wird, lassen sich nur schwer mit konventionellen OR-Programmen modellieren. Die erforderlichen binären Entscheidungsvariablen führen nicht nur zu artifiziell anmutenden Entscheidungsmodellen und erheblichen Schwierigkeiten bei der Modellösung. Auch der Nachweis der Programmkonsistenz erweist sich als diffizil. Gleiches gilt für die Lokalisierung der Ursachen inkonsistenter Problemmodellierungen und deren Beseitigung.

Fragen der Lösungseffizienz werden hier nicht weiter behandelt. Stattdessen wird ein Modellierungskonzept auf der Basis von Petrinetzen vorgestellt. Es dient speziell der natürlichen Repräsentation aussagenlogischer Zusammenhänge und der Überwachung ihrer Konsistenz. Ein Beispiel aus dem Gebiet der Jahresabschlußgestaltung von Aktiengesellschaften verdeutlicht die Anwendungsmöglichkeiten der Netztheorie für Aufgaben des Konsistenz-Monitoring.

Abstimmungsprobleme, die aus der Verknüpfung von Logik, Netztheorie, graphischen Problembeschreibungen und OR-Programmen resultieren, werden behandelt. Ein Ausblick beschäftigt sich mit dem Einsatz von Netzmodellen für die Konsistenzüberwachung von Expertensystemen. Vorausgesetzt werden hierbei Wissensbasen, die aus Produktionsregeln aufgebaut sind. Erweiterungen des aussagenlogischen Ansatzes zu einem prädikatenlogischen Modellierungskonzept werden hierbei skizziert.

Inhaltsverzeichnis

1 Die Bedeutung logischer Aspekte für Entscheidungsmodelle

Entscheidungsmodelle, die reale Entscheidungsprobleme formalsprachlich abbilden sollen, werden im Rahmen des Operations Research (OR) oftmals als lineare arithmetische Kalküle - als "OR-Programme" - gestaltet[1]. Ein solches Programm besteht in der Regel aus einem vieldimensionalen Alternativenraum, der durch die Definitionsbereiche der Entscheidungsvariablen aufgespannt und durch eine endliche Anzahl von Nebenbedingungen eingeschränkt wird. Er definiert die Menge zulässiger Problemlösungen. Zielbedingungen, wie z.B. der Komplex aus einer Zielfunktion und einem Extremierungsoperator, zeichnen unter den zulässigen Lösungen die intendierten "optimalen" Lösungen aus.

Eine effiziente Suche nach intendierten Problemlösungen setzt voraus, daß der Alternativenraum im mathematischen Sinn dicht (und konvex) ist. Daher werden die Definitionsbereiche der Entscheidungsvariablen im allgemeinen aus der Menge der rationalen Zahlen gewählt[2]. Die Dichtevoraussetzung erweist sich aber nur für konventionelle Entscheidungsvariablen als realitätsadäquat. Solche Variablen bilden reale Größen ab, die sich auf kontinuierlichen metrischen Skalen messen lassen.

Oftmals wird das Entscheidungsfeld jedoch auch von logischen Sachverhalten bestimmt. Solche Sachverhalte entziehen sich grundsätzlich einer rationalzahligen Repräsentation. Dies gilt zumindest in bezug auf die klassischen Kalküle der Aussagen- und der Prädikatenlogik (1. Ordnung). Diese werden fortan als Konkretisierungen des Logikbegriffs vorausgesetzt[3]. Des weiteren wird die Beschreibung von Problemen gedanklich in zwei Komponenten zerlegt. Die logische Problembeschreibung erstreckt sich ausschließlich auf diejenigen Problemaspekte, die sich mit rein logischen Ausdrucksmitteln erfassen lassen. Die Rumpfbeschreibung umfaßt alle verbleibenden Determinanten einer Problembeschreibung. Die nachfolgenden Ausführungen betreffen zunächst nur die logische Beschreibungskomponente. Auf ihre Abstimmung mit der Rumpfbeschreibung wird später zurückgekommen[4].

Die Beschäftigung mit der Modellierung von logischen Sachverhalten wird durch zwei Gründe nahegelegt. Erstens fließt in Modelle des Operations Research eine Vielzahl solcher Sachverhalte ein, ohne daß ihre logische Natur immer explizit deutlich wird. Beispielsweise[5] stellen Aus-

---

1) Vgl. z.B. BITZ (1977), S. 65ff.; LAUX (1982), S. 32ff., insbesondere S. 47ff. u. 235ff.; ELLINGER (1985), S. 14ff.; KERN (1987), S. 32ff. Modell- und Programmbegriff werden fortan synonym verwendet.

2) Zwar werden die Entscheidungsvariablen oftmals als reellwertig vorausgesetzt. Doch erstrecken sich Algorithmen zur Lösung solcher Entscheidungsmodelle - vor allem auch deren Implementierungen durch Automatische Informationsverarbeitungssysteme - im allgemeinen nur auf Operationen mit rationalen Zahlen. Irrationale Zahlen, die z.B. den Umgang mit unendlichen Dezimalbrüchen erfordern, werden kaum beachtet.

3) Diese beiden Kalküle sind durch ihre Zweiwertigkeit gekennzeichnet, die nur zwischen wahren und falschen bzw. gültigen und ungültigen Formeln (Aussagen bzw. Prädikaten) differenziert. Mehrwertige Logiken - wie z.B. unscharfe Logikkalküle auf der Basis der Theorie unscharfer Mengen oder Kalküle der Evidenzlogik - können sich dagegen u.U. auch auf rationalzahlige ("reellwertige") "Wahrheits"-Werte erstrecken. Für diese Logikvarianten treffen die nachfolgenden Ausführungen nicht zu. Allerdings wird im Ausblick die Berücksichtigung einer dreiwertigen Logik durch Netzmodelle angedeutet.

4) Vgl. Abschnitt 6.

5) Einen breiten Überblick über logische Aspekte bei der Gestaltung von OR-Modellen bietet WILLIAMS (1985), S. 163ff.

schließlichkeits- und Vollständigkeitsbedingungen bei Zuordnungsmodellen logische Beziehungen zwischen den Zuordnungsalternativen dar. Einen logischen Charakter besitzt ebenso das Anfallen von Fixkosten bei positiven Produktionsmengen, falls diese Fixkosten bei Produktionseinstellung abgebaut werden können.

Zweitens kann die derzeit diskutierte Annäherung zwischen Operations Research und Erforschung der Künstlichen Intelligenz (KI)[6] dazu führen, seitens des Operations Research verstärkt mit expliziten logischen Problembeschreibungen konfrontiert zu werden. Denn in der KI-Forschung zählt die logische Wissensrepräsentation[7] zu den wichtigsten Konzepten für die Beschreibung von Problemen. Beispielsweise wird beabsichtigt, Lösungsalgorithmen des Operations Research in Expertensysteme einzubinden. Solche Expertensysteme sollen als intelligente Modell- und Methodenbanksysteme ihre Benutzer bei der Problembewältigung u.a. dadurch beraten, daß sie problemadäquate Modellklassen und Lösungsalgorithmen empfehlen. Diese Integration von Operations Research und Künstlicher Intelligenz wird verstärkt dazu führen, Problembeschreibungen in logisch repräsentiertes Expertenwissen über Anwendungsvoraussetzungen und Eignung alternativer Modelle oder Methoden einzubetten.

Aber auch außerhalb der KI-Forschung finden explizite logische Sachverhaltsbeschreibungen für betriebswirtschaftliche Problemstellungen zunehmend Beachtung. Hierzu zählen beispielsweise die Ausführungen von BONCZEK, HOLSAPPLE und WHINSTON. Sie beschreiben die Gestaltung von entscheidungsunterstützenden Systemen, deren Modellkomponente durch (prädikaten-)logische Formeln realisiert wird[8].

Die logischen Aspekte eines Problems können in zwei Kategorien aufgeteilt werden[9]. Sie erstrecken sich einerseits auf Subprobleme mit dichotomen Charakter. Dort sind Partialentscheidungen erforderlich, ob eine einzelne Aktion ausgeführt werden soll oder nicht[10]. Die Ergebnisse solcher Partialentscheidungen lassen sich durch zweiwertige (binäre) Entscheidungsvariablen x_i mit den Definitionsbereichen $D_i=\{0;1\}$ erfassen. Eine solche Variable nimmt genau dann den Wert $x_i=1$ an, falls die Entscheidung zugunsten der Aktionsausführung fällt, andernfalls wird sie auf $x_i=0$ gesetzt. Die zweite Kategorie betrifft logische Abhängigkeiten zwischen Konstituenten der Problembeschreibung, wie z.B. zwischen einzelnen Partialentscheidungen oder zwischen einer Partialentscheidung und ihren realen Konsequenzen. Solche logischen Abhängigkeiten lassen sich mit der Hilfe von ganzzahligen Indikatorvariablen modellieren. Sie besitzen oftmals die gleichen binären Definitionsbereiche wie die Variablen für die Partialentscheidungen. Beide Variablentypen für die Repräsentation logischer

---

6) Vgl. zur Erörterung möglicher ein- oder auch beidseitiger Befruchtungen dieser Disziplinen MÜLLER-MERBACH (1984), S. 7ff.; THORNTON (1985), S. 281ff.; ZELEWSKI (1986), passim, z.B. S. 82ff., 312f., 619ff., 628, 655ff. u. 939ff.; NEUMANN (1987), S. 264ff.; vgl. auch hinsichtlich eines konkreten Brückenschlags BULLERS (1980), S. 351ff.

7) Dies gilt insbesondere für die Repräsentationskonzepte der Produktionsregelsysteme und der semantischen Netze. Dort lassen sich logische Formeln zur Regelformulierung bzw. für die Beschreibung der Knoten- und Kantenbedeutungen benutzen.

8) Vgl. BONCZEK (1981), S. 263 u. 270ff.

9) Vgl. zur folgenden Differenzierung WILLIAMS (1985), S. 162.

10) Der Aktionsbegriff wird hier im weitesten Sinne aufgefaßt, der auch abstrakte Aktionen - wie z.B. Zuordnungsaktionen - einschließt. So kann der Sachverhalt, daß ein Lager an einem bestimmten Standort errichtet wird (oder nicht), als Partialentscheidung über eine entsprechende Zuordnung (oder Nichtzuordnung) zwischen Lager und Standort dargestellt werden.

Sachverhalte werden fortan unter den Oberbegriff der Logikvariablen subsumiert.

Trotz der simplen Basisdefinition von Logikvariablen resultieren in der Regel Entscheidungsmodelle von sehr großer Komplexität und Intransparenz. OR-Programme, die Logikvariablen enthalten, gehören im allgemeinen dem Bereich der gemischt-ganzzahligen[11)] und nicht-linearen Programmierung an. Die Ganzzahligkeit folgt unmittelbar aus der Definition der Logikvariablen. Die Nichtlinearität resultiert aus der Verknüpfung von Partialentscheidungen mit ihren realen Konsequenzen. Denn zu diesem Zweck müssen in den Nebenbedingungen eines OR-Programms, welche die Restriktionen eines Realproblems abbilden, die Logikvariablen mit den konventionellen Entscheidungsvariablen oftmals multiplikativ verknüpft werden. Die Komplexität von OR-Programmen mit Logikvariablen läßt sich analytisch in die Aspekte der Lösungs- und der Strukturkomplexität zerlegen.

Die Lösungskomplexität beruht erstens auf der kombinatorischen "Explosion"[12)] von zulässigen Problemlösungen[13)], die von Lösungsalgorithmen als Entscheidungsalternativen berücksichtigt werden müssen. Zweitens lassen sich die oftmals effizienten Lösungstechniken, die durch Differentialkalkül und Variationsrechnung angeboten werden, auf gemischt-ganzzahlige OR-Programme nicht - zumindest nicht direkt - anwenden. Drittens kommt verstärkend die Nichtlinearität der Nebenbedingungen hinzu, die tendenziell aufwendigere Lösungsalgorithmen erfordert.

Der quantitative Aspekt der Lösungskomplexität wird nicht weiter berücksichtigt. Denn Effizienzfragen der Problemlösung liegen außerhalb des Erkenntnisinteresses dieser explorativen Untersuchung. Die Lösungskomplexität von gemischt-ganzzahligen Modellen wird als gegeben hingenommen. Darüber hinaus ist die Analyse von Netzmodellen[14)], die später präsentiert wird, einer ähnlichen Lösungskomplexität ausgesetzt. Dies gilt zumindest hinsichtlich der beiden erstgenannten Komplexitätsdeterminanten, da auch die Netzanalysen ganzzahlige Kalküle erfordern. Allerdings besitzen diese Analysen den Vorzug, den Bereich linearer Kalküle im allgemeinen[15)] nicht zu verlassen. Aus dieser letztgenannten Perspektive folgt eine partielle Verringerung der Lösungskomplexität bei logisch orientierten Problembeschreibungen durch Netzmodelle[16)].

Die Strukturkomplexität stellt eine qualitative Charakteristik von OR-Programmen dar. Sie fällt bei der Verwendung von Logikvariablen im allgemeinen hoch aus. Denn im Regelfall müssen zahlreiche Logikvariablen berücksichtigt werden, die vielfach ineinander verschachtelt sein können[17)]. Diese Strukturkomplexität wird exemplarisch durch die Ausführungen von

---

11) Strenggenommen handelt es sich um gemischt-rational/binär-zahlige Entscheidungsmodelle. An dem o.a. Begriff wird jedoch infolge seiner breiten Akzeptanz festgehalten.

12) Strenggenommen handelt es sich bei der "Explosion" um ein Anwachsen der Anzahl zulässiger Problemlösungen in Abhängigkeit von der Anzahl problembeschreibender Logikvariablen, das sich durch keine polynomiale Funktion nach oben beschränken läßt.

13) Vgl. FORREST (1974), S. 736ff.; GABRIEL (1982), S. 30ff. u. 192f.; WILLIAMS (1985), S. 196f. u. 227.

14) Der einfacheren Diktion halber werden in dieser Ausarbeitung Petrinetze auch kurz als Netze bezeichnet.

15) Eine Ausnahme bildet die Erreichbarkeitsanalyse von Netzmodellen; Näheres dazu später.

16) Vgl. aber die Ausführungen im Exkurs des Abschnitts 6, die andeuten, daß andere Einflüsse die Lösungskomplexität wieder ansteigen lassen, wenn der Versuch unternommen wird, konventionelle OR-Programme und Netzmodelle miteinander zu integrieren.

17) Vgl. JOHÄNNIGEN-HOLTHOFF (1986), S. 229.

BOOS[18], GABRIEL[19], JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF[20] und WILLIAMS[21] verdeutlicht, die sich mit der Repräsentation von logischen Sachverhalten in Entscheidungsmodellen intensiv auseinandergesetzt haben. Die nähere Betrachtung der Strukturkomplexität von logisch orientierten Problembeschreibungen läßt sich aus dem Zusammenwirken mehrerer Einflußgrößen motivieren.

Erstens mutet die Einführung von Logikvariablen zur Darstellung von logischen Sachverhalten oftmals artifiziell an[22]. Obwohl die Sachverhalte in logischen Formeln - und auch in deren natürlichsprachlichen Umschreibungen - in der Regel einfach und übersichtlich ausgedrückt werden können, erweist sich ihre Abbildung in Entscheidungsmodellen häufig als problematisch[23]. Es muß immer wieder zu undurchsichtigen Hilfskonstruktionen aus komplexen Variablenkonglomeraten gegriffen werden[24]. Folglich kann die Strukturkomplexität keine originäre Eigenschaft der zu repräsentierenden Sachverhalte sein. Vielmehr bildet sie eine derivative Eigenschaft derjenigen Methoden, die zur Umsetzung der logischen Problembeschreibung in Logikvariablen eingesetzt werden[25]. Insbesondere die Darstellung der logischen Beziehungen zwischen Partialentscheidungen und ihren realen Konsequenzen führt oftmals zu intransparenten Konglomeraten aus binären Entscheidungs-, aus Indikator- und aus konventionellen Entscheidungsvariablen.

Der tiefere Grund für diese Schwierigkeiten liegt in der rudimentären impliziten Verknüpfungslogik der Nebenbedingungen von OR-Programmen. Es wird stets vorausgesetzt, diese müßten durch jede zulässige Lösung simultan erfüllt werden, also konjunktiv ("und": $\wedge$) miteinander verknüpft sein. Adjunktionen (inklusives "oder": $\vee$), Disjunktionen (exklusives "oder": $\dot{\vee}$) und Subjunktionen ("wenn...dann...": $\rightarrow$) werden ebensowenig berücksichtigt wie Negationen ("nicht": $\neg$). Daher bereitet es erhebliche Probleme, nichtkonjunktive Beziehungen zwischen Nebenbedingungen oder negierte Nebenbedingungen zu formulieren. Beispielsweise läßt sich zwar ohne Schwierig-

18) Vgl. BOOS (1986), S. 7ff., 19ff. u. 28f., in bezug auf Gestaltungsentscheidungen für Energie-Informationssysteme.

19) Vgl. GABRIEL (1982), S. 15ff. u. 43ff., als umfassende Darstellung der allgemeinen, nicht auf bestimmte Anwendungsfälle zugeschnittenen Berücksichtigung von logischen Beziehungen in Entscheidungsmodellen des Operations Research.

20) Vgl. JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 44ff., speziell zu bilanzpolitischen Gestaltungsentscheidungen S. 57ff. u. 205ff.

21) Vgl. WILLIAMS (1985), S. 162ff. u. 196ff., der eine Vielzahl von Entscheidungsmodellen des Operations Research für charakteristische Klassen von Realproblemen behandelt.

22) Die Künstlichkeit der Variablenbildung wird exemplarisch bei WILLIAMS (1985), S. 198, deutlich. Dort werden Gruppen von Entscheidungsalternativen modelliert, die durch ein exklusives "oder" logisch verknüpft sind. Ähnlich artifiziell wirkt die Abbildung der Ausschließlichkeit von Entscheidungsvariablen durch quadratische Beziehungen bei BITZ (1977), S. 319.

23) Vgl. als Beispiele dieser hohen Komplexität BOOS (1986), S. 20ff.; JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 178ff., insbesondere S. 181ff. (in bezug auf Entscheidungen über die Jahresüberschußverwendung oder der Jahresfehlbetragsdeckung), u. S. 205ff., insbesondere S. 212ff. (Entscheidungen über Verlustvor- und -rückträge hinsichtlich der Bemessungsgrundlage für die Körperschaftsteuer).

24) Vgl. zu einer solchen Hilfskonstruktion z.B. Boos (1986), S. 21ff.

25) Mittelbar wird dies durch die Ausführungen von WILLIAMS (1985), S. 196ff., unterstrichen, der zwischen "guten" und "schlechten" Modellierungen von logischen Sachverhalten unterscheidet. Eine solche Variabilität der Modellierungsqualität kann nicht aus dem einheitlich vorgegebenen Modellierungsobjekt (dem abzubildenden Realproblem), sondern nur aus dem Prozeß der Problemabbildung folgen.

keiten ausdrücken, daß eine Variable x_i den Wert c und eine Variable x_j den Wert d annehmen sollen. Doch können weder das Negat $x_i \neq c$ noch die Disjunktion $x_i = c \dot{\vee} x_j = d$ unmittelbar formuliert werden. Dies ist nur in indirekter Weise mit Hilfe "artifizieller" Logikvariablen und zusätzlicher Nebenbedingungen möglich.

Besonders augenfällig wird das Defizit, Adjunktionen und Negationen unmittelbar ausdrücken zu können, bei einem Ausblick auf regelbasierte Expertensysteme. Denn die Produktionsregeln solcher Expertensysteme besitzen den logischen Charakter von Subjugaten $A_1 \text{->} A_2$. Solche Subjugate beruhen aufgrund der Äquivalenz $A_1 \text{->} A_2 \text{<=>} \neg A \vee B$ auf der Negation und Adjunktion. Daher lassen sich die Produktionsregeln auch dann nicht unmittelbar in OR-Programme einbinden, wenn ihre atomaren Komponenten A_1 und A_2 im arithmetischen Kalkül aus Variablen und Funktionen direkt ausgedrückt wären. Die zunehmende Beachtung regelbasierter Expertensysteme auch im Bereich des Operations Research verweist darauf, daß die logischen Beziehungen, die in solchen Subjugaten ausgedrückt werden, für die Modellierung von Realproblemen größere Bedeutung erlangen. Aus dieser Sicht erweist sich die Beschränkung von OR-Programmen auf *unmittelbare* konjunktive Verknüpfungen als ein gravierendes Defizit ihrer Ausdrucksmächtigkeit.

Eine zweite Einflußgröße der Strukturkomplexität von OR-Programmen erstreckt sich auf den Prozeß der Modellkonstruktion. Bei der praktischen Formulierung von OR-Programmen bereitet es den Modellgestaltern zumeist große Schwierigkeiten, ihre Vorstellungen über logische Problemaspekte mit der Hilfe von Logikvariablen in korrekte formalsprachliche Problembeschreibungen umzusetzen[26]. Die Transformation der unmittelbar gegebenen logischen Beziehungen in die indirekten Hilfskonstruktionen von OR-Programmen erweist sich als intellektuelle Barriere.

Drittens kann die inhärente strukturelle Komplexität von Entscheidungsmodellen, die als OR-Programmen mit Logikvariablen gestaltet worden sind, die Modellvalidierung, die korrigierende Modellrekonstruktion und die Modellnutzung erheblich behindern. Beispielsweise ist es schwer, die Empfehlung einer Entscheidungsalternative zu rechtfertigen, wenn das zugrundeliegende Entscheidungsmodell so kompliziert ist, daß es von niemandem - abgesehen vom Modellkonstrukteur selbst - verstanden wird. Eine solche Intransparenz läßt die Modellnutzung durch Entscheidungsträger zweifelhaft erscheinen.

Aus den vorgenannten Gründen drängt sich die Suche nach alternativen Modellierungskonzepten auf. Sie sollten die Modellkonstruktion und -anwendung dadurch erleichtern, daß die logischen, gegebenenfalls natürlichsprachlich umschriebenen Sachverhalte aus der Problembeschreibung weniger kompliziert, dafür aber transparenter repräsentiert werden, als es auf der Basis von Logikvariablen üblich ist. Auf diese Weise würde der Modellkonstrukteur von der schwierigen Aufgabe der Bildung von Logikvariablen befreit. Er könnte sich auf den wesentlichen Aspekt konzentrieren, die problemrelevanten logischen Sachverhalte zu modellieren[27]. Ferner ist zu überprüfen, ob solche Modellierungsmethoden die artifizielle Komplexität, die durch die Einführung von Logikvariablen verursacht wird, zu vermeiden - oder doch zumindest zu verringern - vermögen.

---

26) Vgl. GABRIEL (1982), S. 15f. Diese Schwierigkeit folgt auch aus der Anforderung, "schlechte" Modellierungen zu vermeiden, die in der voranstehenden Fußnote angesprochen wurde.

27) Die Ausführungen beziehen sich nur auf diejenigen Modellausschnitte, die sich auf die Abbildung von logischen Sachverhalten erstrecken. Die rationalzahligen gewöhnlichen Modellkomponenten werden nicht explizit angesprochen, aber implizit als gegeben unterstellt.

Vor diesem Hintergrund wirkt es erstaunlich, daß die meisten Ausführungen von Autoren, die sich aus der Sicht des Operations Research mit der Erfassung von logischen Sachverhalten befassen[28], auf den komplexen Gebrauch von Logikvariablen beschränkt bleiben. Der Einsatz von Logikvariablen ist zwar lösungsadäquat[29], weil die Lösungsalgorithmen für gemischt-ganzzahlige OR-Programme auf entsprechend formulierte arithmetische Modelle unmittelbar angewendet werden können. Doch erweist sich die Verwendung von Logikvariablen keineswegs als problemadäquat. Denn die hohe Strukturkomplexität der OR-Programme inhäriert - wie bereits dargelegt wurde - nicht vollständig den zu modellierenden logischen Sachverhalten. Stattdessen beruht sie zumindest partiell auf der Abbildung logischer Problembeschreibungen durch Logikvariablen[30].

Ein möglicher Ansatz, der zu problemadäquateren, weniger komplexen, transparenteren und natürlicher anmutenden Repräsentationen von logischen Problemaspekten führen könnte, besteht in der Konstruktion graphischer Problembeschreibungen. Hierbei wird von den Erkenntnissen der kognitiven Psychologie ausgegangen, daß graphische Modellierungen kompakter und verständlicher ausfallen als die "Variablen-Konglomerate" von konventionellen OR-Programmen. Darüber hinaus werden zwei zusätzliche Anforderungen an graphische Modellierungskonzepte gestellt.

Erstens sollte es möglich sein, aus der natürlichsprachlichen Beschreibung eines Problems die Repräsentation seiner logischen Aspekte systematisch ableiten zu können (konstruktives Postulat). Hierfür spricht, daß die meisten Realprobleme zunächst in einer solchen natürlichsprachlichen Konzeptualisierung vorliegen. Die Ableitung einer Problemrepräsentation wird als systematisch bezeichnet, wenn ihr ein allgemeingültiges Schema zugrundeliegt, das gestattet, alle denkmöglichen logischen Problemaspekte von einer natürlichsprachlichen in eine graphische Repräsentationsform zu transformieren.

Zweitens ist es wünschenswert, daß die graphische Modellformulierung mit der Hilfe von linearen arithmetischen Kalkülen untersucht werden kann (analytisches Postulat). Denn solche Kalküle haben sich bei der automatengestützten Modellanalyse vielfach als effiziente Untersuchungsinstrumente bewährt. Die Möglichkeit der Automatenunterstützung wird hier vorausgesetzt. Denn die Modellierungen praktisch relevanter Problemstellungen fallen oftmals so umfangreich aus, daß sie sich nur noch mit Hilfe der Automatischen Informationsverarbeitung in tolerablen Zeitspannen untersuchen lassen.

---

28) Vgl. dazu die früher angeführten Quellen.

29) Vgl. zur Unterscheidung zwischen lösungs- und problemadäquater Modellbildung BITZ (1977), S. 60ff.; JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 42f.

30) Um so mehr erstaunt es, daß Autoren, die den Primat der problem- vor der lösungsadäquaten Modellgestaltung anerkennen, dennoch unmittelbar zur artifiziellen "Krücke" der Logikvariablen greifen. Vgl. hierzu etwa die Ausführungen von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 42ff.

2 Konsistenzmonitore für die Validierung und Rekonstruktion von Modellen

Einem speziellen Aspekt der Modellvalidierung und -rekonstruktion wird in dieser Ausarbeitung besonderes Gewicht zugemessen. Es handelt sich um das Überwachen (Monitoring) der Modellkonsistenz.

Der Konsistenzbegriff wird zunächst in dem engen Sinn verstanden, daß ein Modell frei von logischen Widersprüchen (Kontradiktionen[31]) ist. Aus dieser Perspektive liegt nur eine interne Modellvalidierung vor. Die Beziehungen eines Modells zum modellierten Realproblem werden nicht unmittelbar erfaßt. Unter der Voraussetzung einer in sich konsistenten Realität indiziert jedoch der Nachweis eines Widerspruchs in einem Modell die mittelbare Erkenntnis, daß dieses Modell keine gültige Beschreibung des abgebildeten Realproblems sein kann. Daher erfolgt durch die Konsistenzprüfung zugleich ein indirekter Beitrag zur externen Modellvalidierung[32].

Daneben läßt sich der Konsistenzbegriff auch im erweiterten Sinn der Modellintegrität auffassen. Die Widerspruchsfreiheit ist eine notwendige, aber keine hinreichende Voraussetzung der Integrität eines Modells. Vielmehr lassen sich zusätzliche Integritätsbedingungen wahlfreien Inhalts formulieren, um die Korrektheit eines Modellzustands zu spezifizieren. Beispielsweise kann das Handlungsmodell eines Expertensystems Handlungsempfehlungen umfassen, die sich zwar aus formal-logischer Sicht nicht widersprechen, aber dennoch bei inhaltlicher Betrachtung gegenseitig ausschließen. Es ist möglich, diese materiale Ausschließlichkeitsbeziehung als Integritätsbedingung für die betroffenen Handlungsempfehlungen auszudrücken[33].

Der Verstoß gegen eine Integritätsbedingung wird als eine Integritätsverletzung bezeichnet. Solche Integritätsverletzungen weisen aufgrund ihrer inhaltlichen Bestimmung nicht nur über formal-logische Kontradiktionen hinaus, sondern stellen auch eine bedeutsame Erweiterung konventioneller OR-Programme dar. Denn die Formulierung inhaltlicher Integritätsbedingungen bereitet erhebliche Schwierigkeiten, wenn hierfür nur die Variablen und Funktionen von OR-Programmen als Ausdrucksmittel zur Verfügung stehen. Dies gilt insbesondere für die oben exemplarisch erwähnten Ausschließlichkeitsbeziehungen. Die wechselseitige Exklusion von Alternativen kann nur spezifiziert werden, indem auf Negationen zurückgegriffen wird. Diese werden aber vom arithmetischen Kalkül der OR-Programme - wie bereits oben dargelegt - nicht oder nur auf der Basis problematischer Hilfskonstruktionen beherrscht.

Die Konsistenzüberwachung kann sich auf drei Ebenen erstrecken. Auf der ersten Ebene der Konsistenzanalyse wird nur untersucht, *ob* ein Modell konsistent ist. Im positiven Fall ist die Konsistenzanalyse bereits abgeschlossen. Falls sich jedoch die Existenz mindestens einer Kontradiktion nachweisen läßt, wird auf der zweiten Ebene der Inkonsistenzdiagnose untersucht, *welche* Konstituenten der Problemmodellierung die nachgewie-

---

31) Eine Kontradiktion ist allgemein eine logisch falsche Formel. Sie ist unter allen kombinatorisch möglichen Belegungen ihrer Variablen ungültig. Im speziell aussagenlogischen Kontext stellt eine Kontradiktion eine Komplexaussage dar, die unter allen kombinatorisch möglichen Wahrheitswertzuweisungen zu ihren atomaren Aussagen falsch ist.

32) Dieser Beitrag erfüllt die externe Validierungsaufgabe allerdings nicht vollständig. Denn ein konsistentes Modell ist nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für die gültige (valide) Abbildung des zugrundeliegenden Realproblems.

33) Vgl. zur Formulierung solcher Integritätsbedingungen im Kontext der Integritätswahrung von Datenbankmodellen OBERWEIS (1988), S. 303ff.

senen Inkonsistenzen verursacht haben. Schließlich wird die dritte Ebene der Konsistenzüberwachung als Inkonsistenztherapie beschritten, wenn aus der Erkenntnis der Inkonsistenzursachen Maßnahmen abgeleitet werden, um das betrachtete Modell in eine konsistente Variante zu überführen. Im letzten Fall wird auch von einer konsistenten Modell*re*konstruktion gesprochen.

Die Konsistenzüberwachung stellt keineswegs eine singuläre Aufgabe dar, die nach Abschluß der Modellkonstruktion nur einmal geleistet werden müßte. Vielmehr läßt sie sich als eine Daueraufgabe gestalten, welche die gesamte Nutzung eines Entscheidungsmodells begleiten kann. Eine solche dauerhafte Überwachung beruht auf der Unterscheidung zwischen der Struktur und dem Zustand eines Entscheidungsmodells. Die invariante Modellstruktur konstituiert die Identität eines Entscheidungsmodells. Sie wird durch die Modellvariablen[34], deren Definitionsbereiche und die Funktionen über diesen Variablen definiert. Unterschiedliche Zustände desselben Entscheidungsmodells bestehen dagegen jeweils aus einer Belegung aller Modellvariablen durch Konstanten. Jede Lösung eines Problems, das durch ein OR-Programm modelliert wurde, entspricht daher einem Modellzustand.

Ein Entscheidungsmodell ist strukturell inkonsistent, wenn die Modellstruktur mindestens eine Kontradiktion oder Integritätsverletzung enthält. Die Lösungsmenge eines solchen Modells ist leer. Die strukturelle Modellinkonsistenz gilt a priori für jede denkmögliche Variablenbelegung durch Konstanten, also für jeden Modellzustand. Ein Entscheidungsmodell erweist sich dagegen als situativ inkonsistent, wenn es zwar strukturell konsistent ist, aber im jeweils betrachteten Modellzustand - der "Situation" - mindestens eine Kontradiktion oder Integritätsverletzung umfaßt. Die situative Modellinkonsistenz tritt nur a posteriori ein, wenn der zugehörige Modellzustand durch die entsprechende Variablenbelegung mit Konstanten verwirklicht wird. Jeder situativ inkonsistente Modellzustand repräsentiert eine unzulässige Lösung des betrachteten Entscheidungsproblems. Ein Konzept, das mindestens den Nachweis struktureller und situativer Inkonsistenzen erlaubt, wird als Konsistenzmonitor bezeichnet. Über die Nachweisfunktion hinaus kann ein Konsistenzmonitor auch die Diagnose- und Therapiefunktion erfüllen, muß es aber nicht.

Wenn ein Entscheidungsmodell genutzt wird, um eine optimale Lösung für ein Entscheidungsproblem zu suchen, läßt sich ein Konsistenzmonitor verwenden, um die Lösungssuche auf zulässige Lösungen auszurichten. Zunächst wird überprüft, ob das Entscheidungsmodell strukturell konsistent ist. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die Lösungssuche erfolglos abgebrochen, weil die Menge zulässiger Problemlösungen leer ist. Andernfalls wird die Lösungssuche fortgesetzt. Dabei erfolgt eine permanente Überwachung hinsichtlich situativer Inkonsistenzen. Wird eine solche mittels der Konsistenzanalyse entdeckt, kann auf das Instrument der Inkonsistenzdiagnose zurückgegriffen werden, um die Ursache der Inkonsistenz zu lokalisieren. Aufgrund der hierbei gewonnenen Erkenntnisse läßt sich im Rahmen der Inkonsistenztherapie die Wiederaufnahme der Lösungssuche durch gezielte Inkonsistenzbeseitigung so steuern, daß möglichst rasch zu einer zulässigen Problemlösung zurückgekehrt wird. Ebenso ist es möglich, die Inkonsistenzdiagnose und -therapie zu benutzen, um ein strukturell inkon-

---

34) Die Modellvariablen umfassen nicht nur die oben explizit eingeführten konventionellen Entscheidungs- und Logikvariablen. Vielmehr gehören zu ihnen auch die Zustandsvariablen. Ihre Ausprägungen können nicht frei festgelegt werden, sondern sind in Abhängigkeit von anderen Variablenausprägungen definiert. Sie gehören jeweils zur Beschreibung eines Modellzustands. In dieser Ausarbeitung wird zwischen den verschiedenen Variablenkategorien nicht weiter differenziert, soweit es nicht im jeweils aktuellen Kontext erforderlich ist.

sistentes Entscheidungsmodell durch Beseitigen seiner Strukturdefekte in ein konsistentes zu transformieren.

Konsistenzanalyse, Inkonsistenzdiagnose und Inkonsistenztherapie lassen sich also grundsätzlich heranziehen, um die modelltechnische Behandlung von Entscheidungsproblemen durch Konsistenzmonitore zu unterstützen. Dies gilt sowohl für die Validierung - und gegebenenfalls auch für die korrigierende Rekonstruktion - der Struktur von Entscheidungsmodellen als auch für die Modellnutzung während der Suche nach Modellösungen.

Konventionelle OR-Programme auf der Basis von Logikvariablen leisten eine solche Konsistenzüberwachung nur in geringem Ausmaß. Die Konsistenzanalyse bereitet zwar im Hinblick auf Kontradiktionen keine Schwierigkeiten. Kontradiktorische Modellstrukturen oder -zustände werden als leere Lösungsmengen bzw. Unzulässigkeit der zustandsspezifischen Modelllösungen aufgewiesen. Doch lassen sich Inkonsistenzen, die als Folge von Integritätsverletzungen auftreten, oftmals gar nicht oder nur mittelbar und mit erheblichem Aufwand untersuchen. Dies beruht auf der oben erläuterten Unmöglichkeit, nicht-konjunktive Integritätsbedingungen in OR-Programmen direkt abzubilden. Stattdessen ist es nur möglich, diese Bedingungen mit der Hilfe von Logikvariablen und zusätzlichen Nebenbedingungen in konjunktiv verknüpfte Hilfskonstrukte zu transformieren. Eine Integritätsverletzung läßt sich dann indirekt als Kontradiktion im Kontext dieser artifiziellen Hilfskonstrukte nachweisen.

Die Inkonsistenzdiagnose erweist sich in OR-Programmen als noch unbefriedigender. Denn der Inkonsistenznachweis zeigt nur auf, daß eine Kontradiktion im analysierten OR-Programm existiert. Die Ursachen der Kontradiktion werden hierdurch aber nicht lokalisiert. Ein solcher Existenzbeweis besitzt keinen konstruktiven Charakter, weil aus der Beweisführung nicht unmittelbar die Inkonsistenzursache rekonstruiert werden kann. Aus dem Wissen, daß eine Modellstruktur inkonsistent ist, weil das zugehörige OR-Programm die leere Lösungsmenge besitzt, folgt noch kein Hinweis darauf, welche Modellkomponenten diese Inkonsistenz verursacht haben.

Zwar läßt sich eine Inkonsistenzdiagnose dadurch versuchen, daß aus einem inkonsistenten OR-Programm Nebenbedingungen sukzessiv so lange eliminiert werden, bis der Alternativenraum zulässiger Lösungen wieder mindestens ein Element enthält[35]. Die gestrichenen Nebenbedingungen werden dann als Ursachen der ursprünglichen Inkonsistenz betrachtet. Doch erweist sich dieser Diagnoseansatz aus zwei Gründen als höchst problematisch.

Erstens reagiert das Diagnoseergebnis sensitiv gegenüber Variationen der Eliminierungsreihenfolge. Damit werden aber Einflüsse des Diagnoseverfahrens dem Diagnoseobjekt aufgeprägt. Daher wird nicht *die* Inkonsistenzursache im diagnostizierten OR-Programm lokalisiert, sondern vielmehr *eine* Inkonsistenz"ursache" aus der Wechselwirkung zwischen OR-Programm und Diagnoseverfahren abgeleitet. Eine solche verzerrte Ursachenerkenntnis liegt aber nicht in der Intention von Inkonsistenzdiagnosen.

Zweitens wird die Vorgehensweise der sukzessiven Streichung von Nebenbedingungen der Natur von Inkonsistenzen nicht gerecht. Denn eine Inkonsistenz wird niemals durch eine Nebenbedingung verursacht, sondern stets durch das kontradiktorische oder integritätsverletzende Verhältnis

---

35) Ebenso ließe sich umgekehrt vorgehen, indem zunächst alle Nebenbedingungen gestrichen und danach sukzessiv so lange wieder hinzugefügt werden, bis die Lösungsmenge erstmals leer wird. Dann lag im vorletzten Verfahrensschritt noch eine konsistente Modellstruktur vor.

mehrerer Nebenbedingungen[36]. Daher müßten für eine adäquate Inkonsistenzlokalisierung stets Gruppen von Nebenbedingungen betrachtet werden. Dies scheidet aber aufgrund eines Informationsdilemmas aus, sofern nicht mit "brutaler Gewalt" alle kombinatorisch möglichen Bedingungsgruppen enumeriert werden. Denn Umfang und Inhalt der Bedingungsgruppen, die als Kandidaten für die Inkonsistenzlokalisierung untersucht werden sollen, liegen a priori - d.h vor Kenntnis der (unverzerrten) Inkonsistenzursache - noch nicht fest. Ist die tatsächliche Ursache der Inkonsistenz aber auf irgendeine andere Weise bekannt geworden, so wird die Inkonsistenzdiagnose a posteriori überflüssig. Folglich erweist sich die Gruppenbildung für adäquate Inkonsistenzdiagnosen bei dem oben skizzierten Eliminierungsverfahren entweder unbestimmt oder obsolet.

Die aufgezeigten Diagnosemängel bei OR-Programmen schließen nicht aus, daß aufgrund zusätzlicher inhaltlicher Überlegungen die Ursachen von Inkonsistenzen doch noch korrekt erkannt werden. Aber im Kalkül von Or-Programmen findet sich kein konzeptioneller Ansatzpunkt, um eine solche unverzerrte Ursachendiagnose systematisch zu betreiben und hierbei auf automatisch ausführbare, formale Diagnosemethoden zurückzugreifen. Da schon die Inkonsistenzdiagnose zu keinem befriedigenden Ergebnis führt, erübrigt sich eine nähere Auseinandersetzung mit Möglichkeiten der Inkonsistenztherapie.

Aufgrund der voranstehend skizzierten Defizite konventioneller OR-Programme wird der Frage nachgegangen, ob sich alternative Modellierungskonzepte für das Konsistenz-Monitoring von logisch orientierten Problembeschreibungen besser eignen. Die Alternative der Petrinetze wird anschließend näher untersucht. Ihre Betrachtung wird auf die beiden ersten Funktionen von Konsistenzmonitoren - die Konsistenzanalyse und die Inkonsistenzdiagnose - fokussiert.

Für die Auswahl von Petrinetzen spricht zunächst, daß sie eine spezielle Variante derjenigen graphischen Modellierungskonzepte darstellen, die bereits am Ende des 1. Abschnitts für die kompakte und transparente Repräsentation logischer Sachverhalte empfohlen wurden. Darüber hinaus werden Petrinetze zunehmend für die Wissensrepräsentation auf logischer Basis herangezogen[37]. Dies eröffnet angesichts des oben angesprochenen Zusammenrückens von Operations Research und KI-Forschung die Perspektive, durch Petrinetze eine Schnittstelle zwischen OR-Programmen und Wissensbasen von Expertensystemen einzurichten.

Schließlich wird aufgezeigt werden, daß sich Petrinetze durch folgende Charakteristika als Konzept für die Modellierung der logischen Aspekte von Problembeschreibungen empfehlen:

- Durch Petrinetze können alle logischen Sachverhalte dargestellt werden (Vollständigkeit).
- Die Repräsentation logischer Sachverhalte kann aus einer natürlichsprachlichen Umschreibung dieser Sachverhalte systematisch abgeleitet werden. Hierdurch wird das o.a. konstruktive Postulat erfüllt (Konstruktivität).
- Die Darstellung erfolgt in "natürlicher" Weise, d.h. die Sachverhalte lassen sich vom Modellkonstrukteur in einer transparenten und problemadäquaten Art formulieren (Natürlichkeit).

---

36) Hieraus folgt a limine auch das erstgenannte Problem, daß die Inkonsistenzlokalisierung durch sukzessives Eliminieren von Nebenbedingungen nicht invariant gegenüber Veränderungen der Eliminierungsreihenfolge ist.

37) Vgl. ZISMAN (1978), S. 57ff., insbesondere S. 61ff.; AZEMA (1984), S. 510ff.; MAINZ (1984), S. 11ff.; GIORDANA (1985), S. 3ff., insbesondere S. 8ff.; FIDELAK (1986a), S. 19ff. u. 108ff.; FIDELAK (1986b), S. 32ff.

- Es existiert ein Schema, nach dem die Petrinetze automatisch in lineare arithmetische Problembeschreibungen transformiert werden können. Diese arithmetischen Transformate lassen sich ihrerseits mit leistungsfähigen automatengestützten Instrumenten aus dem Bereich der Linearen Algebra untersuchen. Auf diese Weise wird das o.a. analytische Postulat eingelöst (Programmierbarkeit).

Die Verwendung von Netzmodellen für die Repräsentation logischer Sachverhalte bedeutet zwar eine höhere Problemadäquanz als der Gebrauch von Logikvariablen. Doch garantiert sie keineswegs eine größere Lösungsadäquanz. Daher wird hier nur ein explorativer Beitrag zur Problemadäquanz von Darstellungen logischer Sachverhalte, nicht aber die Präsentation einer neuartigen effizienten Lösungsmethode angestrebt.

Doch sei zumindest am Rande vermerkt, daß die nachfolgend erörterte Konstruktion von Netzmodellen und die später skizzierten Maßnahmen zur Abstimmung zwischen OR-Programmen und Netzmodellen erhebliche Ressourcen binden können. Diese müßten in Zukunft bei einer konkreten Umsetzung des hier entwickelten Modellierungskonzepts gegen die eingangs angedeuteten Schwierigkeiten abgewogen werden, die bei der Verwendung von Logikvariablen auftreten.

3 Abbildung logischer Sachverhalte auf Netzmodelle

3.1 Netztheoretische Grundlegung

Ein breites Spektrum von logischen Sachverhalten läßt sich durch den Kalkül der Prädikatenlogik (1. Ordnung)[38] erfassen. Dies gilt insbesondere im Hinblick auf diejenigen Problemstellungen, die typisch für Modellierungsaufgaben des Operations Research sind. Denn für diese spielen logische Erweiterungen, wie sie z.B. durch die Berücksichtigung notwendiger, erlaubter und unmöglicher Sachverhalte im Rahmen der Modallogik erfolgen, in der Regel keine Rolle.

Oftmals kann sogar der prädikatenlogische Kalkül durch den formal weniger anspruchsvollen Kalkül der Aussagenlogik[39] ersetzt werden. Denn die meisten logischen Sachverhalte, die es in Modellen des Operations Research zu erfassen gilt, lassen sich mit der Hilfe von variablenfreien Aussagen ausdrücken[40]. Daher konzentrieren sich die nachfolgenden Erörterungen auf eine aussagenlogische Darstellungsweise. Dies bedeutet keine wesentliche Einschränkung, weil die vorgestellten Beiträge der Netztheorie nicht nur für die Aussagen-, sondern auch für die Prädikatenlogik gelten[41].

Darüber hinaus wird die Einschränkung auf aussagenlogische Kontexte im abschließenden Ausblick auf Expertensysteme zugunsten der Prädikatenlogik wieder aufgelockert. Ausgangspunkt sind jedoch zunächst nur aussagenlogische Sachverhalte. Sie können durch Petrinetze in der speziellen Variante der Stelle/Transition-Netze vollständig abgebildet werden.

Ein Stelle/Transition-Netz[42] läßt sich arithmetisch als ein 6-Tupel $N=(S,T,F,W,K,M_0)$ definieren. $S=\{s_j:j=1,\ldots,J\}$ und $T=\{t_i:i=1,\ldots,I\}$ sind endliche, nicht-leere und disjunkte Mengen zweier unterschiedlicher Knotentypen: der Stellen s_j bzw. der Transitionen t_i. Stellen werden graphisch als Kreise repräsentiert, auf denen sich bewegliche Objekte - sogenannte "Marken" - befinden können. Transitionen t_i sind in der Lage, die Verteilung dieser Marken über den Stellen des Netzes zu verändern. Während eines "Schaltakts" zieht eine Transition Marken von ihren vorgelagerten Stellen ab und legt auf ihren nachgelagerten Stellen ebensolche Marken wieder ab.

---

38) Vgl. WHITEHEAD (1925), S. 14ff. u. 38ff.; STEGMÜLLER (1983), S. 87ff.; ZELEWSKI (1986), S. 181ff.

39) Vgl. zur Aussagenlogik STEGMÜLLER (1983), S. 76ff.

40) Vgl. zur aussagenlogischen Ausrichtung von Entscheidungsmodellen WILLIAMS (1985), S. 169ff.; JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 45ff. Erst wenn logische Formeln (Prädikate) benutzt werden, die in Abhängigkeit von Variablen definiert sind, welche durch unterschiedliche Konstanten (Individuen) ersetzt werden können, muß auf den Kalkül der Prädikatenlogik zurückgegriffen werden. Eine der seltenen Anwendungen der Prädikatenlogik auf Problemstellungen des Operations Research findet sich bei BULLERS (1980), S. 354ff. Dort wird die Steuerung eines Flexiblen Fertigungssystems modelliert. Aber dieses Modell wurde nicht aus der Perspektive des Operations Research, sondern unter Einfluß der KI-Forschung entwickelt.

41) Allerdings kann die Lösungskomplexität von netztheoretisch fundierten Modelle auf prädikatenlogischer Basis derart drastisch ansteigen, daß sie sich nicht mehr problemlos lösen lassen; vgl. LAUTENBACH (1984), S. 28ff.; MAINZ (1984), S. 90ff., insbesondere S. 101; FIDELAK (1986a), S. 52f. u. 59ff., insb. S. 63, 72, 84 u. 89f. Solche Lösungsschwierigkeiten treten bei aussagenlogischer Betrachtungsweise nicht auf.

42) Vgl. JANTZEN (1980), S. 167ff.; REISIG (1986), S. 69ff.; REISIG (1987), S. 118ff.

Die Flußrelation $F \subseteq ((SxT) \cup (TxS))$ aus geordneten 2-Tupeln (s_j,t_i) oder (t_i,s_j) bestimmt, in welcher Weise Stellen und Transitionen miteinander benachbart sind. Jedes Element der Flußrelation wird graphisch als eine gerichtete Kante repräsentiert. Ihre Orientierung entspricht der Richtung des schaltbedingten Markenflusses zwischen den benachbarten Knoten. Das Ausmaß des Markenflusses legt die Gewichtsfunktion W: $((SxT) \cup (TxS)) \rightarrow N_0$ fest[43]. Sie weist jedem geordneten 2-Tupel (x_a,x_b) aus einer Transition und aus einer benachbarten Stelle mit $x_a,x_b \varepsilon X$ und $X=S \cup T$ die Anzahl $W(x_a,x_b) \varepsilon N_+$ jener Marken zu, die beim Schalten der Transition in Kantenrichtung bewegt werden. Das Gewicht aller nicht-benachbarten Knotenpaare beträgt $W(x_a,x_b)=0$. Bei der Repräsentation logischer Sachverhalte spielen nur Einheitsflüsse von je einer Marke entlang jeder Kante eine Rolle. Daher gilt vereinfachend:

$$W:\ (SxT) \cup (TxS)\ \text{->}\ \{0,1\}$$
$$(x_a,x_b)\ \text{->}\ W(x_a,x_b) = \begin{cases} 1\ ;\ \text{falls}\ (x_a,x_b)\,\varepsilon F \\ 0\ ;\ \text{falls}\ (x_a,x_b) \notin F. \end{cases}$$

Die Kapazitätsfunktion K: $S \text{->} N_+ \cup \{\infty\}$[44] ordnet jeder Stelle die Anzahl (Kapazität) von Marken zu, die sich auf ihr im selben Zeitpunkt maximal befinden dürfen. Im Kontext logischer Sachverhaltsdarstellungen wird für jede Stelle s_j die uniforme Markenkapazität $K(s_j)=1$ angenommen. Sie wird bei der weiteren Netzanalyse nicht mehr explizit berücksichtigt, geht aber implizit in die Schaltregel für Transitionen ein. Wegen $K(s_j)=1$ kann jede Stelle nur entweder markiert oder unmarkiert sein. Im ersten Fall befindet sich auf ihr genau eine, im zweiten dagegen keine Marke.

Die Ausgangsmarkierung M_0: $S \text{->} N_0$ schreibt jeder Stelle s_j eine Anzahl $M_0(s_j)$ von Marken zu, die sich auf ihr im Ausgangszustand des Netzes befinden. Mit dieser Markierungsfunktion M_0 korrespondiert der äquivalente Markierungsvektor $\underline{M}_0$ mit $\underline{M}_0^{tr}=(M_0(s_1),\ldots,M_0(s_J))$[45]. Er weist in seiner j-ten Komponente die Markenanzahl $M_0(s_j)$ der Stelle s_j unter der Ausgangsmarkierung M_0 aus[46]. Analog zur Ausgangsmarkierung M_0 sind für ein Netz beliebige Belegungen seiner Stellen mit Marken als Netzmarkierungen M_r: $S \text{->} N_0$ definiert.

Das partielle 3-Tupel $TOP_N=(S,T,F)$ ist die topologische Struktur des Netzes N. Sie umfaßt nur die Knoten und Kanten dieses Netzes, die einen gerichteten Graphen bilden. Die Topologie solcher Netze wird durch drei Charakteristika ausgezeichnet: Die Knotenmenge $X=S \cup T$ ist bipartit, weil seine beiden Teilmengen der Stellen und Transitionen disjunkt sind. Es existieren keine leeren Netze. Stellen und Transitionen sind vollständig verknüpft, d.h. es gibt weder isolierte Stellen noch isolierte Transitionen. Diese drei topologischen Eigenarten werden sichergestellt durch:

$$S \cap T = \emptyset \qquad S \cup T \neq \emptyset \qquad S \cup T = V(F) \cup N(F)$$

$$\text{mit:}\quad V(F) = \{x_a\, \varepsilon\, (S \cup T) : \bigvee (x_b\, \varepsilon\, (S \cup T)) : (x_a,x_b)\, \varepsilon F\}$$
$$N(F) = \{x_b\, \varepsilon\, (S \cup T) : \bigvee (x_a\, \varepsilon\, (S \cup T)) : (x_a,x_b)\, \varepsilon F\}$$

43) Mit N_0 und N_+ wird die Menge aller natürlichen Zahlen ein- bzw. ausschließlich der Null bezeichnet.

44) Das Symbol "∞" vertritt eine beliebige, unbeschränkt große (natürliche) Zahl.

45) Vektoren sind hier grundsätzlich als Spaltenvektoren definiert. Wenn sie als Zeilenvektoren dargestellt werden sollen, wird dies durch das Superskript "tr" für die transponierte Vektorform wiedergegeben.

46) Unter den Markierungsbegriff wird nachfolgend sowohl die Markierungsfunktion als auch der Markierungsvektor subsumiert.

Netzknoten x_a und x_b, die als Elemente der Flußrelation durch eine Kante $(x_a,x_b)\varepsilon F$ miteinander verknüpft sind, werden als inzident bezeichnet. Die zugehörige Kante (x_a,x_b) heißt adjazent bezüglich der Knoten x_a und x_b. Eine Stelle s_j, die mit einer Transition t_i vermittels einer Kante (s_j,t_i) oder (t_i,s_j) benachbart ist, stellt eine Eingangs- bzw. Ausgangsstelle dieser Transition dar. Die Menge $V(t_i)=\{s_j\varepsilon S:(s_j,t_i)\varepsilon F\}$ aller Eingangsstellen und die Menge $N(t_i)=\{s_j\varepsilon S:(t_i,s_j)\varepsilon F\}$ aller Ausgangsstellen der Transition t_i legen deren Vor- bzw. Nachbereich fest.

Die statische Netzstruktur (S,T,F,W,K) fällt unter den voranstehend festgelegten Vereinfachungen mit der topologischen Netzstruktur (S,T,F) zusammen. Darüber hinaus stimmen beide mit der Inzidenzstruktur (S,T,F,W) des Netzes N überein. Diese läßt sich in arithmetischer Weise als Inzidenzmatrix $\underline{C}$ mit I Spalten für die Transitionen $t_i\varepsilon T$ und J Zeilen für die Stellen $s_j\varepsilon S$ ausdrücken. Jeder Koeffizient $c_{i.j}$ zeigt an, ob Transition t_i und Stelle s_j benachbart sind. Im positiven Fall gibt er die Richtung und das Gewicht ihrer Verbindungskante an[47]:

$$c_{i.j} = \begin{cases} W(t_i,s_j)=1 & ;\ \text{falls } (s_j,t_i)\notin F \wedge (t_i,s_j)\varepsilon F \\ 0 & ;\ \text{falls } (s_j,t_i)\varepsilon F \wedge (t_i,s_j)\varepsilon F \\ 0 & ;\ \text{falls } (s_j,t_i)\notin F \wedge (t_i,s_j)\notin F \\ -W(s_j,t_i)=-1 & ;\ \text{falls } (s_j,t_i)\varepsilon F \wedge (t_i,s_j)\notin F \end{cases}$$

Die dynamische Netzstruktur begründet den wesentlichen Unterschied zwischen konventionellen Graphen, in denen Veränderungen nicht unmittelbar ausgedrückt werden können, und Petrinetzen, in denen Veränderungen durch Schalten von Transitionen als Markenflüsse realisiert werden. Die dynamische Netzstruktur wird durch die Ausgangsmarkierung M_0 als Randbedingung und durch die Schaltregel der Transitionen festgelegt. Allerdings wird die Schaltregel zumeist nicht explizit formal definiert.

Unter den oben getroffenen Vereinfachungen von Stelle/Transition-Netzen für die Repräsentation logischer Sachverhalte legt die Schaltregel fest, daß eine Transition genau dann aktiviert ist, wenn jede ihrer Eingangsstellen genau eine Marke trägt und jede ihrer Ausgangsstellen unmarkiert ist. Eine aktivierte Transition kann geschaltet werden, braucht es aber nicht. Ohne Aktivierung darf keine Transition geschaltet werden. Wenn eine aktivierte Transition tatsächlich geschaltet wird, entfernt sie von jeder ihrer Eingangsstellen genau eine Marke und legt auf jeder ihrer Ausgangsstellen genau eine Marke ab. Ihre Eingangsstellen sind danach unmarkiert, ihre Ausgangsstellen dagegen markiert.

---

47) Die Koeffizienten $c_{i.j}$ können allerdings nicht unterscheiden zwischen dem Fall, daß eine Stelle s_j und eine Transition t_i wegen $(s_j,t_i)\notin F$ und $(t_i,s_j)\notin F$ nicht benachbart sind, und dem Fall, daß eine Stelle und eine Transition wegen $(s_j,t_i)\varepsilon F$ und $(t_i,s_j)\varepsilon F$ eine sogenannte 1-Schleife bilden. Denn $c_{i.j}=0$ gilt in beiden Fällen. Die zwei Kanten zwischen der Stelle und der Transition, die zu einer 1-Schleife gehören, werden durch die Berechnung der Inzidenzmatrix künstlich eliminiert. Hierin liegt eine Schwachstelle der Transformation von Petrinetzen in arithmetische Kalküle. Doch die speziellen Probleme, die aus der arithmetisch inadäquaten Behandlung solcher 1-Schleifen resultieren können, spielen für die nachfolgenden Ausführungen keine Rolle. Denn die Netze für die Repräsentation logischer Sachverhalte sind entweder von vornherein so gestaltet, daß sie keine 1-Schleifen enthalten (reine Netze). Oder sie können durch Eliminierung aller 1-Schleifen in reine Netze transformiert werden. Hierbei wird der logische Gehalt der Problemrepräsentation nicht verfälscht, weil jede 1-Schleife eine logisch wahre Aussage (Tautologie) repräsentiert. Sie ist unter allen denkmöglichen Umständen, d.h. auch in allen möglichen Zuständen eines Netzmodells, wahr. Auf die tautologische Interpretation und Eliminierung von 1-Schleifen in Netzen wird im Zusammenhang mit LAUTENBACHs Netztheorem noch kurz zurückgekommen.

Diese Schaltverhältnisse lassen sich formal ausdrücken mit Hilfe einer Aktivierungsbedingung $AKT(t_i,\underline{M}_r)$, eines Schaltvektors $\underline{t}_i$ und einer Schaltregel SR. Für beliebige Transitionen t_i und Markierungen $\underline{M}_r$ mit $r \varepsilon N_0$ gilt:

$$AKT(t_i,\underline{M}_r) \iff \begin{cases} (\bigwedge(s_j \varepsilon (V(t_i)-N(t_i))): M_r(s_j)=1) \wedge \ldots \\ (\bigwedge(s_j \varepsilon (N(t_i)-V(t_i))): M_r(s_j)=0) \end{cases} \quad 48)$$

$$\underline{t}_i^{tr} = (c_x : x=1,\ldots,I \wedge c_x=1 \iff x=i \wedge c_x=0 \iff x \neq i)$$

$$\begin{aligned} SR:\ & T \times N_0^J \rightarrow N_0^J \\ & (t_i,\underline{M}_r) \rightarrow \underline{M}_f = \underline{M}_r + \underline{C} \cdot \underline{t}_i \quad ; \text{ falls } AKT(t_i,\underline{M}_r) \end{aligned} \quad 49)$$

Der Sachverhalt, daß die Transition t_i die Aktivierungsbedingung $AKT(t_i,\underline{M}_r)$ erfüllt und die aktuelle Markierung $\underline{M}_r$ in die Folgemarkierung $\underline{M}_f$ gemäß der Schaltregel SR transformiert, wird durch die Notation $\underline{M}_r[t_i>\underline{M}_f$ ausgedrückt.

Die Besonderheiten konfliktionärer Aktivierung und nebenläufigen Schaltens mehrerer Transitionen spielen für Netze, mit denen logische Sachverhalte repräsentiert werden sollen, keine Rolle. Sie werden daher nicht weiter berücksichtigt. Durch diese Voraussetzung werden indeterministische bzw. parallele Schaltmodi von Netzen ausgeschlossen. Daher besitzt jede zulässige Verhaltensweise des Netzes N einen deterministischen und sequentiellen Charakter.

Jedes zulässige Netzverhalten geht aus der Ausgangsmarkierung $\underline{M}_0$ des Netzes hervor, indem die Schaltregel SR wiederholt angewendet wird. Alle Markierungen $\underline{M}_r$, die auf diese Weise aus der Ausgangsmarkierung $\underline{M}_0$ durch rekursive Schaltakte abgeleitet werden können, bilden zusammen mit der Ausgangsmarkierung die Menge aller erreichbaren Markierungen. Eine Transition t_i, die unter keiner erreichbaren Markierung aktiviert ist, wird als tote Transition bezeichnet. Ein *Fakt* ist eine Transition, die als tot postuliert wird. Dies entspricht einem kategorischen Aktivierungsverbot für Fakten. Wenn alle Transitionen eines Netzes als Fakten interpretiert werden, liegt ein Faktnetz vor[50].

Das rekursive Schaltverhalten eines Netzes läßt sich unter den o.a. Einschränkungen durch eine sequentielle Schaltfolge $SF_h=\langle t_{i(1)},t_{i(2)},\ldots, t_{i(P_h)}\rangle$ beschreiben. Bei der Ausführung der Schaltfolge SF_h werden die - nicht notwendig verschiedenen[51] - Transitionen $t_{i(p)}$ mit $p=1,\ldots,P_h$ und $P_h \varepsilon N_+$ in der angeführten Reihenfolge geschaltet. Der Schaltvektor $\underline{t}_h$ mit $\underline{t}_h^{tr}=(c_i:i=1,\ldots,I)$ gibt mit jeder seiner Komponenten c_i an, wie oft die Transition $t_i \varepsilon T$ in der Schaltfolge SF_h geschaltet wird. Wenn eine Schaltfolge SF_h unter der Startmarkierung $\underline{M}_r$ begonnen wird, bei jeder Schaltregel-Anwendung die zugehörige Aktivierungsbedingung erfüllt ist und schließlich die Zielmarkierung $\underline{M}_f$ erreicht wird, folgt aus der rekursiven Schaltregel-Anwendung: $\underline{M}_f=\underline{M}_r+\underline{C}\cdot\underline{t}_h$. Die aufeinander folgenden Aktivierungen aller Transitionen aus der Schaltfolge SF_h und die entsprechenden

---

48) Die Aktivierungsbedingung stellt in allgemeinen Stelle/Transition-Netzen ein Ungleichungssystem dar. Nur wegen der hier unterstellten uniformen Markenkapazitäten $K(s_j)=1$ liegt der Sonderfall eines Gleichungssystems vor. Ferner wurde hier auf die dritte Definitionskonstituente "$\bigwedge(s_j \varepsilon (N(t_i) \cap V(t_i))): M_r(s_j)=1$" der allgemeinen Aktivierungsbedingung für Stelle/Transition-Netze verzichtet. Denn für die vorausgesetzten reinen Netze ist die Schnittmenge $N(t_i) \cap V(t_i)$ immer leer, da sie ausschließlich die Stellen aus 1-Schleifen umfaßt.

49) Die Schaltregel ist eine partielle Funktion, d.h. ihre Abbildungsvorschrift ist nur für diejenigen Fälle definiert, in denen die einschränkende Aktivierungsbedingung erfüllt ist.

50) Näheres zu Faktnetzen bei THIELER-MEVISSEN (1977), S. 6ff.; REISIG (1986), S. 63ff.

51) In einer solchen Folge kann dieselbe Transition mehrmals - auch unmittelbar hintereinander - geschaltet werden.

Transformationen der Startmarkierung $\underline{M}_r$ in die Folgemarkierung $\underline{M}_f$ werden durch die Notation $\underline{M}_r[SF_h>\underline{M}_f$ dargestellt. Der Teilaspekt, daß alle Transitionen aus der Schaltfolge schaltregelgerecht aktiviert sind, wird vereinfacht als Aktivierungsbedingung $AKT(SF_h,\underline{M}_r)$ der Schaltfolge SF_h unter der (Start-)Markierung $\underline{M}_r$ angesprochen.

Invarianten sind spezielle T- oder S-Vektoren[52]. Ein T-Vektor ist ein I-stelliger ganzzahliger Spaltenvektor $\underline{t}_h$ mit $\underline{t}_h^{tr}=(c_{h,i}:i=1,..,I)$, dessen Komponenten $c_{h,i}$ mit Transitionen $t_i\varepsilon T$ korrespondieren. Entsprechend stellt ein S-Vektor einen J-stelligen ganzzahligen Spaltenvektor $\underline{s}_h$ mit $\underline{s}_h^{tr}=(c_{h,j}:j=1,..,J)$ dar, dessen Komponenten $c_{h,j}$ mit Stellen $s_j\varepsilon S$ korrespondieren. Ein T- oder S-Vektor heißt semi-positiv, wenn keine seiner Komponenten kleiner als Null und mindestens eine seiner Komponenten größer als Null ist. Er wird dagegen als trivial bezeichnet, wenn alle seine Komponenten Null betragen. Eine T-Invariante ist ein T-Vektor, für den $\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$[53] gilt. Eine S-Invariante ist ein komplementärer S-Vektor, der die Gleichung $\underline{C}^{tr}\cdot\underline{s}_h=\underline{0}$[54] erfüllt.

Eine semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ läßt sich als Schaltvektor einer Schaltfolge SF_h interpretieren. Allerdings wird hierbei nur die Schaltwirkung dieser Folge gemäß der Abbildungsvorschrift der Schaltregel SR berücksichtigt. Die Aktivierungsbedingung, die der Schaltregel den Charakter einer nur partiell definierten Funktion aufprägt, wird bei dieser Deutung einer T-Invariante nicht erfaßt. Hieraus können Schwierigkeiten entstehen, die später im Zusammenhang mit dem Netztheorem für die Konsistenzanalyse von Netzmodellen näher erörtert werden.

Für jede semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ ist ein charakteristisches Subnetz SN_h definiert. Es wird aus der Inzidenzstruktur (S,T,F,W) des zugrundeliegenden Netzes N dadurch gebildet, daß nur noch diejenigen Transitionen t_i beachtet werden, die in der Schaltvektor-Interpretation der T-Invarianten $\underline{t}_h$ mindestens einmal geschaltet werden. Diese Transitionen werden in der T-Invariante $\underline{t}_h$ durch Komponenten $c_{h,i}>0$ gekennzeichnet und zur invariantenspezifischen Unterstützungsmenge TU_h zusammengefaßt: $TU_h=\{t_i\varepsilon T:c_{h,i}>0\}$. Hinzu kommen alle Stellen und Kanten aus dem Netz N, die zu den ausgezeichneten Transitionen inzident bzw. adjazent sind. Alle übrigen Transitionen, Stellen und Kanten werden aus dem Subnetz SN_h eliminiert. Kantengewichte und Ausgangsmarkierung werden in entsprechender Weise nur auf die nicht-eliminierten Kanten bzw. Stellen unverändert übertragen, andernfalls fortgelassen.

S-Invarianten drücken Eigenschaften von Netzmodellen aus, die unabhängig von variierenden Netzmarkierungen gelten. Die Interpretation solcher Netzeigenschaften bereitet allerdings oftmals Schwierigkeiten. Dies ist immer dann der Fall, wenn sich keine plausible Verbindung zwischen den formalen Netzkomponenten, die das Vorliegen einer S-Invariante verursacht haben, und dem jeweils modellierten Realproblem erkennen läßt. Daher werden S-Invarianten hier nur als formale, inhaltlich nicht weiter interpretierte Analyseobjekte eingeführt. Mit ihrer Hilfe lassen sich jedoch später im Kontext des bereits erwähnten Netztheorems gehaltvolle Erkenntnisse über die Konsistenz von Netzmodellen gewinnen.

---

52) Detailliertere Ausführungen zur Invariantenanalyse von Stelle/Transition-Netzen finden sich z.B. bei REISIG (1986), S. 88ff.; LAUTENBACH (1987), S. 148ff.; vgl. zur Ausweitung des Invariantenkonzepts auf reichhaltigere Netztypen LAUTENBACH (1985b), S. 17ff.

53) $\underline{0}$ ist hier der J-stellige Nullspaltenvektor.

54) Mitunter wird auch die äquivalente Formulierung $\underline{s}_h^{tr}\cdot\underline{C}=\underline{0}^{tr}$ gewählt. $\underline{0}$ bezeichnet in beiden Fällen den I-stelligen Nullspaltenvektor.

3.2 Konstruktion logisch fundierter Netzmodelle

Auf der voranstehend ausgeführten netztheoretischen Grundlage läßt sich jede Formel eines aussagenlogischen Kalküls auf ein äquivalentes Stelle/Transition-Netz abbilden. Die Transformation von aussagenlogischen Formeln (Aussagen) in repräsentierende Netze läßt sich durch eine Gruppe übersichtlicher Konstruktionsregeln[55] systematisch ausführen. Das Konstruktionsschema nutzt den Sachverhalt, daß jede Aussage entweder atomar ist oder sich in rekursiver Weise aus atomaren Aussagen und endlich vielen Anwendungen von aussagenlogischen Operatoren zusammensetzen läßt. Als Operationen für die Komposition zusammengesetzter Aussagen werden hier die Negation, Konjunktion, Adjunktion, Disjunktion und Subjunktion zugelassen[56].

Jede atomare Aussage A_j wird durch ein atomares Netz N_j mit der topologischen Struktur $TOP_j=(\{s_j\},\{t_i\},\{(t_i,s_j)\})$ repräsentiert. Das Negat $\neg A_j$ der atomaren Aussage A_j wird durch das komplementäre atomare Netz $N_{\neg j}$ mit $TOP_{\neg j}=(\{s_j\},\{t_i\},\{(s_j,t_i)\})$ dargestellt[57]. Es unterscheidet sich vom Netz N_j der Position A_j nur durch die Inversion der Kantenrichtung.

Spezifisch für eine atomare Aussage A_j oder deren Negat $\neg A_j$ ist nur die – gleichindizierte[58] – Stelle s_j. Die Stelle s_j wird in einem Netzmodell so markiert, daß sie den Wahrheitswert der repräsentierten Aussage A_j bzw. $\neg A_j$ anzeigt[59]. Die Stelle s_j ist genau dann markiert ($M(s_j)=1$), wenn die korrespondierende Aussage A_j wahr bzw. wenn ihr Negat $\neg A_j$ falsch ist. Die Stelle s_j ist dagegen genau dann unmarkiert ($M(s_j)=0$), wenn die Aussage A_j falsch bzw. ihr Negat $\neg A_j$ wahr ist.

Falls die Aussage A_j oder ihr Negat $\neg A_j$ in allen denkmöglichen Situationen wahr sein soll, muß die korrespondierende Stelle s_j unter allen erreichbaren Markierungen markiert bzw. unmarkiert sein. Aufgrund der Konstruktion der repräsentierenden atomaren Netze N_j bzw. $N_{\neg j}$ kann die

---

55) Vgl. die Konstruktionen bei LAUTENBACH (1985a), S. 4ff., der jedoch die Konstruktionsregeln nicht explizit anführt. Vgl. darüber hinaus die andersartigen Konstruktionen von Netzrepräsentationen logischer Sachverhalte bei THIELER-MEVISSEN (1975), S. 2ff.; THIELER-MEVISSEN (1977), S. 6ff.

56) Um die Vollständigkeit der Erfassung aussagenlogischer Sachverhalte nachzuweisen, reicht bereits die Betrachtung von Negation und Adjunktion oder von Negation und Konjunktion aus, da hierdurch alle aussagenlogischen (zusammengesetzten) Formeln erzeugt werden können. Der Übersichtlichkeit halber, insbesondere im Hinblick auf die Natürlichkeit der Darstellungsweise, wird hier aber ein breiterer, strukturell redundanter Operatoren-Katalog zugrundegelegt. Außerdem setzt die unten erörterte Aussagen-Darstellung in konjunktiver Normalform voraus, daß Negation, Konjunktion und Adjunktion benutzt werden. Es wird immer unterstellt, daß der Negations-Operator höhere Anwendungspriorität besitzt als die – gleichgeordneten – Konjunktions- und Adjunktions-Operatoren (und daß diese wiederum dem Subjunktions-Operator vorangehen).

57) Die Negation einer zusammengesetzten Aussagen wird durch Anwendung der Umformungsgesetze von de Morgan in die Negate ihrer Komponenten transformiert, also a limine auf die Negationen der zugrundeliegenden atomaren Aussagen zurückgeführt. Diese Umformungsgesetze lauten für die Negation von Kon- und Adjugaten: $\neg(A_j \wedge A_k) \Leftrightarrow (\neg A_j) \vee (\neg A_k)$ und $\neg(A_j \vee A_k) \Leftrightarrow (\neg A_j) \wedge (\neg A_k)$.

58) Hinsichtlich der Indizierung der Transition t_i besteht dagegen ein Freiheitsgrad.

59) Aufgrund der Markierungsbedingungen korrespondieren die zwei definierten Markierungszustände von aussagenspezifischen Stellen mit der zweiwertigen Semantik der Aussagenlogik. Um die zulässigen Markierungszustände auf die beiden Optionen "markiert" und "unmarkiert" einzuschränken, wurde oben die Markenkapazität aller Stellen auf den Wert $K(s_j)=1$ eingeschränkt.

Transition t_i für solche allgemeingültigen Aussagen in beiden Fällen niemals aktiviert sein. Die Transition t_i ist daher notwendig tot. Also läßt sich das Postulat, die Aussage A_j bzw. ihr Negat $\neg A_j$ sei allgemeingültig, dadurch ausdrücken, daß die Transition t_i ein Fakt sein soll. Da Integritätsbedingungen Aussagen darstellen, die auf ein "integres" Objekt unter allen Umständen zutreffen sollen, werden Fakten in Netzmodellen benutzt, um solche Integritätsbedingungen zu repräsentieren.

Die Adjunktion zweier atomarer Aussagen A_j und A_k wird durch die Vereinigung der zugehörigen atomaren Netze N_j bzw. N_k gebildet. Dabei werden die Transitionen der beiden Netze als Transition t_i miteinander identifiziert[60]. Die Transition t_i ist der zusammengesetzten Aussage $A_j \vee A_k$ eindeutig zugeordnet. Sie bildet die gemeinsame Eingangstransition der beiden Stellen s_j und s_k, die für die repräsentierten Aussagen A_j bzw. A_k spezifisch sind. Folglich wird das Adjugat $A_j \vee A_k$ durch ein Netz $N_{j \vee k}$ dargestellt, das folgende topologische Struktur besitzt[61]:

$$TOP_{j \vee k} = (\{s_j, s_k\}, \{t_i\}, \{(t_i, s_j), (t_i, s_k)\})$$

Wenn ein Adjugat $\neg A_j \vee A_k$ das Negat $\neg A_j$ einer atomaren Aussage A_j enthält, wird die voranstehende Konstruktion unter Beachtung der Kanteninversion bei Negationen analog angewendet. Dann ist die gemeinsame Transition t_i zwar noch Eingangstransition der Stelle s_k, aber nunmehr Ausgangstransition der Stelle s_j[62]. Es resultiert ein repräsentierendes Netz $N_{\neg j \vee k}$ mit der topologischen Struktur:

$$TOP_{\neg j \vee k} = (\{s_j, s_k\}, \{t_i\}, \{(s_j, t_i), (t_i, s_k)\})$$

Aufgrund der Äquivalenz $(\neg A_j \vee A_k) \Leftrightarrow (A_j \rightarrow A_k)$ wird auch jedes Subjugat $A_j \rightarrow A_k$ durch das Netz $N_{j \rightarrow k}$ mit der gleichen topologischen Struktur $TOP_{j \rightarrow k} = TOP_{\neg j \vee k}$ repräsentiert. Die Konstruktionen für Adjugate, die aus mehr als aus zwei atomaren Aussagen zusammengesetzt sind, lassen sich aufgrund der Assoziativität adjunktiver Aussagenverknüpfungen durch rekursives Wiederholen der zuvor skizzierten Konstruktionsschritte für je zwei atomare Aussagen bilden. Stets werden die aussagenspezifischen Stellen zu Ein- oder Ausgangsstellen der jeweils einen adjugatspezifischen Transition t_i. Diese Konstruktionsweise wird später als Netzrepräsentation von Klauseln verallgemeinert.

Einen Spezialfall der voranstehenden Konstruktion stellen tautologische Aussagen dar, die in allen denkmöglichen Situationen wahr sind. Jede Tautologie läßt sich in ein Adjugat $\neg A_j \vee A_j$ äquivalent transformieren. Das Netz $N_{\neg j \vee j}$, das dieses tautologische Adjugat repräsentiert, besitzt die topologische Struktur:

$$TOP_{\neg j \vee j} = (\{s_j\}, \{t_i\}, \{(s_j, t_i), (t_i, s_j)\})$$

Ein solches Netz ist eine 1-Schleife. Tautologien sind logische Konstrukte, die keine empirisch gehaltvollen Aussagen darstellen. Daher werden Tautologien als Bestandteile logischer Beschreibungen von Realproblemen aus

60) Wenn die Transitionen der beiden atomaren Netze unterschiedliche Indices besaßen, müssen diese zum neuen Index "i" vereinheitlicht werden.

61) Die Adjunktion zweier negierter atomarer Aussagen erfolgt in analoger Weise dadurch, daß die Transitionen der beiden zugehörigen Netze miteinander identifiziert werden. Die resultierende gemeinsame Transition ist nun aber per constructionem die gemeinsame Ausgangstransition der aussagespezifischen Stellen. Die Adjunktion von mehr als zwei atomaren Aussagen oder deren Negaten erfolgt nach dem gleichen Schema vermittels einer identischen Transition, die alle aussagespezifischen Stellen als deren gemeinsame Ein- bzw. Ausgangstransition verknüpft.

62) Die Netzrepräsentationen des Adjugats $A_j \vee \neg A_k$ wird in analoger Weise gebildet.

den folgenden Erörterungen ausgeschlossen. Entsprechend werden nur reine Netze ohne 1-Schleifen als Repräsentationen dieser Beschreibungen behandelt.

Falls die Beschreibung der logischen Aspekte eines Realproblems dennoch - zunächst unentdeckte - Tautologien enthält, lassen sich diese durch Aufspüren aller 1-Schleifen im repräsentierenden Netz identifizieren. Solche tautologischen 1-Schleifen werden eliminiert[63], indem alle schleifenzugehörigen Kanten gestrichen werden. Sofern hierdurch isolierte Stellen oder Transitionen entstehen, werden auch diese eliminiert[64]. Diese Eliminierungsprozedur berührt nicht die logische Problembeschreibung, weil weder deren Wahrheitswert noch deren empirischer Informationsgehalt verändert wird[65].

Die Disjunktion zweier atomarer Aussagen A_j und A_k wird durch eine neuartige Vereinigung der aussagenrepräsentierenden atomaren Netze N_j bzw. N_k dargestellt. Die Transitionen t_i bzw. t_h dieser beiden Netze dürfen nicht miteinander identifiziert werden, d.h. es gilt $i \neq h$[66]. Daher besitzt das Netz $N_{j\dot{\vee}k}$ für die Repräsentation des Disjugats $A_j \dot{\vee} A_k$ die topologische Struktur:

$$TOP_{j\dot{\vee}k} = (\{s_j, s_k\}, \{t_i, t_h\}, \{(s_j, t_h), (s_k, t_h), (t_i, s_j), (t_i, s_k)\})$$

Eine dritte Art der Netzvereinigung wird benötigt, um die Konjunktion zweier atomarer Aussagen A_j und A_k zu repräsentieren[67]. Dabei wird die Verschiedenheit der beteiligten atomaren Aussagen vorausgesetzt ($j \neq k$)[68]. Abermals werden die Transitionen t_i und t_h der korrespondierenden atomaren Netze N_j bzw. N_k wohlunterschieden ($i \neq h$). In das Netz $N_{j\wedge k}$ für das Konjugat $A_j \wedge A_k$ werden diejenigen Kanten übernommen, die bereits in den atomaren Netzen N_j und N_k enthalten waren. Daher besitzt das resultierende Netz $N_{j\wedge k}$ die topologische Struktur:

$$TOP_{j\wedge k} = (\{s_j, s_k\}, \{t_i, t_h\}, \{(t_i, s_j), (t_h, s_k)\})$$

Die Netzvereinigung ist im Fall der Konjunktion degeneriert, weil das "vereinigte" Netz $N_{j\wedge k}$ aus zwei unzusammenhängenden Teilnetzen besteht[69]. Es fehlen die Kanten, welche die Teilnetze N_j und N_k miteinander verknüpfen könnten.

---

63) Vgl. MURATA (1988), S. 75f., 79 u. 89.

64) Damit wird die o.a. topologische Voraussetzung aller Stelle/Transition-Netze erfüllt, daß sie keine isolierten Knoten enthalten.

65) Letztes folgt unmittelbar aus der empirischen Gehaltlosigkeit von Tautologien. Erstes gilt, weil jedes Netz die Repräsentation einer Aussage in konjunktiver Normalform darstellt (Näheres dazu später). Denn der Wahrheitswert eines Konjugats verhält sich invariant gegenüber Eliminierungen von allgemeingültigen (logisch wahren) Konjugatbestandteilen.

66) Falls sie zufällig mit demselben Index bezeichnet worden sind, muß eine Reindizierung mit verschiedenen Indices erfolgen.

67) Wenn die Konjunktion das Negat einer atomaren Aussage umfaßt, muß die Kantenrichtung wieder so invertiert werden, wie es zuvor für Adjugate skizziert wurde.

68) Dies gilt bei der späteren verallgemeinerten Konstruktion von Netzrepräsentationen für konjunktiv verknüpfte Klauseln nicht mehr notwendig. Denn dort werden zusammengesetzte Aussagen konjunktiv verknüpft, die - trotz ihrer Verschiedenheit - gemeinsame atomare Aussagen enthalten können.

69) Auch dies trifft auf die später vorgestellte verallgemeinerte Netzkonstruktion im allgemeinen nicht mehr zu. Dort führen atomare Aussagen (oder deren Negate), die in mehreren konjunktiv verknüpften Klauseln enthalten sind, im Regelfall zu einem zusammenhängenden Netz.

Alle zusammengesetzten Aussagen, die komplexer ausfallen als die voranstehend erläuterten Fälle, lassen sich durch rekursives Verschachteln von Negationen, Adjunktionen und Konjunktionen erfassen. Somit reichen die o.a. Netzkonstruktionen aus, um alle aussagenlogischen Formeln netztheoretisch zu repräsentieren[70].

Die verschachtelten Konstruktionsprozeduren lassen sich aber vermeiden, wenn die zu repräsentierenden Aussagen in eine ausgezeichnete logische Darstellungsform äquivalent transformiert und zugleich die voranstehenden Netzkonstruktionen verallgemeinert werden[71]. Dieser zweite Weg wird nachfolgend beschritten[72]. Er besitzt den Vorzug, daß die erforderliche aussagenlogische Transformation ohne Schwierigkeiten durch symbolverarbeitende Algorithmen bewältigt werden kann. Für den transformierten Aussagetyp braucht dann nur noch eine verallgemeinerte Netzkonstruktion spezifiziert zu werden. Diese läßt sich zur Repräsentation *jeder* aussagenlogischen Formel in derselben Weise anwenden, ohne daß Gedanken über geeignete Konstruktionsverschachtelungen erforderlich wären.

Basis der verallgemeinerten Netzkonstruktion ist das aussagenlogische Theorem, daß sich jede endliche Aussage A in der konjunktiven Normalform äquivalent darstellen läßt[73]. Alle logischen Aspekte einer finiten Problembeschreibung werden fortan durch genau eine solche - beliebig komplexe, aber endliche - Aussage in konjunktiver Normalform ausgedrückt. Sie stellt die vollständige aussagenlogische Repräsentation einer Problembeschreibung dar und wird als Komplexaussage A angesprochen. Folglich wird dasjenige Netzmodell N_A gesucht, das die Komplexaussage A repräsentiert. Es bildet alle logischen Aspekte des zu modellierenden Realproblems ab.

Eine Aussage A in konjunktiver Normalform besteht aus der konjunktiven Verknüpfung einer endlichen Anzahl von Klauseln K_i mit $i=1,...,I$ und $I \varepsilon N_+$: $A \Leftrightarrow K_1 \wedge ... \wedge K_I$[74]. Jede Klausel K_i ist eine endliche Adjunktion aus paarweise verschiedenen Literalen $L_{i.j(p)}$ mit $p=1,..,P_i$ und $P_i \varepsilon N_+$: $K_i \Leftrightarrow L_{i.j(1)} \vee ... \vee L_{i.j(P_i)}$[75]. Jedes Literal $L_{i.j(p)}$ ist entweder eine

70) Die Netzkonstruktionen sind sogar aus Komfortgründen redundant ausgelegt. Denn bereits an früherer Stelle wurde darauf hingewiesen, daß sich alle Aussagen aus atomaren Aussagen sowie den Operationen der Negation und Adjunktion (oder alternativ der Konjunktion) zusammensetzen lassen.

71) Umgekehrt lassen sich diese Netzkonstruktionen auch als spezielle Ausprägungen der nachfolgend erläuterten allgemeinen Netzkonstruktion für Aussagen in konjunktiver Normalform aufassen.

72) Die gleiche Vorgehensweise findet sich bei MURATA (1988), S. 74ff.

73) Vgl. CHANG (1973), S. 13; THIELER-MEVISSEN (1975), S. 2f.

74) Im Fall einer atomaren Aussage fällt deren "konjunktive" Normalform mit der unveränderten Aussage zusammen. Gleiches gilt für das Negat einer atomaren Aussage. Die "konjunktive" Normalform einer zusammengesetzten Aussage, die ein reines Adjugat atomarer Aussagen darstellt, ist der degenerierte Fall einer einzelnen Klausel. Wenn eine Aussage aus mehreren Klauseln zusammengesetzt ist, so werden diese als paarweise verschieden vorausgesetzt. Andernfalls könnten von identischen Klauseln infolge Redundanz alle - bis auf eine - eliminiert werden. Gewöhnlich werden die Klauseln einer Aussage in konjunktiver Normalform als ungeordnete Klauselmenge oder als lineare Liste notiert. Dem liegt aber stets eine implizite konjunktive Klauselverknüpfung zugrunde.

75) Das schließt den degenerierten Fall ein, daß eine Klausel K_i aus genau einem Literal $L_{i.j}$ besteht. Es wird dann von einer atomaren Klausel gesprochen. Sie stellt entweder mit $L_{i.j} \Leftrightarrow A_j$ eine atomare Aussage oder mit $L_{i.j} \Leftrightarrow \neg A_j$ deren Negat dar. Für atomare Klauseln entfällt die Anforderung paarweiser Verschiedenheit ihrer - jeweils nur einmal vorhandenen - Literale.

atomare Aussage $A_{j(p)}$ oder deren Negat $\neg A_{j(p)}$[76]. Daher kann jede aussagenlogische Problembeschreibung A aus atomaren Aussagen, Literalen und Klauseln rekursiv aufgebaut werden.

Das Netz N_A, das die problembeschreibende Komplexaussage A repräsentiert, läßt sich systematisch konstruieren[77]. Hierbei werden den atomaren Aussagen, Klauseln und Literalen aus der Komplexaussage A im Netzmodell N_A korrespondierende Stellen, Transitionen bzw. Kanten durch vier Konstruktionsregeln eineindeutig zugeordnet:

* Jede atomare Aussage A_j aus der Aussage A wird auf eine korrespondierende Stelle s_j abgebildet. Gleiches gilt für das Negat $\neg A_j$ derselben atomaren Aussage.
* Jeder Klausel K_i aus der Aussage A wird eine korrespondierende Transition t_i zugeordnet.
* Jede Stelle s_j wird mit jeder Transition t_i genau dann durch eine Kante (t_i,s_j) oder (s_j,t_i) verknüpft, wenn die zugehörige Klausel K_i das Literal $L_{i,j}$ mit $L_{i,j} \Leftrightarrow A_j$ bzw. mit $L_{i,j} \Leftrightarrow \neg A_j$ enthält.
* Stellen mit denselben Indices j werden so miteinander identifiziert, daß sie im Netz N_A jeweils nur genau einmal vorkommen[78].

Für jede Klausel K_i resultiert ein Teilnetz N_i, das aus der klauselspezifischen Transition t_i und P_i inzidenten Stellen $s_{j(p)}$ besteht. Es stellt die Verallgemeinerung der o.a. Netzkonstruktion für Adjunktionen mit Negaten atomarer Aussagen dar. Für seine topologische Struktur TOP_i gilt:

$$TOP_i=(\{s_{j(1)},\ldots,s_{j(P_i)}\},\{t_i\},\{ka(s_{j(1)},t_i),\ldots,ka(s_{j(P_i)},t_i)\})$$

Dabei bedeutet für alle $p=1,\ldots,P_i$:

$$ka(s_{j(p)},t_i)=\begin{cases}(t_i,s_{j(p)}) & ;\ \text{falls } L_{i.j(p)} \Leftrightarrow A_j \text{ ein Literal aus } K_i \text{ ist}\\ (s_{j(p)},t_i) & ;\ \text{falls } L_{i.j(p)} \Leftrightarrow \neg A_j \text{ ein Literal aus } K_i \text{ ist}\end{cases}$$

Das Netzmodell N_A, das die Komplexaussage A insgesamt repräsentiert, geht aus der Vereinigung der I klauselspezifischen Teilnetze N_i hervor. Hierbei werden die Stellen, die in mehreren Teilnetzen N_i identisch vorkommen, entsprechend der letzten der o.a. vier Konstruktionsregeln miteinander identifiziert. Das resultierende vereinigte Netz N_A ist im allgemeinen zusammenhängend[79]. Denn atomare Aussagen A_j oder deren Negate $\neg A_j$, die mit Stellen s_j korrespondieren, sind oftmals in mehreren Klauseln enthalten.

---

76) Dieselbe atomare Aussage darf in einer Klausel höchstens einmal selbst und höchstens einmal als ihr Negat auftreten. Andernfalls sind alle mehrfachen Vorkommnisse redundant, so daß alle - bis auf eines - gestrichen werden können. Dieselbe atomare Aussage bzw. deren Negat kann aber redundanzfrei zu mehreren verschiedenen Klauseln gehören. Wenn eine Klausel sowohl eine atomare Aussage A_j als auch deren Negat $\neg A_j$ enthält, umfaßt sie aufgrund ihrer internen adjunktiven Verknüpfung das tautologische Adjugat $A_j \vee \neg A_j$. Da Tautologien aus der logischen Problembeschreibung bereits ausgeschlossen worden sind, werden nur noch solche Klauseln betrachtet, in denen niemals eine atomare Aussage und deren Negat zugleich vorkommen.

77) Ein ähnlicher Ansatz findet sich bereits bei THIELER-MEVISSEN (1975), S. 2f.; THIELER-MEVISSEN (1977), S. 6.

78) Die Transitionen aller Klauseln sind von vornherein paarweise unterschiedlich, weil die Klauseln selbst als paarweise verschieden vorausgesetzt wurden.

79) In dieser Hinsicht unterscheidet sich die verallgemeinerte Netzkonstruktion für konjunktiv verknüpfte Klauseln von der früher dargestellten Netzkonstruktion für Konjunktionen atomarer Aussagen.

Abb. 1 auf der folgenden Seite faßt die voranstehend erläuterten Netzkonstruktionen für die Repräsentation von atomaren Aussagen, für die Repräsentation der Negation, Adjunktion, Subjunktion, Disjunktion oder Konjunktion atomarer Aussagen sowie für die Repräsentation der verallgemeinerten Klauseln zusammen. Durch diese Konstruktionen wird die Vollständigkeit der Abbildung aussagenlogischer Sachverhalte auf Stelle/Transition-Netze gewährleistet[80]. Die systematische Anwendung dieser klauselbasierten Netzkonstruktion erfüllt zugleich das eingangs aufgestellte konstruktive Postulat.

Die Netze N_A, die mit Hilfe solcher Konstruktionen gewonnen werden können, stellen die intendierten "natürlichen" Modellierungen der logischen Aspekte von Problembeschreibungen dar. Im Gegensatz zur Anwendung von Logikvariablen sind keine artifiziellen Hilfskonstruktionen erforderlich, um die aussagenlogisch erfaßten Problemaspekte in äquivalente Netzrepräsentationen zu transformieren.

Die Natürlichkeit der Modellierung wird besonders deutlich, wenn logische Problemaspekte als "Wenn..., dann..."-Regeln formuliert worden sind. Solche Regeln sind als Entscheidungsregeln oder als Komponenten von Entscheidungstabellen in betriebswirtschaftlichen Kontexten ebenso weit verbreitet[81] wie als Produktionsregeln im Bereich der KI-Forschung[82]. Entscheidungs- und Produktionsregeln stellen Subjugate dar. Jedes Subjugat kann aufgrund der Äquivalenz $(A_1 \rightarrow A_2) \Leftrightarrow (\neg A_1 \vee A_2)$ in eine Klausel transformiert werden. Jede Klausel wird durch ein klauselspezifisches Teilnetz N_i repräsentiert. Folglich korrespondiert mit jeder Entscheidungs- oder Produktionsregel aus einer logischen Problembeschreibung in der äquivalenten Netzrepräsentation genau ein regelspezifisches Teilnetz N_i mit genau einer - ebenso regelspezifischen - Transition t_i. Daher ist das verallgemeinerte Konstruktionsschema auf Klauselbasis besonders geeignet, um regelbasierte Beschreibungen logischer Problemaspekte in Netzrepräsentationen umzusetzen.

Das Netz, das aus der Anwendung der zuvor dargelegten Konstruktionsverfahren hervorgeht, wird fortan als problembeschreibendes Netzmodell bezeichnet. Es handelt sich hierbei allerdings nur um eine partielle Problembeschreibung. Es werden lediglich die problemrelevanten logischen Sachverhalte aussagenlogisch erfaßt und in äquivalente Netzkonstrukte transformiert.

---

80) Die Vollständigkeit wird sogar mehrfach garantiert, weil sich jede aussagenlogische Formel bereits allein durch die verallgemeinerte Netzkonstruktion auf der Basis von konjunktiv verknüpften Klauseln abbilden läßt.

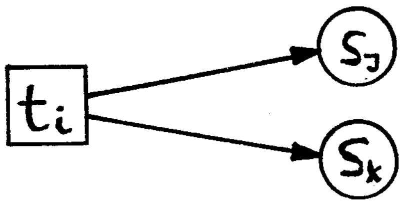
81) Vgl. GABRIEL (1982), S. 15; ZELEWSKI (1986), S. 207f., in bezug auf das betriebswirtschaftliche Konzept technologischer Aussagensysteme.

82) Auf die Bedeutung von Produktionsregeln für die Wissensbasen von Expertensystemen wird im Ausblick des 7. Abschnitts zurückgekommen.

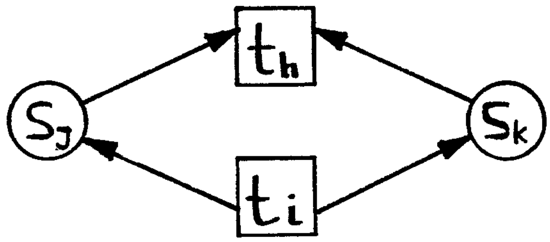
atomare Aussage A_j

Negat $\neg A_j$ der
atomaren Aussage A_j

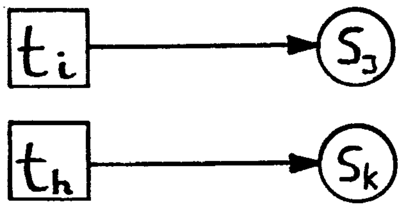
Adjugat $A_j \vee A_k$ aus den
atomaren Aussagen A_j und A_k



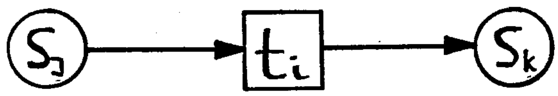
Disjugat $A_j \dot{\vee} A_k$ aus den
atomaren Aussagen A_j und A_k



Konjugat $A_j \wedge A_k$ aus den
atomaren Aussagen A_j und A_k



Subjugat $A_j \rightarrow A_k$ aus den
atomaren Aussagen A_j und A_k



Klausel K_1 aus den
atomaren Aussagen
A_1, A_2, A_3, und A_4:
$K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee (\neg A_2) \vee A_3 \vee A_4$

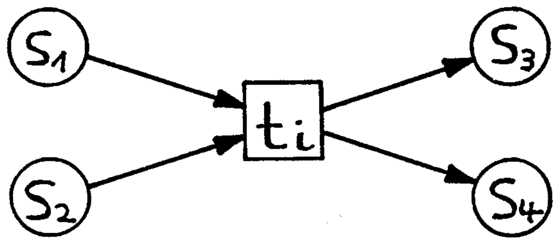


Abb. 1: Netztheoretische Basiskonstruktionen für die
Modellierung aussagenlogischer Problembeschreibungen

Netzmodelle lassen sich grundsätzlich auf die gehaltvollere Repräsentation von prädikatenlogisch formulierten Sachverhalten ausdehnen. Hierfür sind Prädikat/Transition-Netze[83] geeignet. Sie erweitern das Konzept der Stelle/Transition-Netze durch die Einführung von qualitativ unterschiedlichen Markenarten und eine entsprechende Modifizierung der Schaltregel[84]. In zahlreichen Fällen ist ein solcher Übergang auf Prädikat/Transition-Netze jedoch nicht erforderlich.

Einerseits können endliche Prädikat/Transition-Netze durch Entfaltung auf Stelle/Transition-Netze abgebildet werden[85]. Dies ist der Fall, wenn die zu repräsentierenden prädikatenlogischen Formeln (Prädikate) über endlichen Individuenmengen definiert sind.

Andererseits fallen prädikatenlogische Sachverhaltsbeschreibungen mitunter so einfach aus, daß sie sich direkt mit der Hilfe von Stelle/Transition-Netzen darstellen lassen[86]. Solche einfachen Verhältnisse liegen z.B. dann vor, wenn sich die Prädikate stets nur auf dasselbe Individuum beziehen. Diese Möglichkeit, auch prädikatenlogische Sachverhalte durch Stelle/Transition-Netze zu erfassen, rechtfertigt nachträglich die oben erfolgte Einschränkung auf diesen - im Vergleich zu Prädikat/Transition-Netzen - leichter zu handhabenden Netztyp. Darüber hinaus wird auf die eingangs getroffene Feststellung verwiesen, daß es für die meisten Probleme aus dem Bereich des Operations Research ausreicht, für die Darstellung der logischen Aspekte auf Ausdrucksmittel der Aussagenlogik zurückzugreifen.

83) Vgl. GENRICH (1980), S. 76ff., insbesondere S. 79ff.; GENRICH (1981), S. 117ff.; LAUTENBACH (1985b), S. 6ff.

84) Vgl. zur Anwendung von Prädikat/Transition-Netzen - oder verwandten Petrinetz-Typen - auf die Repräsentation und Analyse logischer Sachverhaltsbeschreibungen THIELER-MEVISSEN (1977), S. 33ff.; MAINZ (1984), S. 11ff.; LAUTENBACH (1985a), S. 7ff. u. 29f.; FIDELAK (1986a), S. 19ff.; FIDELAK (1986b), S. 34ff.; FIDELAK (1987), S. 95ff.; LIU (1987), S. 121ff.; OBERWEIS (1988), S. 300ff.; MURATA (1988), S. 82ff.

85) Vgl. LAUTENBACH (1985a), S. 11f. u. 17.

86) Vgl. FIDELAK (1986a), S. 19ff.; FIDELAK (1986b), S. 32ff., insbesondere S. 33.

4 Theoretische Grundlagen für das Konsistenz-Monitoring von Netzmodellen

4.1 Konsistenz von Netzmodellen und Quellen der Inkonsistenz

Die Konsistenzüberwachung von Netzmodellen beruht auf der Basiskonzeption, daß die logische Beschreibung eines Realproblems genau dann konsistent ist, wenn ihre Darstellung durch die Komplexaussage A den Wahrheitswert "wahr" ausweist. Umgekehrt ist die logische Problembeschreibung genau dann in sich widersprüchlich (inkonsistent), wenn die Komplexaussage A falsch ist.

Die Konstruktion von Netzmodellen stellt eine äquivalente - d.h. wahrheitswerterhaltende - Transformation der Komplexaussage A in ein repräsentierendes Netz N_A dar. Daher muß jedes Netzmodell N_A Eigenschaften besitzen, die jeweils mit den Wahrheitswerten "wahr" und "falsch" der repräsentierten Komplexaussage A eindeutig korrespondieren. Bei dieser Zuordnung lassen sich grundsätzlich zwei Betrachtungsebenen unterscheiden, die unabhängig voneinander definiert sind, aber inhaltlich zusammenhängen.

Auf der ersten Ebene werden nur Informationen über die statische Netzstruktur ausgewertet, die hier mit der topologischen Netzstruktur zusammenfällt. Dabei werden aktuelle Markierungen des Netzmodells grundsätzlich nicht beachtet[87)]. Daher wird diese Ebene auch als markierungsunabhängiges Konsistenz-Monitoring bezeichnet. Hier liefert das Netztheorem von LAUTENBACH die gesuchte eindeutige Beziehung[88)] zwischen Eigenschaften des Netzmodells N_A und Wahrheitswerten der Komplexaussage A. Auf das Netztheorem wird später ausführlich zurückgekommen.

Die zweite Ebene setzt markierte Netzmodelle voraus. Es handelt sich daher um eine markierungsabhängige Konsistenzüberwachung. Das Netzmodell N_A wurde so konstruiert, daß eine eineindeutige Beziehung besteht zwischen der Markierung seiner Stellen s_j einerseits und den Wahrheitswerten der repräsentierten atomaren Aussagen A_j oder ihren Negaten $\neg A_j$ andererseits. Daher interpretiert die Markierung des Netzmodells N_A die repräsentierte Komplexaussage A durch eine eindeutige und vollständige Wahrheitswertzuweisung zu allen ihren Komponenten. Folglich läßt sich der Wahrheitswert der Komplexaussage A unmittelbar aus der aktuellen Netzmarkierung ableiten.

Der inhaltliche Zusammenhang zwischen erster und zweiter Ebene beruht auf der speziellen Abbildung von Literalen durch Komplexe aus jeweils einer Stelle und einer Transition während der Konstruktion eines Netzmodells. Ein Literal $L_{i.j}$, das mit $L_{i.j} \Leftrightarrow A_j$ eine atomare Aussage A_j darstellt, wird auf eine Stelle mit Eingangstransition abgebildet. Ein Literal $L_{i.j}$, das mit $L_{i.j} \Leftrightarrow \neg A_j$ aus dem Negat einer atomaren Aussage A_j besteht, wird dagegen auf eine Stelle mit Ausgangstransition abgebildet. In beiden Fällen bewirkt das Schalten der Transition t_i, daß die inzidente Stelle s_j entsprechend dem Wahrheitswert "wahr" ihres zugehörigen Literals $L_{i.j}$ markiert ist. Im ersten Fall legt die Eingangstransition auf der Stelle eine Marke ab: Die Stelle s_j ist markiert; atomare Aussage A_j und Literal $L_{i.j} \Leftrightarrow A_j$ sind wahr. Im zweiten Fall zieht die Ausgangstransition von der Stelle eine Marke ab: Die Stelle s_j ist unmarkiert, die atomare Aussage A_j

---

87) Zwar wird - wie später dargelegt - beim Netztheorem die Reproduktionsmöglichkeit der Nullmarkierung untersucht. Hierbei steht jedoch das *unmarkierte* Netzmodell im Vordergrund des Interesses. Die Nullmarkierung und die temporär erzeugten Markierungen stellen nur beweistechnische Konstrukte dar, die keine Bedeutung als Repräsentationen von Problemsituationen besitzen.

88) Das Netztheorem liefert sogar eine noch strengere - nämlich eineindeutige - Beziehung.

ist falsch, aber das Literal $L_{i,j}$ besitzt wegen $L_{i,j} \Leftrightarrow \neg A_j$ wiederum den Wahrheitswert "wahr".

Die Komplexaussage A der betrachteten logischen Problembeschreibung wird in konjunktiver Normalform vorausgesetzt. Eine solche Aussage ist genau dann wahr, wenn alle seine Klauseln wahr sind. Umgekehrt ist die Komplexaussage A falsch, sobald mindestens eine ihrer konjunktiv verknüpften Klauseln falsch ist. Auch eine wahre Komplexaussage A besitzt im allgemeinen immer noch einen logischen Spielraum. Er besteht aus allen kombinatorisch möglichen Wahrheitswertzuweisungen zu ihren atomaren Aussagen, aus denen insgesamt der Wahrheitswert "wahr" für die Komplexaussage resultiert. Da die Komplexaussage aus konjunktiv verknüpften Klauseln besteht, kann es sich nur um solche Wahrheitswertzuweisungen handeln, die jede einzelne Klausel wahr werden lassen.

Dabei werden stets konsistente Wahrheitswertzuweisungen zu den atomaren Aussagen unterstellt[89]. Eine Wahrheitswertzuweisung heißt konsistent, wenn sie allen Vorkommnissen derselben atomaren Aussage A_j innerhalb der Komplexaussage A denselben Wahrheitswert zuordnet. Darüber hinaus muß jedem Negat $\neg A_j$ dieser atomaren Aussage der jeweils komplementäre Wahrheitswert zugewiesen werden. Schließlich werden aus der nachfolgenden Konsistenzanalyse triviale Sonderfälle ausgeschlossen. Hierbei handelt es sich um Klauseln aus der Komplexaussage A, in denen die gleiche atomare Aussage mehrfach auftritt. Denn dieses Mehrfachauftreten wäre entweder redundant[90] oder tautologisch[91].

Als metasprachliche Basisprämisse wird fortan die Konsistenz einer logischen Problembeschreibung mit der Wahrheit ihrer objektsprachlichen Komplexaussage A identifiziert[92]. Folglich müssen für eine konsistente

89) Der Einfachheit halber wird fortan auf das Attribut "konsistent" im Zusammenhang mit Wahrheitswertzuweisungen verzichtet, aber implizit weiterhin vorausgesetzt.

90) Dies wäre der Fall, wenn in derselben Klausel eine atomare Aussage mehrfach enthalten ist, aber dabei immer entweder nur als diese atomare Aussage oder aber immer nur als Negat der atomaren Aussage. In beiden Fällen könnten alle Vorkommnisse der atomaren Aussage bis auf eines gestrichen werden, ohne daß sich der logische Gehalt der Klausel änderte.

91) Eine Tautologie läge vor, wenn die gleiche atomare Aussage mindestens einmal als atomare Aussage und mindestens einmal als ihr Negat in derselben Klausel enthalten wäre. Dann wäre die Klausel immer wahr, weil stets eine Wahrheitswertzuweisung existierte, die zunächst ihr tautologisches Teiladjugat und damit notwendig auch ihr gesamtes Adjugat wahr werden ließe. Tautologien werden aber in Netzmodellen grundsätzlich nicht behandelt. Denn ihre netztheoretischen Äquivalente - die 1-Schleifen - wurden bereits aus den zugrundegelegten reinen Netzen ausgeschlossen.

92) Die metasprachliche Prämisse, daß alle Komponenten einer logischen Problembeschreibung als wahr vorausgesetzt werden, wenn die Konsistenz der Beschreibung behauptet wird, bleibt meistens unerwähnt. Vielmehr wird nur implizit unterstellt, daß alle explizit genannten objektsprachlichen Aussagen zugleich wahr sind. Diese unklare Vermengung von objekt- und metasprachlichen Feststellungen kann aber zu erheblichen Schwierigkeiten führen, falls ihre qualitative Unterschiedlichkeit übersehen wird. Beispielsweise wird mitunter die Falschheit von nicht explizit angeführten objektsprachlichen Aussagen angenommen. Dies ist aber insofern unzulässig, da solchen Aussagen ebenso der metasprachliche Wahrheitswert "unbekannt" zukommen kann. Eine weitere Schwierigkeit der Vermengung objekt- und metasprachlicher Aspekte wird später anläßlich des "negation by failure"-Prinzips thematisiert.

Problembeschreibung alle Klauseln aus der Komplexaussage A wahr sein[93]. Es wäre auch widersinnig, eine logische Problembeschreibung aus einzelnen Klauseln aufzubauen, von denen a priori bekannt ist, daß sie falsch sind. Gleiches gilt für das Ansinnen, eine falsche Komplexaussage als Ausdruck einer konsistenten Problembeschreibung anzusehen. Darüber hinaus wird von der modelltheoretischen Basisprämisse ausgegangen, daß eine Lösung des modellierten Problems nur dann zulässig sein kann[94], wenn ihre Projektion auf die logische Problembeschreibung[95] eine wahre Komplexaussage A liefert.

Unter den vorgenannten Annahmen bedeutet die Inkonsistenz einer logischen Problembeschreibung, daß es in sich widersprüchlich ist, die Wahrheit der Komplexaussage A zu behaupten. Folglich besteht jeder Inkonsistenznachweis aus dem Beweis der Unmöglichkeit, die jeweils betrachteten Wahrheitswertzuweisungen zu den atomaren Aussagen aus der Komplexaussage A mit der Wahrheit dieser Komplexaussage zu vereinbaren.

Die Wahrheitswerte aller Klauseln aus der Komplexaussage - und somit auch der Wahrheitswert der Komplexaussage selbst - sind durch die Wahrheitswerte aller involvierten atomaren Aussagen eindeutig bestimmt. Daher kann sich jede Diagnose einer nachgewiesenen Inkonsistenz auf jene atomaren Wahrheitswertzuweisungen als Inkonsistenzursachen beschränken (Prinzip der atomaren Inkonsistenzverursachung). Allerdings können Inkonsistenzen von logischen Problembeschreibungen zwei alternativen Kategorien angehören. Entweder handelt es sich um eine strukturelle oder aber um eine situative Inkonsistenz.

Von einer ***strukturellen Inkonsistenz*** wird gesprochen, wenn sich die Behauptung der Wahrheit von Komplexaussage A mit keiner kombinatorisch möglichen Wahrheitswertzuweisung zu ihren atomaren Aussagen widerspruchsfrei vereinbaren läßt. Dann stellt die Komplexaussage eine logisch falsche Aussage oder Kontradiktion dar, die unter allen denkmöglichen Wahrheitswertzuweisungen falsch ist. Es ist unmöglich, irgendeine Wahrheitswertzuweisung zu den atomaren Aussagen anzugeben, die alle Klauseln

---

93) Auch die Resolutionsmethode aus dem Bereich der KI-Forschung, die später im Zusammenhang mit LAUTENBACHs Netztheorem angesprochen wird, setzt zunächst implizit die Wahrheit aller Klauseln voraus, die in ihren Ableitungsprozeß einbezogen werden. Ihr Inkonsistenzbeweis besteht in der Zurückweisung ("Refutation") dieser Annahme als in sich widersprüchlich.
Dies läßt sich leicht anhand der Klauselmenge $\{A_1 \rightarrow A_2, A_1, \neg A_2\}$ verdeutlichen. Diese Klauselmenge wird durch Resolutionsprozedur und LAUTENBACHs Netztheorem durch Ableitung der Leerklausel als inkonsistent nachgewiesen. Die konjunktiv verknüpften Klauseln stellen aber nur dann einen logischen Widerspruch dar, wenn jede von ihnen als wahr vorausgesetzt wird. Andernfalls wäre es z.B. möglich, der Klausel $\neg A_2$ und der Klausel $\neg A_1 \vee A_2 \Leftrightarrow A_1 \rightarrow A_2$ den Wahrheitswert "wahr", der Klausel A_1 aber den Wahrheitswert "falsch" zuzuordnen. Dann wäre das Konjugat aus der o.a. Klauselmenge zwar insgesamt falsch, aber keineswegs in sich widersprüchlich. Inkonsistenz einer Aussage bedeutet also nicht Falschheit schlechthin, sondern nur die Unmöglichkeit, die behauptetet Wahrheit dieser Aussage einzulösen. Diese metasprachliche Differenz zwischen Falschheit und Inkonsistenz wird oftmals übersehen.

94) Es handelt sich nur um eine notwendige, aber nicht um eine hinreichende Bedingung für die Zulässigkeit einer Problemlösung. Denn eine Lösung kann zwar im logischen Sinn konsistent sein, aber dennoch Nebenbedingungen aus dem Rumpfmodell verletzen, die nicht-logische Restriktionen des Realproblems abbilden.

95) Diese Projektion wird im 6. Abschnitt anläßlich der Abstimmung zwischen Rumpf- und Netzmodell näher thematisiert.

der Komplexaussage zugleich wahr werden läßt[96]. Aus der modelltheoretischen Basisprämisse folgt, daß das logisch beschriebene Problem im Fall einer strukturellen Inkonsistenz keine zulässigen Lösungen besitzen kann. Die Lösungsmenge des Gesamtmodells aus Rumpf- und Netzmodell muß leer sein. Eine Lösungssuche im Rumpfmodell, das die nicht-logischen Problemdeterminanten abbildet, scheidet daher a priori aus.

Für die Überprüfung einer logischen Problembeschreibung auf strukturelle Inkonsistenz spielen markierungsabhängige Konsistenzanalysen grundsätzlich keine Rolle. Denn den Markierungen des Netzmodells entsprechen - wie oben dargelegt - jeweils ein Wahrheitswert für alle atomaren Aussagen aus der Komplexaussage A. Da eine strukturelle Inkonsistenz per definitionem für *alle* möglichen Wahrheitswertzuweisungen gilt, kann sie nicht von einer speziellen Netzmarkierung abhängen. Aus demselben Grund ist jede Suche nach einer konsistenzwiederherstellenden Markierung von vornherein zum Scheitern verurteilt.

Eine *situative Inkonsistenz* liegt dagegen im konträren Fall vor, daß die behauptete Wahrheit der Komplexaussage A mit einer bestimmten vorausgesetzten Kombination der Wahrheitswerte ihrer atomaren Aussagen[97] nicht widerspruchsfrei vereinbart werden kann. Unter der betrachteten Wahrheitswertekombination muß die Komplexaussage falsch sein. Mit dieser falschen Komplexaussage A korrespondiert im Netzmodell N_A genau eine Markierung aller Stellen, die den atomaren Aussagen aus der Komplexaussage entsprechen. Folglich lassen sich situative Inkonsistenzen auf der Ebene von markierungsabhängigen Konsistenzanalysen aufdecken. Es wird aber später gezeigt werden, daß durch spezielle Erweiterungen von Netzmodellen auch auf der markierungsunabhängigen Untersuchungsebene situative Inkonsistenzen in der logischen Problembeschreibung aufgedeckt werden können.

Aufgrund der modelltheoretischen Basisprämisse repräsentiert eine situative Inkonsistenz zwar eine unzulässige Problemlösung. Doch schließt dies die Existenz anderer zulässiger Problemlösungen nicht aus. Daher verhindert das Aufdecken einer situativen Inkonsistenz keine weitere Lösungssuche. Sie zeichnet nur eine präsentierte potentielle Problemlösung als unzulässig aus.

Seitens der Netztheorie werden im wesentlichen zwei unterschiedliche Konzepte für das Konsistenz-Monitoring von Netzmodellen angeboten[98]. Einerseits handelt es sich um die Analyse von Netzinvarianten. Hierbei

---

96) Eine Kontradiktion kann niemals durch eine einzelne Klausel verursacht sein. Denn für eine isolierte Klausel läßt sich immer eine Wahrheitswertzuweisung angeben, unter der sie wahr ist. Allerdings können bereits zwei atomare Klauseln eine Kontradiktion bilden. Dies ist z.B. der Fall für $K_1 \Leftrightarrow A_j$ und $K_2 \Leftrightarrow \neg A_j$. Das Konjugat $(A_j \wedge \neg A_j)$ ist die kleinste logisch mögliche Kontradiktion.

97) Diese Wahrheitswertekombination wird als logische Problemsituation bezeichnet.

98) Strenggenommen existieren noch weitere Konzepte. Sie vermitteln jedoch gegenüber den beiden hier behandelten im allgemeinen keine grundsätzlich andersartigen Erkenntnisse. So beschreibt z.B. THIELER-MEVISSEN (1977), S. 17ff. u. 50ff., eine Mischform. Mit der Invariantenanalyse teilt sie den Ansatz aus LAUTENBACHs Netztheorem, Konsistenzanalysen auf der Basis des Resolutionskonzepts durchzuführen. Mit der Faktnetzanalyse stimmt sie dagegen hinsichtlich der Repräsentation logischer Sachverhalte durch faktische Transitionen überein. Diese Mischform wird nicht weiter berücksichtigt. Eine andere Variante der Konsistenzanalyse von Netzmodellen hat MURATA (1988), S. 76ff. u. 85ff., vorgelegt. Sie erstreckt sich auf spezielle Reduktionsoperationen für Stelle/Transition- und Prädikat/Transition-Netze, beruht aber letztlich auch auf dem Resolutionskonzept. Eine Ausnahme stellt die Erreichbarkeitsanalyse dar, wenn sie zu Zwecken des Konsistenz-Monitoring eingesetzt wird. Denn diese Analysevariante läßt sich nicht auf die Strukturen von Invarianten- und Faktnetzanalyse zurückführen. Auf die Erreichbarkeitsanalyse wird im abschließenden Ausblick zurückgekommen.

bleiben aktuelle Netzmarkierungen unberücksichtigt. Die Invariantenanalyse gehört also zur ersten Ebene der markierungsunabhängigen Konsistenzuntersuchungen. Sie läßt sich für den Nachweis sowohl struktureller als auch situativer Inkonsistenzen benutzen. Andererseits können Faktnetze studiert werden. Ihre Analyse setzt stets eine bestimmte Netzmarkierung voraus, bezüglich derer die Analyseergebnisse gelten. Sie zählt daher zur zweiten Ebene der markierungsabhängigen Konsistenzuntersuchungen[99]. Sie erlaubt nur das Aufdecken situativer Inkonsistenzen.

4.2 Nachweis von Inkonsistenzen mit Hilfe der Invariantenanalyse

Die Konsistenz-Überwachung eines Netzmodells kann mit Hilfe der Invariantenanalyse in zwei Varianten erfolgen. Bei einer Konsistenzanalyse i.e.S. wird das Netzmodell N_A genau so betrachtet, wie es aus der logischen Problembeschreibung durch die Komplexaussage A hervorgegangen ist. Sie läßt nur zu, strukturelle Inkonsistenzen aufzudecken. Bei der Konsistenzanalyse i.w.S. wird das Netzmodell derart zu einem Model $N_A{}^*$ erweitert, daß alle Literale aus der Komplexaussage A als atomare Klauseln repräsentiert werden. Dann ist es möglich, neben strukturellen Widersprüchen auch situative Inkonsistenzen zu erkennen. Zunächst wird vom ursprünglichen Netzmodell der Konsistenzanalyse i.e.S. ausgegangen.

4.2.1 Erkennen von strukturellen Inkonsistenzen

Von jeder aktuellen Netzmarkierung des Modells N_A wird abstrahiert. Stattdessen werden stets die Nullmarkierung, unter der alle Stellen des Netzmodells keine Marken tragen, und deren Reproduktionsmöglichkeit untersucht. Darüber hinaus werden reine Netze ohne 1-Schleifen vorausgesetzt. Dies entspricht der a priori-Eliminierung aller tautologischen Aussagen aus der Komplexaussage A[100]. Ferner werden endliche Netzmodelle unterstellt[101]. Schließlich wird von allen endlichen Markenkapazitäten der Stellen des Netzmodells abstrahiert.

Die letzte Prämisse widerspricht zwar prima facie der früheren Festlegung, für alle Stellen $s_j \varepsilon S$ jeweils die Markenkapazität $K(s_j)=1$ vorauszusetzen. Doch liegt hierin keine erhebliche Differenz. Denn erstens läßt sich zeigen, daß sich jedes Netz mit endlichen Markenkapazitäten durch Einführen von Komplementärstellen in ein äquivalentes Netz mit unbe-

---

99) Derselben Ebene ist die Erreichbarkeitsanalyse zuzurechnen, die in der voranstehenden Fußnote angesprochen wurde.

100) Dies wurde bereits im Zusammenhang mit der Erläuterung von Inzidenzmatrizen dargelegt. Diese Prämisse ist erforderlich, weil auch die Invariantenanalyse auf Inzidenzmatrizen zurückgreift. Vgl. zur Transformation unreiner Netze in äquivalente reine Netze für Zwecke der Invariantenanalyse LAUTENBACH (1985a), S. 23; LAUTENBACH (1987), S. 160f.

101) Ein Netzmodell ist endlich, wenn seine Stellen- und seine Transitionenmenge jeweils endlich sind. (Die Flußrelation, die Gewichts-, Kapazitäts- und Markierungsfunktion sind dann notwendig auch endlich.) Infolge der o.a. Konstruktion von Netzmodellen zur Repräsentation von Aussagesystemen, die Aussagen in konjunktiver Normalform darstellen, ist die Endlichkeit der Netze äquivalent mit Aussagen, die jeweils nur aus endlich vielen Klauseln (abgebildet auf Transitionen) bestehen, die sich ihrerseits nur aus endlich vielen Literalen (dargestellt durch Stellen und adjazente Kanten) zusammensetzen. LAUTENBACH (1985a), S. 24, beschränkt sein Netztheorem entsprechend auf endliche Klauselmengen mit endlich vielen Literalen.

grenzten Markenkapazitäten transformieren läßt[102]. Auf dieses transformierte Netz könnte dann die Konsistenzanalyse angewendet werden[103]. Da auch eine Retransformation des Netzes mit Komplementärstellen in das ursprüngliche Netzmodell möglich ist, ließen sich die Analyseergebnisse entsprechend auf das Netzmodell zurückübertragen.

Zweitens braucht diese umständliche zweifache Transformation praktisch gar nicht eingesetzt zu werden[104]. Denn es läßt sich nachweisen, daß die Invariantenanalyse für ein Netz mit uniformen Markenkapazitäten $K(s_j)=1$ und für ein Netz mit unbegrenzten Markenkapazitäten ergebnisgleich ausfällt. Diese Ergebnisindifferenz gilt allerdings nicht allgemein, sondern nur unter zusätzlichen Voraussetzungen[105]. Im hier erörterten Kontext von Netzmodellen für logische Problembeschreibungen erweisen sich zwei Prämissen als hinreichend. Erstens werden nur Netze mit uniformen Kantengewichten $W(x_a,x_b)=1$ betrachtet. Zweitens wird von nebenläufigen Schaltfolgen abgesehen, da beim Konsistenz-Monitoring grundsätzlich nur lineare Schaltfolgen berücksichtigt werden[106]. Daher ist hier die Beschränkung auf uniforme Markenkapazitäten $K(s_j)=1$ unerheblich.

Während der Invariantenanalyse wird nur auf die Inzidenzmatrix $\underline{C}$ als kondensierter Abbildung der Netzstruktur (S,T,F,W) zurückgegriffen. Die Schaltregel SR für Netze legt die Folgemarkierung $\underline{M}_f$ einer Startmarkierung $\underline{M}_r$ durch $\underline{M}_f=\underline{M}_r+\underline{C}\cdot\underline{t}_h$ fest, wenn die Folgemarkierung durch Ausführen einer Schaltfolge SF_h mit dem Schaltvektor $\underline{t}_h$ erzeugt wird und diese Schaltfolge unter der Startmarkierung $\underline{M}_r$ aktiviert ist. Jede T-Invariante $\underline{t}_h$ erfüllt die Definitionsgleichung $\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$. Daher läßt sich jede semi-

---

102) Vgl. LAUTENBACH (1987), S. 161ff.

103) Allerdings muß das nachfolgend erörterte Netztheorem modifiziert werden, weil es für die untersuchten Netze stets Nullmarkierungen voraussetzt. Die gemeinsame Markenanzahl auf einer Stelle, die ursprünglich eine endliche Markenkapazität besessen hat, und ihrer Komplementärstelle ist jedoch per constructionem unter jeder zulässigen Netzmarkierung genau so groß wie die eliminierte endliche Markenkapazität der betrachteten Stelle. Da Markenkapazitäten $K(s_j)=0$ in Netzen grundsätzlich nicht definiert sind, muß die Markenanzahl auf jedem Paar aus einer Stelle und ihrer Komplementärstelle größer als Null sein. Dies widerspricht aber der vorausgesetzten Nullmarkierung bei der Anwendung des Netztheorems. Diesen Modifizierungsbedarf hat bisher LAUTENBACH anscheinend noch nicht bemerkt.

104) Darüber hinaus ist die Einführung von Komplementärstellen zu vermeiden, weil sie die kompakte und transparente Repräsentation logischer Sachverhalte durch Netze erheblich beeinträchtigen würde. Die Komplementärstellen wären ähnlich artifiziell wie die zusätzlichen Logikvariablen, die eingangs als Nachteile konventioneller OR-Programme bei der Modellierung logischer Problemaspekte angesprochen wurden.

105) Im allgemeinen Fall können Netze, die - bis auf entweder endliche oder aber unendliche Markenkapazitäten ihrer Stellen - gleich sind, durchaus ein unterschiedliches Schaltverhalten aufweisen. Dann müßte in jedem Einzelfall überprüft werden, ob der nachfolgend erläuterte Inkonsistenznachweis durch das Netztheorem tatsächlich die Inkonsistenz eines Netzmodells beweist oder ob er auf der fehlerhaften Präsupposition unendlicher Markenkapazitäten für alle Stellen beruht. Diese Überprüfung bereitet jedoch keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Zunächst würde das Netztheorem unter der Annahme unendlich großer Markenkapazitäten angewendet. Falls es zur Aufdeckung von Inkonsistenzen durch T-Invarianten kommt, welche die Nullmarkierung zu reproduzieren vermögen, müßten die zugehörigen Schaltfolgen im korrespondierenden Netz mit endlichen Markenkapazitäten ausgeführt werden. Wenn dabei die Markenkapazität mindestens einer Stelle überschritten würde, wäre nachgewiesen, daß die jeweils betrachtete Inkonsistenz nur scheinbar bestand. Sie resultierte aus der falschen Unterstellung unendlicher Markenkapazitäten.

106) Vgl. dazu die frühere Definition der Schaltfolgen SF_h als Tupel aus linear angeordneten Schaltakten und die explizite Ausgrenzung nebenläufiger Schaltmöglichkeiten.

positive T-Invariante als Schaltvektor $\underline{t}_h$ einer Schaltfolge SF_h interpretieren, welche die Nullmarkierung auf sich selbst abbildet:

$$(\underline{M}_f = \underline{M}_r + \underline{C}\cdot \underline{t}_h \ \wedge\ \underline{M}_r = \underline{0} \ \wedge\ \underline{C}\cdot \underline{t}_h = \underline{0} \ \wedge\ \underline{t}_h \geq \underline{0} \ \wedge\ AKT(SF_h, \underline{M}_r))$$

$$\Rightarrow \quad \underline{M}_r\,[SF_h > \underline{M}_f \ \wedge\ \underline{M}_f = \underline{M}_r + \underline{C}\cdot \underline{t}_h = \underline{0}+\underline{0}=\underline{0}$$

Auf dieser Basis hat LAUTENBACH sein Netztheorem formuliert und bewiesen[107]. Es gilt unter drei einschränkenden Voraussetzungen. Ein endliches, reines Netzmodell mit unbegrenzten Markenkapazitäten wird vorausgesetzt. Diese Prämissen werden aufgrund der früher erfolgten Festlegungen notwendig erfüllt.

Unter diesen Annahmen besagt das Netztheorem, daß ein Netzmodell genau dann strukturell inkonsistent ist, wenn gilt:

* Es existiert mindestens eine semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ als ganzzahlige Lösung des Gleichungssystems $\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$ (Existenzbedingung).
* Mindestens eine der vorgenannten T-Invarianten $\underline{t}_h$ läßt sich als der Schaltvektor einer Schaltfolge SF_h interpretieren, die unter der Nullmarkierung aktiviert ist (Aktivierungsbedingung).
* Mindestens eine der vorgenannten T-Invarianten $\underline{t}_h$ besitzt ein charakteristisches Subnetz SN_h, das keine nicht-triviale S-Invariante enthält (Subnetzbedingung).

Aufgrund der ersten beiden Bedingungen reproduziert die T-Invariante $\underline{t}_h$ als Schaltfolge SF_h die Nullmarkierung gemäß $\underline{M}_r=\underline{0}[SF_h>\underline{0}=\underline{M}_f$. Die Existenz einer T-Invariante garantiert nur, daß ihre zugehörige Schaltfolge jede Start- in eine unveränderte Zielmarkierung überführt, *falls* die Schaltfolge unter der Startmarkierung aktiviert ist. Durch die Definitionsgleichung der T-Invariante wird nur die Wirkung der Schaltfolge erfaßt, ohne die notwendige Erfüllung der Aktivierungsbedingungen ihrer Transitionen zu gewährleisten. Daher stellt erst die Aktivierungsbedingung des Netztheorems sicher, daß die Schaltfolge einer T-Invariante unter der Nullmarkierung tatsächlich aktiviert ist. Die Subnetzbedingung ist aus beweistechnischen Gründen erforderlich, um in Sonderfällen den fehlerhaften Ausweis von

---

107) Vgl. LAUTENBACH (1985a), S. 24 i.V.m. S. 19ff., wo die wesentlichen Beweisschritte für das Netztheorem erfolgen; vgl. auch FIDELAK (1986a), S. 19; FIDELAK (1986b), S. 38.

Scheininkonsistenzen[108] zu verhindern. Beispiele für T-Invarianten, welche die Aktivierungs- oder Subnetzbedingung des Netztheorems verletzen, werden später angeführt.

Die strukturelle Inkonsistenz eines Netzmodells N_A bedeutet die Widersprüchlichkeit der Annahme, den atomaren Aussagen aus der problembeschreibenden Komplexaussage A könnten Wahrheitswerte so zugeordnet werden, daß alle ihre Klauseln wahr sind. Hiermit äquivalent sind die Falschheit der Komplexaussage sowie die Nichtexistenz zulässiger Problemlösungen.

Zugleich impliziert das Netztheorem das Korollar: Ein Netzmodell repräsentiert eine strukturell konsistente logische Problembeschreibung durch die Komplexaussage A genau dann, wenn keine semi-positive T-Invariante existiert oder wenn alle vorhandenen semi-positiven T-Invarianten unter der Nullmarkierung nicht aktiviert sind oder wenn alle vorhandenen semipositiven T-Invarianten jeweils mindestens eine nicht-triviale S-Invariante für ihre charakteristischen Subnetze besitzen.

Eine notwendige Bedingung für den Nachweis einer strukturellen Inkonsistenz ist die Existenz einer ganzzahligen, semi-positiven Lösung des linearen, ganzzahligen und homogenen Gleichungssystems $\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$. Hierin liegt der wesentliche Schritt zur Transformation der Konsistenzanalyse von Netzmodellen in ein linear-ganzzahliges arithmetisches Kalkül.

Dabei erfolgt zwar keine vollständige Arithmetisierung, weil die Aktivierungs- und die Subnetzbedingung weiterhin als hinreichende Bedingungen für das Vorliegen einer Inkonsistenz überprüft werden müssen. Diese beiden Bedingungen lassen sich aber grundsätzlich auch arithmetisch ausdrücken. Denn die Definition des Prädikats $AKT(t_i,\underline{M}_r)$ und die Abbildungsvorschrift der Schaltregel SR ermöglichen es, die Aktivierungsbedingungen und Schaltwirkungen für die einzelnen Transitionen aus der Schaltfolge SF_h, deren Schaltvektor $\underline{t}_h$ durch eine semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ gegeben ist, als ein System rekursiv verknüpfter arithmetischer Gleichungen darzustellen. Die Subnetzbedingung kann wegen ihrer Bezugnahme auf

---

108) Eine genauere Charakterisierung der Scheininkonsistenzen setzt die Kenntnis des detaillierten Beweises des Netztheorems voraus, dessen Entfaltung hier zu weit führen würde; vgl. dazu LAUTENBACH (1985a), S. 19ff. Im Prinzip lassen sie sich auf die Voraussetzung des Netztheorems zurückführen, daß die stellenspezifischen Zeilenvektoren der Inzidenzmatrix $\underline{C}_h$ linear unabhängig sind. Dabei bedeutet $\underline{C}_h$ die Teilmatrix der Inzidenzmatrix $\underline{C}$, die für das charakteristische Subnetz SN_h einer T-Invariante $\underline{t}_h$ gilt. Vgl. dazu LAUTENBACH (1985a), S. 23f.
Charakteristische Subnetze von T-Invarianten mit nicht-trivialen S-Invarianten bedeuten dagegen, daß mindestens zwei dieser Zeilenvektoren linear abhängig sind. Denn es gilt: Wenn das charakteristische Subnetz einer T-Invariante $\underline{t}_h$ eine nicht-triviale S-Invariante besitzt, dann können die Spaltenvektoren der transponierten Teilinzidenzmatrix $\underline{C}_h^{tr}$ - also im Prinzip die stellenspezifischen Zeilenvektoren der ursprünglichen Teilinzidenzmatrix $\underline{C}_h$ - so mit ganzzahligen Koeffizienten multipliziert werden, daß die Summe der derart gewichteten Zeilenvektoren den Nullvektor ergibt. Vektoren, deren gewichtete Summe den Nullvektor ergibt, sind aber immer voneinander linear abhängig; q.e.d.
Einen Teilaspekt der linearen Abhängigkeit spricht FIDELAK (1986b), S. 37, an, wenn er darlegt, daß die S-Invarianten der charakteristischen Subnetze Repräsentationen von Zirkelschlüssen darstellen. Allerdings trifft dies nicht als generelle Interpretation linear abhängiger Zeilenvektoren in der Teilinzidenzmatrix $\underline{C}_h$ zu. Denn es lassen sich auch Beispiele anführen, die nicht-triviale S-Invarianten im charakteristischen Subnetz einer semi-positiven T-Invariante - also linear abhängige Zeilenvektoren in der Teilinzidenzmatrix $\underline{C}_h$ - besitzen, ohne daß ein Zirkelschluß vorliegt. Ein Exempel wird später bei der Netzrepräsentation einfacher aussagenlogischer Sachverhalte aufgezeigt. Im letzten Abschnitt wird auf den Aspekt linearer Abhängigkeit zurückgekommen. Dabei wird die Möglichkeit beleuchtet, das Netztheorem für die Präzisierung des Resolutionskonzepts im Bereich der KI-Forschung auszuwerten.

S-Invarianten ebenfalls auf ein arithmetisches Gleichungssystem zurückgeführt werden. Also läßt sich das Netztheorem vollständig mit Hilfe eines ganzzahlig-linearen arithmetischen Kalküls ausdrücken.

Allerdings erweist sich die arithmetische Ausformulierung von Konsistenz- und Subnetzbedingung als derart aufwendig, daß sie hier nicht explizit dargelegt wird. Die Komplexion wird vor allem dadurch verursacht, daß die zu prüfenden Ungleichungs- und Gleichungssysteme nicht für ein Netzmodell als Ganzes feststehen. Vielmehr müssen sie für jede entdeckte semi-positive T-Invariante spezifisch erzeugt werden. Hinzu kommt die Schwierigkeit, daß mit der Kenntnis einer T-Invariante $\underline{t}_h$, die das Netztheorem erfüllt, noch nicht die Reihenfolge gegeben ist, in der die Transitionen aus der zugehörigen Unterstützungsmenge TU_h in der Schaltfolge SF_h tatsächlich geschaltet werden. Die Schaltfolge SF_h braucht durch eine T-Invariante $\underline{t}_h$ noch nicht einmal eindeutig festgelegt zu sein. Denn in Ausnahmefällen kann sogar dieselbe T-Invariante $\underline{t}_h$ mit mehreren Schaltfolgen SF_h vereinbart werden, die jeweils das Netztheorem erfüllen. Die Kenntnis der Schaltreihenfolge der Transitionen in den Schaltfolgen SF_h ist jedoch notwendig, um das o.a. rekursive Gleichungssystem für die Aktivierungsbedingungen und Schaltwirkungen der Transitionen explizit angeben zu können.

Trotz der vorgenannten Schwierigkeiten läßt sich festhalten, daß die Anwendung des Netztheorems vollständig auf das Lösen linear-ganzzahliger Gleichungssysteme reduziert werden kann. Dies verdeutlicht das Potential der Netztheorie, eine kompakte und transparente graphische Repräsentation logischer Sachverhalte einerseits mit dem Einsatz leistungsfähiger arithmetischer Kalküle andererseits zu kombinieren. Die logische Problembeschreibung durch die Komplexaussage A wird zunächst in die graphische Repräsentation ihres Netzmodells N_A transformiert. Dessen Konsistenzanalyse wird anschließend auf eine arithmetische Analyse der Lösungsmöglichkeit linear-ganzzahliger Gleichungssysteme zurückgeführt.

Die zweifache Transformation der ursprünglichen logischen Problembeschreibung erfüllt die beiden eingangs aufgestellten Anforderungen an das Konsistenz-Monitoring. Erstens genügt die Ableitung eines Netzmodells aus einer Komplexaussage dem konstruktiven Postulat. Denn diese Modellgestaltung unterliegt einem einfachen Schema, das ohne Schwierigkeiten als Konstruktionsalgorithmus implementiert werden kann. Zweitens wird das reiche mathematische Fundament der Petrinetz-Theorie dem analytischen Postulat gerecht. Für die Invariantenanalyse eines Netzmodells liegt eine breite Palette von Auswertungsalgorithmen vor, die sich mit Hilfe der Automatischen Informationsverarbeitung implementieren lassen.

Die ganzzahligen Lösungen von linearen Gleichungssystemen können grundsätzlich durch allgemeine arithmetische Algorithmen bestimmt werden. Ebenso stehen mehrere Softwarepakete zur Verfügung, die speziell auf die Analyse von Petrinetzen zugeschnitten sind[109)]. Zumeist umfassen sie die Invariantenberechnung für Stelle/Transition-Netze als Standardkomponente. Aber diese Programme garantieren im allgemeinen nicht, alle existierenden Invarianten vollständig zu erzeugen.

Daher verdient die Arbeit von PASCOLETTI[110)] besondere Beachtung. Er präsentiert zwei subtile Methoden zur Untersuchung der T- und S-Invarianten von Stelle/Transition-Netzen, die es erstmals gestatten, die Menge der "einfachen" Invarianten vollständig zu ermitteln. Jede Invariante eines Netzmodells kann aus solchen einfachen Invarianten als deren Linearkombination erzeugt werden. Durch die schematische Untersuchung aller Linearkombinationen von einfachen Invarianten ist das Problem der voll-

---

109) Vgl. die Auflistung solcher Softwarepakete und ihrer Leistungsumfänge bei FELDBRUGGE (1987), S. 20ff.

110) Vgl. PASCOLETTI (1985), S. 119ff. i.V.m. S. 105ff.

ständigen Invariantenaufdeckung im Prinzip gelöst. Folglich ist es theoretisch möglich, alle Inkonsistenzen eines Netzmodells mit Hilfe linear-ganzzahliger arithmetischer Algorithmen zu erkennen.

Allerdings kann die praktische Erzeugung und Untersuchung aller Invarianten einer Netzmodells hinsichtlich ihres Berechnungsaufwands kombinatorisch explodieren. Obwohl die automatengestützte Ermittlung der Linearkombinationen von einfachen Invarianten diese potentielle Aufwandsexplosion zu lindern vermag, bleibt sie doch grundsätzlich bestehen. Dies gilt zumindest für solche Fälle, in denen die Anzahl aller Invarianten eines Netzes die Anzahl seiner einfachen Invarianten beträchtlich übertrifft. Allerdings ist derzeit das Verhältnis dieser beiden Invariantenanzahlen zueinander und deren Abhängigkeit von der Netzstruktur noch unerforscht. Daher läßt sich die praktische Bedeutung des Effekts kombinatorischer Aufwandsexplosion nicht zufriedenstellend beurteilen.

Bisher wurde nur die Konsistenzanalyse betrachtet. Die Konsistenzdiagnose läßt sich aber unmittelbar anschließen. Ein Vorteil der netzbasierten Konsistenzanalyse liegt in ihrer Konstruktivität und Vollständigkeit: Falls eine inkonsistente logische Problembeschreibung vorliegt, wird nicht nur die Existenz mindestens einer Inkonsistenz nachgewiesen. Vielmehr wird zugleich eine Ursache dieser Inkonsistenz als T-Invariante identifiziert, welche die drei Bedingungen des Netztheorems erfüllt. Da es – beispielsweise mit Hilfe des Ansatzes von PASCOLETTI – möglich ist, diese T-Invarianten vollständig zu generieren, lassen sich sogar alle Inkonsistenzursachen erkennen.

Die charakteristischen Subnetze SN_h der inkonsistenzverursachenden T-Invarianten $\underline{t}_h$ ermöglichen mit ihren Unterstützungsmengen TU_h[111] zugleich die Inkonsistenzdiagnose. Denn jedes Subnetz SN_h enthält genau diejenigen Transitionen $t_i \varepsilon TU_h$, deren korrespondierenden Klauseln K_i in der Komplexaussage A niemals zugleich wahr sein können. Die simultane Wahrheit dieser Klauseln, die aufgrund der o.a. metasprachlichen Basisprämisse für die Konsistenz der logischen Problembeschreibung notwendig ist, läßt sich nicht widerspruchsfrei herstellen. Daher zeichnet die Entdeckung einer Inkonsistenz durch Nachweis einer T-Invariante, die das Netztheorem erfüllt, zugleich diejenige Klauselmenge in der logischen Problembeschreibung durch die Komplexaussage A aus, die diese Inkonsistenz verursacht hat.

Das charakteristische Subnetz jeder inkonsistenzverursachenden T-Invariante besteht aus mindestens zwei Transitionen. Diese Transitionen entsprechen per constructionem genau den positiven Komponenten in der T-Invariante. Hierfür läßt sich zeigen, daß jede semi-positive T-Invariante, die dem Netztheorem Genüge leistet, mindestens zwei positive Komponenten besitzt. Denn jede Gleichung aus dem Gleichungssystem $\underline{C} \cdot \underline{t}_h = \underline{0}$ kann nur dann erfüllt sein, wenn ihr Produkt aus einem stellenspezifischen Zeilenvektor der Inzidenzmatrix $\underline{C}$ und der T-Invariante $\underline{t}_h$ Null beträgt. Aufgrund der topologischen Prämisse, daß kein Netz isolierte Stellen enthält, kann der Zeilenvektor nicht der Nullvektor sein. Die T-Invariante scheidet als Nullvektor ebenso aus, weil sie semi-positiv definiert ist. Also kann das Vektorprodukt nur dann den Wert Null annehmen, wenn sich in ihm positive und negative Teilsummen genau gegenseitig kompensieren. Dies erfordert aber, daß die T-Invariante mindestens zwei von Null verschiedene Komponenten besitzt. Diese Komponenten sind infolge der Semi-Positivität der T-Invariante notwendig positiv und repräsen-

---

111) In äquivalenter Weise kann die Inkonsistenzdiagnose auf die Interpretation der inkonsistenzverursachenden T-Invarianten als Schaltvektoren $\underline{t}_h$ von Schaltfolgen SF_h zurückgeführt werden. Dann werden von jeder Schaltfolge diejenigen Transitionen als Inkonsistenzursache ausgewiesen, die in der betrachteten Schaltfolge mindestens einmal geschaltet werden.

tieren jeweils eine Transition aus dem charakteristischen Subnetz der betrachteten T-Invariante.

Da jedes charakteristische Subnetz einer inkonsistenzverursachenden T-Invariante mindestens zwei Transitionen umfaßt, verhält sich die Inkonsistenzdiagnose zugleich adäquat zur eingangs festgestellten Natur von Inkonsistenzen. Es wird niemals eine einzelne Klausel als vermeintliche Inkonsistenzursache ausgewiesen. Stattdessen wird immer eine Klauselmenge aus mindestens zwei Elementen, die Transitionen des charakteristischen Subnetzes darstellen, als komplexe Inkonsistenzursache diagnostiziert. Die betroffenen Klauseln können unter keinen Umständen simultan den Wahrheitswert "wahr" annehmen.

4.2.2 Erweiterung um situative Inkonsistenzen

Falls ein Netzmodell als strukturell konsistent nachgewiesen wurde, braucht es dennoch nicht in jedem Modellzustand konsistent zu sein. Denn strukturelle Konsistenz bedeutet nur Freiheit von logischen Kontradiktionen. Bei der Existenz solcher Kontradiktionen wäre ein Modell in *jedem beliebigen* Zustand in sich widersprüchlich, weil es *immer* eine falsche problembeschreibende Komplexaussage A repräsentierte. Stattdessen kann aber ein strukturell konsistentes Modell dennoch *einzelne* inkonsistente Modellzustände besitzen. Solche inkonsistenten Modellzustände entsprechen Problemsituationen, in denen die problembeschreibende Komplexaussage insgesamt falsch ist. Sie werden als situative Inkonsistenzen angesprochen, solange gewährleistete ist, daß das untersuchte Modell strukturell konsistent ist.

Die zuvor beschriebene Aufdeckung und Lokalisierung von strukturellen Inkonsistenzen in Netzmodellen läßt sich zu einer situativen Konsistenzanalyse bzw. Inkonsistenzdiagnose erweitern. Erweiterte Netzmodelle ermöglichen die Behandlung sowohl struktureller als auch situativer Inkonsistenzen. Zur Verdeutlichung des zusätzlichen situativen Analyse- und Diagnosepotentials wird aber nachfolgend vorausgesetzt, daß das ursprüngliche Netzmodell N_A bereits als strukturell konsistent nachgewiesen oder zumindest in ein strukturell konsistentes Netzmodell überführt wurde. Dann wird dieses Basisnetzmodell für die Konsistenzanalyse i.w.S. um die Netzrepräsentationen spezieller atomarer Klauseln erweitert[112], die zwei Bedingungen erfüllen. Erstens müssen sie aus atomaren Aussagen oder deren Negaten bestehen, die in den zusammengesetzten Klauseln aus der Komplexaussage A bereits enthalten sind. Zweitens dürfen sie aber selbst noch keine atomaren Klauseln der Komplexaussage darstellen.

Es wird das Konjugat aus der ursprünglichen logischen Problembeschreibung durch die Komplexaussage A[113] und den atomaren Klauseln gebildet, welche die beiden voranstehenden Bedingungen erfüllen. Das Netzmodell, das diese modifizierte Komplexaussage A* repräsentiert, wird als erweitertes Netzmodell N_A* bezeichnet[114]. Da in Netzmodellen jede Klausel durch genau eine Transition mit ihren inzidenten Stellen repräsentiert wird, entspricht der Menge aller hinzugefügten Klauseln eine Ergänzungsmenge TE*. Sie umfaßt alle Transitionen, die den ergänzten Klauseln im erweiterten Netzmodell N_A* zugeordnet sind.

112) Die ergänzten Klauseln stellen notwendig Literale dar, weil es sich nur um atomare Klauseln handelt.

113) Diese Komplexaussage wird weiterhin in konjunktiver Normalform vorausgesetzt.

114) Das Netzmodell wird entweder als Basisnetzmodell N_A (synonym: ursprüngliches Netzmodell N_A) oder aber als erweitertes Netzmodell N_A* bezeichnet je nachdem, ob es sich um das Netzmodell vor oder nach der hier beschriebenen Klauselergänzung handelt.

Ein erweitertes Netzmodell N_A^* ist immer inkonsistent, weil es per constructionem jede atomare Aussage A_j mit $K_i \Leftrightarrow A_j$ und deren Negat mit $K_q \Leftrightarrow \neg A_j$ als atomare, konjunktiv verknüpfte Klauseln umfaßt. Keine Wahrheitswertzuweisung zur atomaren Aussage A_j ist möglich, die beide atomaren Klauseln simultan wahr werden ließe. Folglich kann die Komplexaussage A als Konjugat aller Klauseln des erweiterten Netzmodells niemals wahr sein. Damit ist aber die metasprachliche Basisprämisse für konsistente Netzmodelle und widerspruchsfreie logische Problembeschreibungen verletzt. Da die Paare inkonsistenter atomarer Klauseln konstruktionsbedingt zu dem ursprünglichen Netzmodell hinzugefügt wurden, ohne eine Komponente aus der ursprünglichen logischen Problembeschreibungen zu repräsentieren, besitzt ihre Inkonsistenz allerdings keine Bedeutung für die Konsistenzanalyse des beschriebenen Problems. Daher werden die Inkonsistenzen, die aus solchen ergänzten, paarweise inkonsistenten atomaren Klauseln unmittelbar gebildet werden, fortan aus der Konsistenzanalyse i.w.S. als triviale Inkonsistenzen ausgeklammert.

Darüber hinaus wird unterstellt, daß das erweiterte Netzmodell auch nach Ausschluß der trivialen Inkonsistenzen weiterhin T-Invarianten besitzt, die das Netztheorem erfüllen. Andernfalls würde das Netzmodell eine tautologische Problembeschreibung darstellen, die für *jede beliebige* Wahrheitswertzuweisung zu den atomaren Aussagen A_j aus der Komplexaussage A wahr wäre[115]. Eine solche Beschreibung logischer Problemaspekte wäre aber abundant, weil sie sich auf die zulässigen Problemlösungen in keiner Weise restriktiv auszuwirken vermag. Die tautologische Problembeschreibung würde keine empirisch gehaltvolle Information über das modellierte Realproblem vermitteln. Daher wird dieser Sonderfall fortan ausgeschlossen.

Unter den voranstehend erläuterten Annahmen interessieren nur diejenigen Inkonsistenzen, die im erweiterten Netzmodell N_A^* jeweils aus der Konjunktion ergänzter atomarer Klauseln mit Klauseln aus der ursprünglichen Komplexaussage A des Basisnetzmodells N_A resultieren. Die konjunktive Verknüpfung aller vorgenannten Klauseln wird vorläufig als nicht-triviale inkonsistente Klauselmenge des erweiterten Netzmodells bezeichnet. Sie drücken Inkonsistenzen mit situativem Charakter aus. Denn die nicht-trivialen Inkonsistenzen gelten jeweils nur für eine Klasse von Markierungen des Basisnetzmodells. Die inkonsistenzspezifische Markierungsklasse läßt sich aus der zugrundeliegenden inkonsistenten Klauselmenge ableiten. Ebenso kann aus dieser Klauselmenge eine inkonsistenzspezifische Klasse von Wahrheitswertzuweisungen zu den atomaren Aussagen A_j aus der problembeschreibenden Komplexaussage A gewonnen werden. Auf die Erzeugung dieser spezifischen Markierungs- und Wahrheitswertklassen wird später noch genauer eingegangen.

Die Erkenntnis situativer Inkonsistenzen beruht erstens auf der metasprachlichen Basisprämisse, daß bei der Konsistenzanalyse des erweiterten Netzmodells analog zur Konsistenzanalyse i.e.S. die Wahrheit der modellierten Komplexaussage A* bzw. A - und somit auch die Wahrheit aller repräsentierten Klauseln - unterstellt wird. Zweitens greift sie auf die Erkenntnis zurück, daß infolge der vorausgesetzten strukturellen Konsistenz des Basisnetzmodells die aufgedeckten situativen Inkonsistenzen im erweiterten Netzmodell nur durch die ergänzten atomaren Klauseln verursacht sein können. Aufgrund dieser beiden Voraussetzungen muß es inkonsistent sein anzunehmen, alle ergänzten atomaren Klauseln, die in einer

115) Wenn das erweiterte Netzmodell keine nicht-trivialen Inkonsistenzen besitzt, führt jede Belegung der atomaren Aussagen aus der logischen Problembeschreibung durch Wahrheitswerte zu einer Komplexaussage A, die - abgesehen von den ausgeklammerten trivialen Inkonsistenzen - wahr ist. Eine immer wahre Komplexaussage ist aber eine Tautologie. Beispielsweise stellt die Komplexaussage $A \Leftrightarrow A_1 \vee \neg A_1 \vee A_2$ eine solche tautologische Komplexaussage dar, deren Erweiterung zu $A^* \Leftrightarrow A_1 \vee \neg A_1 \vee A_2 \vee \neg A_2$ keine nicht-triviale Inkonsistenz besitzt.

nicht-trivialen inkonsistenten Klauselmenge enthalten sind, seien simultan wahr. Folglich kann die oben vorläufig eingeführte nicht-triviale inkonsistente Klauselmenge fortan auf die ergänzten atomaren Klauseln eingeschränkt werden[116]. Diese Klauseln heißen inkonsistenzverursachende Klauseln.

Aufgrund der voranstehenden Überlegungen führt es zu einem logischen Widerspruch, alle inkonsistenzverursachenden Klauseln aus einer nicht-trivialen inkonsistenten Klauselmenge des erweiterten Netzmodells N_A* simultan als wahr anzunehmen. Daraus folgt einerseits, daß alle Problemlösungen, welche die Wahrheit aller inkonsistenzverursachenden Klauseln in der erweiterten logischen Problembeschreibung A* implizieren, in sich widersprüchlich sind. Andererseits nimmt diese erweiterte logische Problembeschreibung den Wahrheitswert "falsch" an, sobald zur Heilung des Widerspruchs mindestens eine der inkonsistenzverursachenden Klauseln als falsch angenommen wird. Denn das Konjugat von Klauseln ist falsch, falls mindestens eine ihrer Komponenten falsch ist. Schließlich resultiert aus der früher dargelegten modelltheoretischen Basisprämisse, daß potentielle Problemlösungen im Gesamtmodell aus Rumpf- und Netzmodell unzulässig sind, sofern sie in der logischen Problembeschreibung durch das erweiterte Netzmodell N_A* mit einer nicht-trivialen Inkonsistenz korrespondieren.

Aufgrund der voranstehenden Erläuterungen läßt sich jede T-Invariante $\underline{t}_h$, die im erweiterten, aber unmarkierten Netzmodell N_A* das Netztheorem erfüllt, wie folgt in eine äquivalente Inkonsistenzmenge IK_h aus inkonsistenzverursachenden Klauseln transformieren. Diese Inkonsistenzmenge steht als Ganzes im Widerspruch zur metasprachlich präsupponierten Wahrheit der problembeschreibenden Komplexaussage A. Zugleich liefert sie eine Klasse äquivalenter Markierungen des ursprünglichen Netzmodells N_A und eine Klasse äquivalenter Wahrheitswertzuweisungen zu den atomaren Aussagen aus der Komplexaussage A, die jeweils eine situative Inkonsistenz der logischen Problembeschreibung ausdrücken und aus der ursprünglich aufgedeckten T-Invariante $\underline{t}_h$ abgeleitet sind.

Die T-Invariante $\underline{t}_h$ besitzt die Unterstützungsmenge TU_h genau derjenigen Transitionen, die im charakteristischen Subnetz SN_h der T-Invariante $\underline{t}_h$ enthalten sind. Die Anzahl aller Transitionen $t_{i(p)}$, die mit $p=1,\ldots,P_h$ zur Unterstützungsmenge TU_h gehören, wird mit $P_h \varepsilon N_+$ bezeichnet. Jede Transition $t_{i(p)}$ aus der T-Invariante repräsentiert eine Klausel $K_{i(p)}$ aus der erweiterten problembeschreibenden Komplexaussage A*. Da diese Klauseln in der Komplexaussage A* konjunktiv verknüpft sind, repräsentiert die T-Invariante $\underline{t}_h$ insgesamt das Konjugat $A_h \Leftrightarrow K_{i(1)} \wedge \ldots$ $\ldots \wedge K_{i(P_h)}$. Die T-Invariante $\underline{t}_h$, die im erweiterten Netzmodell N_A* eine situative Inkonsistenz darstellt, drückt zunächst aus, daß die metasprach-

116) Diese eingeschränkte Klauselmenge wird später als Inkonsistenzmenge IK_h einer T-Invariante $\underline{t}_h$ im erweiterten Netzmodell N_A* formal präzisiert.

liche Annahme in sich widersprüchlich ist, das Konjugat $A_h \Leftrightarrow K_{i(1)} \wedge \ldots$ $\ldots \wedge K_{i(P_h)}$ – und somit auch alle seine Klauseln $K_{i(p)}$ – seien wahr[117].

Da das zugrundeliegende Basisnetzmodell N_A als strukturell konsistent vorausgesetzt wird, kann die Inkonsistenz des Konjugats A_h nicht durch jene Klauseln $K_{i(p)}$ verursacht sein, die bereits im Basisnetzmodell N_A repräsentiert wurden. Daher sind die inkonsistenzverursachenden Klauseln mit denjenigen atomaren Klauseln $K_{i(p)}$ aus dem Konjugat A_h identisch, die beim Übergang vom Basisnetzmodell N_A zum erweiterten Netzmodell N_A^* als Literale $L_{i.j}$ mit $L_{i.j} \Leftrightarrow K_{i(p)}$ ergänzt wurden. Dieser Netzerweiterung entspricht im Netzmodell N_A^* die Ergänzungsmenge TE^* derjenigen Transitionen t_i, die zusammen mit Ein- oder Ausgangsstellen s_j die ergänzten Literale $L_{i.j}$ repräsentieren. Folglich sind die inkonsistenzverursachenden Klauseln $K_{i(p)}$ aus dem Konjugat A_h der T-Invariante $\underline{t}_h$ genau jene atomaren Klauseln, die als Literale auch in der Ergänzungsmenge TE^* enthalten sind. Die Wahrheit aller dieser atomaren Klauseln läßt sich nicht konsistent mit jenen anderen Klauseln aus der nicht-trivialen inkonsistenten Klauselmenge vereinbaren, deren repräsentierenden Transitionen t_i mit $t_i \varepsilon (TU_h - TE^*)$ ebenfalls in der Unterstützungsmenge TU_h der T-Invariante $\underline{t}_h$ enthalten sind, aber aus dem ursprünglichen Netzmodell N_A stammen.

Somit ergibt sich die Menge aller Klauseln, welche die Inkonsistenz der T-Invariante $\underline{t}_h$ verursachen, als Schnittmenge der Unterstützungsmenge TU_h dieser T-Invariante mit der Ergänzungsmenge TE^*. Diese invariantenspezifische Inkonsistenzmenge IK_h ist also definiert durch:

$$IK_h = \{K_{i(p)} : p=1,\ldots,P_h \wedge P_h = \#(TU_h) \wedge t_{i(p)} \varepsilon (TU_h \cap TE^*)\}$$

Diese Inkonsistenzmenge IK_h wird in äquivalente Markierungen des ursprünglichen Netzmodells N_A transformiert[118]. Hierbei wird abermals auf die Inkonsistenzursache zurückgegriffen, daß sich die Wahrheit aller Klauseln $K_{i(p)}$ aus einer T-Invariante $\underline{t}_h$ nicht widerspruchsfrei unterstellen läßt, obwohl dies aufgrund der metasprachlichen Basisprämisse für alle konsistenten Netzmodelle erforderlich wäre. A fortiori hat die Annahme, die atomaren Klauseln aus der Menge IK_h seien wahr, die festgestellte Inkonsistenz der erweiterten Netzmodells N_A^* verursacht. Jede dieser wahren atomaren Klauseln stellt mit $K_{i(p)} \Leftrightarrow L_{i.j}$ ein Literal $L_{i.j}$ dar. Alle diese Literale müssen also wahr sein, damit die nachgewiesene Inkonsistenz im Netzmodell N_A^* vorliegen kann.

Die Literale $L_{i.j}$ aus der Inkonsistenzmenge IK_h werden durch Paare aus je einer Stelle s_j und einer Transition t_i repräsentiert. Da das Literal $L_{i.j}$ entweder mit einer atomaren Aussage A_j zusammenfallen oder aber deren Negat darstellen kann, wird die Wahrheit des Literals auf zwei unterschiedliche Weisen im markieren Netz ausgedrückt: Wenn die atomare Klau-

117) Dabei kann es zu scheinbaren Schwierigkeiten kommen, die Wahrheit einer Klausel $K_{i(p)}$ mit der Resolutionsprozedur zu vereinbaren, die letztlich dem Nachweis der Inkonsistenz der T-Invariante $\underline{t}_h$ durch das Netztheorem zugrundeliegt. (Die charakteristische Verfahrensweise von Resolutionsprozeduren wird im letzten Abschnitt 7 kurz skizziert.) Denn die Unterstützungsmenge TU_h umfaßt genau diejenigen Transitionen, die in jeder Schaltfolge SF_h mit dem Schaltvektor $\underline{t}_h$ mindestens einmal geschaltet werden. Jedes Schalten einer Transition $t_{i(p)}$ in der Schaltfolge SF_h bedeutet, daß die zugehörige Klausel $K_{i(p)}$ im Rahmen der Resolutionsprozedur einmal zur Bildung einer Resolvente herangezogen wurde. Mehrmaliges Schalten derselben Transition $t_{i(p)}$ in der Schaltfolge SF_h könnte daher als "mehrfache Wahrheit" der betroffenen Klausel $K_{i(p)}$ gedeutet werden. Dies wäre jedoch falsch. Es wird während des resolutionsgeleiteten Inkonsistenznachweises nur wiederholt auf diese Klausel zurückgegriffen, um eine Inkonsistenz abzuleiten. Die Wahrheit dieser Klausel wird nur einmal – im Sinne einer Basisannahme des Resolutionskonzepts – als wahr vorausgesetzt.

118) Eine gleichartige Transformation läßt sich in eine Markierung des erweiterten Netzmodells N_A^* vornehmen, interessiert hier jedoch nicht weiter.

sel $K_{i(p)}$ aus der Inkonsistenzmenge IK_h als Literal $L_{i.j}$<=>A_j vorliegt, wird die Wahrheit dieses Literals als Markierung $M_r(s_j)=1$ der Stelle s_j dargestellt, welche die atomare Aussage A_j repräsentiert. Der atomaren Aussage A_j ist dann der Wahrheitswert "wahr" zugewiesen. Falls die atomare Klausel $K_{i(p)}$ jedoch ein Literal $L_{i.j}$<=>$\neg A_j$ darstellt, wird seine Wahrheit im Netzmodell N_A dadurch abgebildet, daß die Stelle s_j der atomaren Aussage A_j mit $M_r(s_j)=0$ unmarkiert bleibt. Dann wird die atomare Aussage A_j als falsch und deren Negat $\neg A_j$ als wahr interpretiert.

Die Stellen s_j, die wegen $L_{i.j}$<=>A_j oder $L_{i.j}$<=>$\neg A_j$ eine der beiden vorgenannten Bedingungen erfüllen, werden als Inkonsistenzstellen der T-Invariante $\underline{t}_h$ bezeichnet. Denn die invariantenspezifische Markierung dieser Stellen repräsentiert die Wahrheit der inkonsistenzverursachenden atomaren Klauseln $K_{i(p)}$ aus der Inkonsistenzmenge IK_h. Für alle übrigen Stellen des Netzmodells N_A ist die Markierung beliebig. Entsprechend können den jeweils repräsentierten atomaren Aussagen beliebige Wahrheitswerte zugeordnet werden. Aus diesen beiden Freiheitsgraden resultieren im allgemeinen mehrelementige Klassen situativ-inkonsistenter Netzmarkierungen bzw. Wahrheitswertzuweisungen für dieselbe inkonsistenzverursachende Klauselmenge.

Dieselben situativ inkonsistenten Markierungen - und äquivalenten Wahrheitswertzuweisungen - lassen sich auf eine zweite Weise konstruieren. Hierbei werden alle Stellen betrachtet, die erstens Ein- oder Ausgangsstellen von Transitionen t_i aus der Unterstützungsmenge TU_h der T-Invariante $\underline{t}_h$ sind. Zweitens müssen diese Stellen s_j abermals atomare Aussagen A_j repräsentieren, die in der inkonsistenten Klauselmenge des erweiterten Netzmodells als ergänzte atomare und inkonsistenzverursachende Klauseln $K_{i(p)}$<=>A_j oder als deren Negate $K_{i(p)}$<=>$\neg A_j$ enthalten sind. Dann werden diese ausgezeichneten Stellen[119] so markiert, wie sie *nach* dem Schalten derjenigen Transitionen t_i vorliegen würden, welche die vorgenannten inkonsistenzverursachenden atomaren Klauseln $K_{i(p)}$ repräsentieren. Aus der Stellenmarkierung läßt sich wieder die zugehörige Zuweisung von Wahrheitswerten zu den jeweils repräsentierten atomaren Aussagen ableiten.

Die Inkonsistenzdiagnose im erweiterten Netzmodell verläuft analog zur Diagnose im Basisnetzmodell. Die Inkonsistenzursachen sind jeweils die bereits erkannten inkonsistenzverursachenden Klauselmengen. Darüber hinaus ist jedoch bekannt, daß die Inkonsistenzursachen noch präziser auf diejenigen ergänzten atomaren Klauseln eingeschränkt werden können, die in jenen Klauselmengen enthalten sind. Sie lassen sich mit den übrigen Klauseln aus der inkonsistenzverursachenden Klauselmenge, die in der ursprünglichen Problembeschreibungen durch das Basisnetzmodell bereits als strukturell konsistent nachgewiesen wurden, nicht widerspruchsfrei vereinbaren.

---

119) Alle übrigen Stellen können wieder beliebig markiert werden. Hieraus resultieren die bereits oben angesprochenen Markierungsklassen.

4.3 Nachweis von Inkonsistenzen durch Faktnetzanalysen

Eine besondere Form der situativen Inkonsistenz stellen Verletzungen von Integritätsbedingungen dar. Sie können mit der voranstehend erläuterten Invariantenanalyse von Netzmodellen und den Erkenntnissen aus dem Netztheorem von LAUTENBACH grundsätzlich nicht erfaßt werden.

Denn Integritätsbedingungen werden - wie eingangs dargelegt wurde - in Petrinetzen durch Fakten repräsentiert. Dabei handelt es sich um Transitionen, die niemals schalten dürfen. Da die Schalterlaubnis einer Transition von deren Aktivierung und somit von der jeweils aktuellen Netzmarkierung abhängt, ist es unmöglich, das Schaltverbot von Fakten in unmarkierten Netzmodellen zu untersuchen. Die Invariantenanalyse des strukturellen Konsistenz-Monitoring abstrahiert jedoch von jeder Markierung. Im Netztheorem wird nur die Reproduktion der *Null*markierung untersucht, die keine Abbildung einer relevanten Situation des modellierten Realproblems darstellt, sondern ein beweistechnisches Artefakt. Folglich bedarf eines anderen Analyseansatzes, um Problemsituationen als inkonsistent zu erkennen, die mindestens eine Integritätsbedingung verletzen.

Ausgangspunkt ist jetzt - im Gegensatz zur früheren Invariantenanalyse - ein markiertes Netzmodell. Die Markierung ist die netztheoretische Beschreibungsform des jeweils aktuellen Modellzustands und der hiermit korrespondierenden Problemsituation. Untersucht wird, ob die modellierte Problemsituation alle Integritätsbedingungen erfüllt. Jede Stelle s_j entspricht aufgrund der früher dargelegten Netzkonstruktion einer atomaren Aussage A_j aus der Komplexaussage A, welche die logische Problembeschreibung vollständig ausdrückt. Die atomare Aussage A_j ist genau dann wahr (falsch), wenn die Stelle s_j markiert (unmarkiert) ist[120]. Folglich läßt sich aus der markierungsbedingten Verteilung von Marken über den Stellen des Netzmodells unmittelbar ablesen, welche atomaren Aussagen im aktuellen Modellzustand wahr und welche falsch sind. Aus logischer Perspektive ist die aktuelle Problemsituation durch die Wahrheitswerte aller atomaren Aussagen in der Komplexaussage A vollständig und eindeutig bestimmt. Daher wird die aktuelle Problemsituation durch die Netzmarkierung repräsentiert.

Eine situative Inkonsistenz liegt als Verletzung einer Integritätsbedingung genau dann vor, wenn unter der situationsabbildenden Netzmarkierung diejenige Transition, welche die Integritätsbedingung repräsentiert, aktiviert ist. Denn diese Aktivierung verletzt das grundsätzliche Aktivierungsverbot für alle Fakten. Da Integritätsbedingungen als Fakten modelliert werden, bedeutet dies zugleich die Verletzung der repräsentierten Integritätsbedingung.

Aufgrund der früher definierten Aktivierungsbedingung für Transitionen und infolge des Ausschlusses von 1-Schleifen für Netzrepräsentationen logischer Sachverhalte läßt sich die Verletzung einer Integritätsbedingung unmittelbar als Erfüllung eines Gleichungssystems definieren. Eine Integritätsbedingung, die durch die faktische Transition t_i repräsentiert, ist genau dann verletzt, wenn für die aktuelle Netzmarkierung $\underline{M}_r$ gilt:

$$(\bigwedge(s_j \varepsilon V(t_i)): M_r(s_j)=1) \quad \wedge \quad (\bigwedge(s_j \varepsilon N(t_i)): M_r(s_j)=0)$$

Mit der Aufdeckung aller Fakten, die unter einer Markierung aktiviert sind, ist die Konsistenzanalyse durch Nachweis aller situativen Integritätsverletzungen abgeschlossen.

---

120) Vgl. zu dieser eineindeutigen Zuordnung zwischen metasprachlichen Interpretationen von objektsprachlichen Aussagen durch Wahrheitswerte einerseits und Netzmarkierungen andererseits THIELER-MEVISSEN (1977), S. 8f.

Die Inkonsistenzdiagnose bereitet keine Schwierigkeiten. Aus der o.a. Definition der Aktivierungsbedingung AKT(t_i,$\underline{M}_r$) kann unmittelbar abgelesen werden, welche markierten Eingangsstellen und welche unmarkierten Ausgangsstellen die Aktivierung eines Fakts t_i unter einer Markierung $\underline{M}_r$ verursacht haben. Da diese Stellen s_j mit atomaren Aussagen A_j aus der logischen Problembeschreibung korrespondieren, ist hiermit zugleich aufgedeckt, welche wahren bzw. falschen atomaren Aussagen die Inkonsistenz der aktuellen Problemsituation verursacht haben.

Aus dieser Kenntnis können im Rahmen einer Inkonsistenztherapie Schlüsse darüber gezogen werden, wie sich die Integritätsverletzung zukünftig vermeiden läßt. Hierfür stehen grundsätzlich zwei Wege offen. Erstens können die verletzte Integritätsbedingung selbst oder die übrige logische Problembeschreibung so modifiziert werden, daß unter der betrachteten Netzmarkierung das Fakt, das die Integritätsbedingung repräsentiert, nicht mehr aktiviert ist. Zweitens läßt sich auch die logische Problembeschreibung und deren Netzmodell so abändern, daß die integritätsverletzende Markierung von der Ausgangsmarkierung aus überhaupt nicht mehr erreicht werden kann. In beiden Fällen muß allerdings geprüft werden, ob die Veränderungen an der logischen Problembeschreibung und ihrer Netzrepräsentation noch dem modellierten Realproblem gerecht werden. In welcher Weise solche Therapieversuche konkret abgewickelt werden, liegt aber außerhalb des Erkenntnisinteresses dieser Ausarbeitung.

Die Konsistenzanalyse von Faktnetzen ist nicht auf die Überprüfung von Integritätsverletzungen beschränkt. Sie läßt auch zu, situative Inkonsistenzen in einem Netzmodell ohne besondere Integritätsbedingungen aufzudecken. Dabei wird von nicht erweiterten Modellen N_A ausgegangen, welche die logischen Problembeschreibungen durch Komplexaussagen A ohne zusätzliche atomare Klauseln repräsentieren.

Anknüpfungspunkt dieser Variante der Faktnetzanalyse ist die früher dargelegte metasprachliche Basisprämisse, daß die logische Problembeschreibung durch eine Komplexaussage A in konjunktiver Normalform für jede konsistente Modellierung wahr sein muß. Hieraus wurde die Wahrheit aller Klauseln K_i gefolgert, die zu dieser Komplexaussage gehören und im Netzmodell N_A als Transitionen t_i repräsentiert werden. Dieser Konsistenzanforderung würde bereits die Falschheit nur einer Klausel K_i widersprechen.

Aus der Definition einer Klausel als Adjugat von Literalen folgt, daß eine Klausel K_i genau dann falsch ist, wenn alle ihre Literale falsch sind. Aufgrund des Konstruktionsschemas für Netzmodelle tritt dieser Fall genau dann ein, wenn alle Eingangsstellen der Transition t_i, welche die Klausel K_i repräsentiert, unter einer Markierung $\underline{M}_r$ markiert und wenn alle Ausgangsstellen dieser Transition unter derselben Markierung unmarkiert sind. Unter genau dieser Markierung ist die Transition t_i aktiviert. Folglich liegt eine situative Inkonsistenz vor, die der Basisprämisse für jede Problembeschreibung widerspricht, wenn unter der situationsabbildenden Markierung mindestens eine Transition t_i aktiviert ist, die eine Klausel K_i aus der Komplexaussage A repräsentiert.

Fakten stellen Transitionen dar, die unter keiner Markierung aktiviert sein dürfen. Daher entspricht eine situative Inkonsistenz durch eine Markierung, unter der mindestens eine Transition aktiviert ist, genau der Verletzung des Aktivierungsverbots für Fakten. Aufgrund dieses Zusammenhangs können situative Inkonsistenzen auch dadurch aufgedeckt werden, daß alle Transitionen eines Netzmodells N_A als Fakten betrachtet werden. Sobald für eine Markierung die Verletzung des Aktivierungsverbots für mindestens ein solches Fakt erkannt wird, repräsentiert die Markierung eine inkonsistente Problemsituation.

Die Faktnetzanalyse für das Aufdecken situativer Inkonsistenzen läßt sich auf die strukturelle Konsistenzanalyse eines Netzmodells ausweiten. Denn aus den voranstehenden Überlegungen folgt unmittelbar: Die Komplexaussage A einer logischen Problembeschreibung ist in allen Problemsituationen genau dann wahr, wenn die Transitionen des repräsentierenden Netzmodells N_A unter allen erreichbaren Markierungen tot sind und somit Fakten darstellen[121]. Genau dann ist das Netzmodell strukturell konsistent.

Die Überprüfung, ob das Aktivierungsverbot für Fakten in einem Netzmodell verletzt ist, bereitet aufgrund des o.a. Gleichungssystems keine Schwierigkeiten. Daher scheint es prima facie angeraten, die Faktnetzanalyse dem mathematisch aufwendigeren Kalkül der Invariantenanalyse vorzuziehen. Dieses Urteil läßt sich jedoch bei genauerer Betrachtung nicht aufrechterhalten. Denn es wird übersehen, daß die Faktnetzanalyse stets Netzmarkierungen voraussetzt. Die Invariantenanalyse erfolgt dagegen - im früher erläuterten Sinne der Reproduktion von Nullmarkierungen - unabhängig von aktuellen Netzmarkierungen. Daher muß bei der Faktnetzanalyse der zusätzliche Aufwand für die Konstruktion erreichbarer Markierungen in Rechnung gestellt werden.

Der Bestimmungsaufwand für erreichbare Markierungen explodiert mit der Netzgröße. Die Aufgabe, die Erreichbarkeit von Markierungen in Netzen festzustellen, gehört zu einem der komplexesten kombinatorischen Probleme. Seine Komplexität liegt z.B. noch über der von NP-vollständigen Problemen[122], die - wie z.B. das traveling salesman-Problem - bereits zu den "schwierigsten" Problemen gerechnet werden. Daher scheidet die voranstehend skizzierte Faktnetzanalyse für die strukturelle Konsistenzanalyse als allgemeines Konzept aus. Im worst case-Fall läßt sich die Komplexität der Untersuchung *aller* erreichbaren Netzmarkierungen mit den heute verfügbaren Instrumenten nicht effizient beherrschen.

Dies bedeutet allerdings nicht, daß die zweite Version der Faktnetzanalyse generell irrelevant wäre. Vielmehr bietet sie einen übersichtlichen Ansatz, *einzelne* vorgegebene Netzmarkierungen hinsichtlich situativer Inkonsistenzen zu untersuchen. Allerdings besteht auch dann noch ein Nachteil gegenüber der Invariantenanalyse. Denn mit der Faktnetzanalyse lassen sich nur solche einfachen situativen Inkonsistenzen unmittelbar aufdecken, die aus der Verletzung des Aktivierungsverbots für ein einzelnes Fakt resultieren.

Schwierigkeiten bereitet dagegen komplexere Inkonsistenzen. Sie liegen vor, wenn die Aktivierungsbedingungen mehrerer Transitionen über die Markierungen gemeinsamer Ein- oder Ausgangsstellen so miteinander gekoppelt sind, daß die simultane Einhaltung des Aktivierungsverbots für alle gekoppelten Fakten für bestimmte Markierungsklassen unmöglich ist. Für das Erkennen solcher komplexer situativer Inkonsistenzen bietet das Konzept der Faktnetze kein allgemeingültiges Schema. Stattdessen muß auf die Intuition qualitativer Überlegungen zurückgegriffen werden, um die Kopplungsverhältnisse und die hiervon bedingten Inkonsistenzen zu durchschauen. Ein Beispiel dafür wird später vorgelegt[123]. Die Invariantenanalyse kann dagegen immer nach demselben Schema abgewickelt werden, das die drei Bedingungen des Netztheorems überprüft. Dieses Schema ist unabhängig davon, ob einfache oder komplexe Inkonsistenzen im vorgenannten Sinne vorliegen.

---

121) Vgl. THIELER-MEVISSEN (1977), S. 9.

122) Vgl. ZELEWSKI (1989), S. 125ff.

123) Vgl. dazu die situative Inkonsistenz, die im Netzmodell des Abschnitts 5.2 aufgedeckt wird.

5 Beispiele für das Konsistenz-Monitoring

5.1 Einfache theoretische Beispiele für den Nachweis struktureller und situativer Inkonsistenzen

Die nachfolgenden Beispiele dienen nur dazu, das grundsätzliche Erkenntnispotential der Invariantenanalyse für die Untersuchung struktureller und situativer Inkonsistenzen in Netzmodellen zu illustrieren. Es werden Netze mit äußerst einfacher Topologie betrachtet, um die theoretische Bedeutung der Existenz-, Aktivierungs- und Subnetzbedingungen des Netztheorems möglichst deutlich hervortreten zu lassen. Ein Praxisbezug zur logischen Modellierung von Realproblemen kommt diesen simplifizierten Netzen nicht zu. In Anlehnung an die Studien PASCOLETTIs über die Analyse von Netzinvarianten liegt das Schwergewicht auf den einfachen T-Invarianten. Deren Linearkombinationen lassen sich aber aus den einfachen Invarianten bei Bedarf ohne Schwierigkeiten erzeugen.

Das Netz N_A der Abb. 2 zeigt die einfachste strukturelle Inkonsistenz, die sich logisch ausdrücken läßt. Das Konjugat $A \Leftrightarrow A_1 \wedge (\neg A_1)$ aus einer atomaren Aussage A_1 und ihrem Negat ist falsch unter jeder Wahrheitswertzuweisung zu der atomaren Aussage A_1. Die T-Invariante $\underline{t}_1$ erfüllt das Netztheorem. Sie ist der Schaltvektor der Schaltfolge $SF_1 = \langle t_1, t_2 \rangle$, welche die Nullmarkierung des Netzes reproduziert.

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad \underline{t}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{C} \cdot \underline{t}_1 = \underline{0} = 0$$

Abb. 2: Netz N_A für $A \Leftrightarrow A_1 \wedge (\neg A_1) \Leftrightarrow K_1 \wedge K_2$
mit: $K_1 \Leftrightarrow A_1$, $K_2 \Leftrightarrow \neg A_1$

Das Netz N_A der Abb. 3 ist strukturell konsistent, weil es keine semipositive T-Invariante besitzt, welche die Nullmarkierung reproduziert. Aber eine Zuweisung der Wahrheitswerte "wahr" und "falsch" zu ihren atomaren Aussagen A_1 bzw. A_2 bedeutet eine situative Inkonsistenz. Denn das entsprechend markierte Netz mit $M_r(s_1)=1$ und $M_r(s_2)=0$ enthält die aktivierte Transition t_1. Dies widerspricht dem Postulat toter Transitionen für Faktnetze. Da die kritische Transition t_1 die Klausel $K_1 \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2)$ repräsentiert, läßt sich die Inkonsistenzursache als Widerspruch zwischen dem Subjugat der atomaren Aussagen A_1 und A_2 einerseits und deren vorausgesetzten Wahrheitswerten andererseits diagnostizieren.

$$\underline{C}=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{t}_1=\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \text{(und andere!)}$$

$\underline{C}\cdot\underline{t}_1=\underline{0}$, aber: $\underline{t}_1$ ist nicht semi-positiv

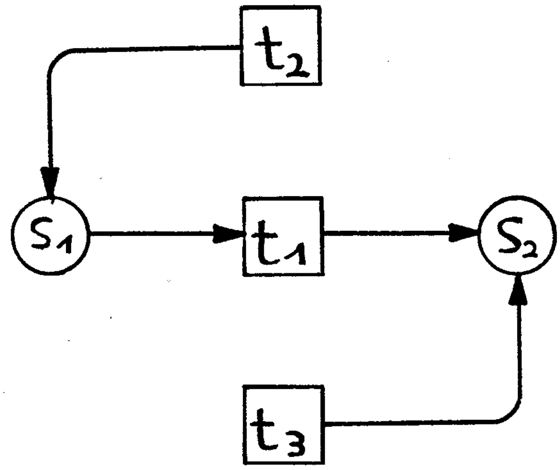


Abb. 3: Netz N_A für $A \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2) \wedge A_1 \wedge A_2 \Leftrightarrow K_1 \wedge K_2 \wedge K_3$
mit: $K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee A_2$, $K_2 \Leftrightarrow A_1$, $K_3 \Leftrightarrow A_2$

Das Netz N_A der Abb. 4 unterscheidet sich vom Netz aus der Abb. 3 nur durch die Klausel $K_3 \Leftrightarrow \neg A_2$, die an die Stelle der Klausel $K_3 \Leftrightarrow A_2$ tritt. Diese scheinbar geringfügige Modifizierung besitzt eine schwerwiegende logische Konsequenz. Denn das Netz der Abb. 4 drückt eine strukturelle Inkonsistenz aus. Sie widerspricht der Inferenzregel des modus ponens. Die T-Invariante $\underline{t}_1$ erfüllt das Netztheorem. Sie ist der Schaltvektor für die Schaltfolge $SF_1=\langle t_2,t_1,t_3\rangle$, welche die Nullmarkierung reproduziert.

$$\underline{C}=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{t}_h=\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$\underline{C}\cdot\underline{t}_1=\underline{0}$

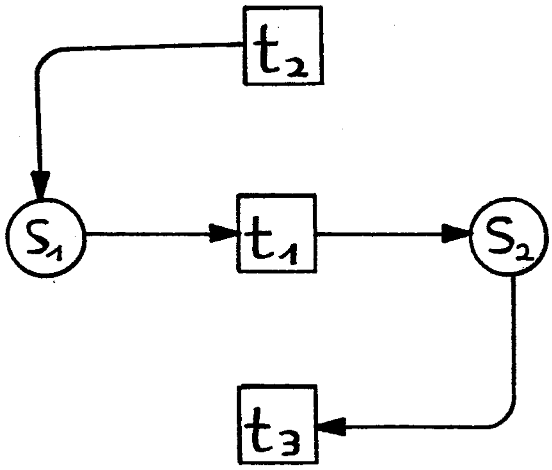


Abb. 4: Netz N_A für $A \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2) \wedge A_1 \wedge (\neg A_2) \Leftrightarrow K_1 \wedge K_2 \wedge K_3$
mit: $K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee A_2$, $K_2 \Leftrightarrow A_1$, $K_3 \Leftrightarrow \neg A_2$

Die Erkenntnisse aus den Netzen der Abb. 3 u. 4 werden im Netz $N_A{}^*$ der Abb. 5 zusammengeführt. Es handelt sich um die Erweiterung des strukturell konsistenten Netzes N_A, das die Komplexaussage $A \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2)$ repräsentiert, um alle atomaren Aussagen und deren Negate. Das Netz $N_A{}^*$ enthält zunächst die trivialen situativen Inkonsistenzen zwischen jeder atomaren Aussage und ihrem Negat entsprechend zu dem Netz aus Abb. 2. Sie werden durch die T-Invarianten $\underline{t}_1$ und $\underline{t}_2$ repräsentiert. Aber es existiert auch eine dritte, nicht-triviale situative Inkonsistenz, die durch die T-Invariante $\underline{t}_3$ aufgedeckt wird. Sie wird durch die Klauselmenge

$\{K_1,K_2,K_5\}$ verursacht. Sie zeigt, daß sich die Wahrheit der Klauseln K_2 und K_5 – also die Wahrheit der atomaren Aussage A_1 und die Falschheit der atomaren Aussage A_2 – nicht konsistent vereinbaren läßt mit der Wahrheit des Subjugats dieser beiden atomaren Aussagen, das durch die Klausel K_1 ausgedrückt wird. Dies entspricht genau der situativen Inkonsistenz des Netzes aus Abb. 3 und der strukturellen Inkonsistenz des Netzes aus Abb. 4.

Da das Netz N_A aus Abb. 5 keine weiteren T-Invarianten enthält, stellt die T-Invariante $\underline{t_3}$ die einzige nicht-triviale Inkonsistenz dar, die im Zusammenhang mit dem Subjugat $A_1 \rightarrow A_2$ auftreten kann. Ob diese Inkonsistenz als situativ oder strukturell klassifiziert wird, hängt von der Struktur der jeweils zugrundeliegenden logischen Aussageformulierung ab. Denn die Aussagen A, die den Netzen N_A aus Abb. 3 u. 5 zugrundeliegen, führen jeweils zu einer situativen Inkonsistenz. Die Aussage A des Netzes aus Abb. 4 bedeutet dagegen eine strukturelle Inkonsistenz.

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{t_1} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \underline{t_2} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \underline{t_3} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{C} \cdot \underline{t_1} = \underline{C} \cdot \underline{t_2} = \underline{C} \cdot \underline{t_3} = \underline{0}$$

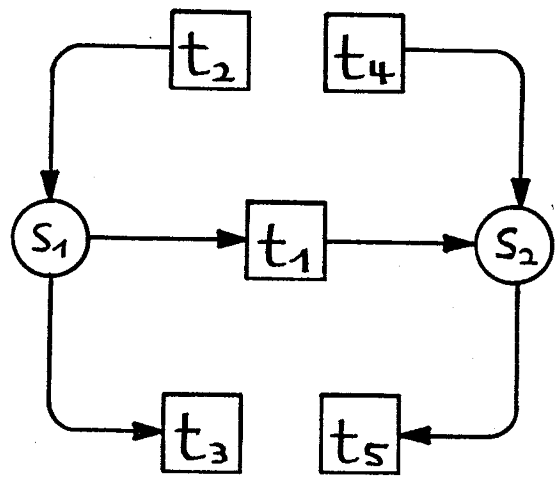


Abb. 5: Netz N_A* für $A \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2) \wedge A_1 \wedge (\neg A_1) \wedge A_2 \wedge (\neg A_2) \Leftrightarrow \ldots$
$K_1 \wedge K_2 \wedge K_3 \wedge K_4 \wedge K_5$ mit: $K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee A_2$,
$K_2 \Leftrightarrow A_1$, $K_3 \Leftrightarrow \neg A_1$, $K_4 \Leftrightarrow A_2$, $K_5 \Leftrightarrow \neg A_2$,

Das Netz N_A aus Abb. 6 ist strukturell konsistent. Es enthält zwar eine semi-positive T-Invariante $\underline{t_1}$, die den gemeinsamen Schaltvektor der beiden Schaltfolgen $SF_{1.1}=\langle t_1,t_2\rangle$ und $SF_{1.2}=\langle t_2,t_1\rangle$ darstellt. Dennoch liegt keine Inkonsistenz vor, weil die Aktivierungsbedingung des Netztheorems nicht erfüllt ist. Keine der beiden Schaltfolgen ist unter der Nullmarkierung des Netzes N_A aktiviert. A fortiori können beide die Nullmarkierung nicht reproduzieren[124]. Daher wird das Netztheorem verletzt. Aber es liegen situative Inkonsistenzen vor, wenn den atomaren Aussagen A_1 und A_2 entgegengesetzte Wahrheitswerte zugeordnet werden. Diese situativen Inkonsistenzen werden durch die Klasse aller Netzmarkierungen repräsentiert, die das gesamte Netz N_A gemäß $M_r(s_1)+M_r(s_2)=1$ mit genau einer Marke belegen. Denn unter diesen Markierungen ist jeweils eine der beiden Transitionen t_1 und t_2 aktiviert. Dies widerspricht dem Aktivierungsverbot von Faktnetzen.

124) Gleiches gilt für eine unendlich große Anzahl weiterer semi-positiver T-Invarianten $\underline{t_{1.h}}$ mit h=1,2,... und $\underline{t_{1.h}}^{tr}=(h+1,h+1)$. Diese T-Invarianten-Schar wird durch iterierte Linear"kombinationen" der einfachen T-Invariante $\underline{t_1}$ mit sich selbst erzeugt. Darüber hinaus existieren weitere unendlich viele T-Invarianten $\underline{t_{2.h}}$ mit h=1,2,... und $\underline{t_{2.h}}^{tr}=(-h,-h)$, die allerdings nicht semi-positiv sind.

$\underline{C} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$\underline{t}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$

$\underline{C} \cdot \underline{t}_1 = \underline{0}$, aber:
$\underline{t}_1$ reproduziert nicht die Nullmarkierung

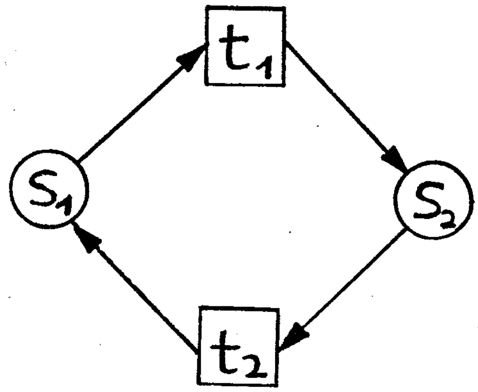


Abb. 6: Netz N_A für $A \Leftrightarrow (A_1 \rightarrow A_2) \wedge (A_2 \rightarrow A_1) \Leftrightarrow K_1 \wedge K_2$
mit: $K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee A_2$, $K_2 \Leftrightarrow (\neg A_2) \vee A_1$

Auch das Netz N_A der Abb. 7 ist strukturell konsistent. Es repräsentiert in konjunktiver Normalform das Disjugat der atomaren Aussagen A_1 und A_2. Zwar besitzt das Netz die semi-positive T-Invariante $\underline{t}_1$. Sie ist der Schaltvektor der Schaltfolge $SF_1 = \langle t_2, t_1 \rangle$, welche die Nullmarkierung zu reproduzieren vermag[125]. Trotzdem wird das Netztheorem nicht erfüllt, weil seine Subnetzbedingung verletzt ist. Denn das charakteristische Subnetz SN_1, das hier mit dem ursprünglichen Netz N_A zusammenfällt, enthält zwei nicht-triviale S-Invarianten $\underline{s}_{1.1}$ und $\underline{s}_{1.2}$[126].

$\underline{C} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ $\underline{t}_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$

$\underline{C} \cdot \underline{t}_1 = \underline{0}$, aber: es existieren nicht-triviale S-Invarianten für das Subnetz $SN_1 = N_A$ mit:

$\underline{s}_{1.1} = \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$ $\underline{s}_{1.2} = \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$

$\underline{C}^{tr} \cdot \underline{s}_{1.1} = \underline{C}^{tr} \cdot \underline{s}_{1.2} = \underline{0}$

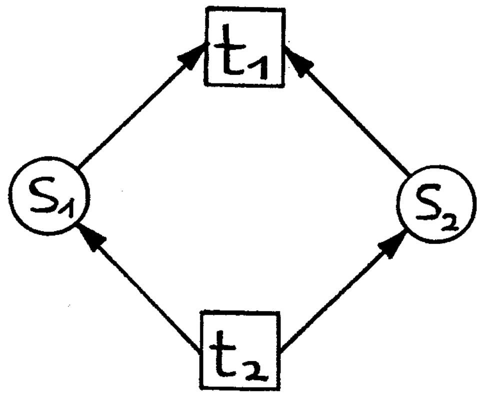


Abb. 7: Netz N_A für $A \Leftrightarrow (\neg A_1 \vee \neg A_2) \wedge (A_1 \vee A_2) \Leftrightarrow K_1 \wedge K_2$
mit: $K_1 \Leftrightarrow (\neg A_1) \vee (\neg A_2)$, $K_2 \Leftrightarrow A_1 \vee A_2$

125) Auch hier existieren unendlich viele linear "kombinierte" semi-positive T-Invarianten $\underline{t}_{1.h}$ mit $h=1,2,\ldots$ und $\underline{t}_{1.h}^{tr} = (h+1, h+1)$

126) Von diesen beiden einfachen S-Invarianten können durch Linearkombination unendlich viele weitere S-Invarianten abgeleitet werden, wie z.B. $\underline{s}_{1.3} = 3 \cdot \underline{s}_{1.1} + 1 \cdot \underline{s}_{1.2}$ mit $\underline{s}_{1.3}^{tr} = (2,-2)$.

5.2 Ein anwendungsorientiertes Beispiel aus dem Bereich der Jahresabschlußgestaltung

Das Leistungspotential von Netzmodellen für die kompakte Repräsentation umfangreicher logischer Problembeschreibungen wird an einem Beispiel der Jahresabschlußgestaltung von Publikumsaktiengesellschaften verdeutlicht. Es wurde bereits in einer ausführlicheren Variante von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF modelliert, allerdings mit der Hilfe von Logikvariablen als ein lineares, gemischt-ganzzahliges OR-Programm[127]. Das Entscheidungsmodell erstreckt sich auf die Gestaltung der Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer unter Berücksichtigung von Verlustvor- und -rückträgen nach § 8 Abs. 4 KStG und Abschn. 37 Abs. 2 KStR i.V.m. § 10d EStG.

Da das Entscheidungsmodell äußerst komplex ausfällt[128], wird es hier nur in demjenigen Ausschnitt reflektiert, der sich auf eine nicht-negative Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer vor Berücksichtigung eventuell vorgenommener Verlustvor- oder -rückträge bezieht. Hinsichtlich der ausführlicheren materiellen Interpretation der nachfolgend angeführten Variablen und Formeln wird auf die steuerrechtlichen Erläuterungen von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF verwiesen. Denn hier interessiert nur der formale Aspekt der - materiell äquivalenten - Transformation von Entscheidungsmodellen, die auf Logikvariablen basieren, in Netzmodelle. Die Benennung, Indizierung und Numerierung[129] von Variablen und Formeln wird aus dem Modell mit Logikvariablen unverändert übernommen[130]. Der Index t verweist auf das Referenzjahr der Rechnungslegung.

Grundlage des Netzmodells sind 16 atomare Aussagen A_j mit $j=1,\ldots,9,11,\ldots,17$[131]. Ihnen entspricht ("<=>") jeweils ein Ungleichungssystem[132] US_j. Es stellt die Korrespondenz zwischen der zugehörigen atomaren Aussage A_j aus der logischen Problembeschreibung und den Variablen des - hier nicht näher explizierten - quantitativen Rumpfmodells her. Für diese atomaren Komponenten der logischen Problembeschreibung gilt:

127) Vgl. JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 205ff.

128) Seine Darlegung nimmt im Original immerhin 24 Seiten in straffer Diktion ein.

129) Wegen der nur partiellen Wiedergabe des Entscheidungsmodells von Johänntgen-Holthoff erweist sich die Formel-Numerierung hier notwendig lückenhaft. Da in der Vorlage nicht alle Formeln mit einer identifizierenden Nummer versehen und bei der späteren Ableitung von Klauseln für das Netzmodell neue Formeln eingeführt werden, erfolgt hier die Ergänzung der Nummern 14 bis 42.

130) Aus drucktechnischen Gründen werden lediglich Superskripte in nachgestellte ("/") Subskripte verwandelt. Das "*"-Symbol kennzeichnet Aussagen, die bei JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF explizit als solche angeführt werden. Die Aussage A_8 wird von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 213, unter der zweideutigen Numerierung (8) und (10) angeführt; die letztgenannte Nummer wird nachfolgend infolge Redundanz nicht berücksichtigt. Darüber hinaus verwendet JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 207, in der arithmetischen Korrespondenz für die Aussage A_{16} das Symbol "≤". Doch dies widerspricht der umgangssprachlichen Formulierung derselben Aussage. Der Verf. folgt hier der umgangssprachlichen Aussageformulierung und nicht ihrer - fehlerhaften - arithmetischen Transformation.

131) Infolge Redundanz der atomaren Aussagen A_8 und A_{10}, von denen hier nur die erste aufgeführt wird, reicht die Numerierung der atomaren Aussagen bis zum um Eins höheren Wert J=17.

132) Es wird hierbei auf die o.a. Möglichkeit zurückgegriffen, Gleichungen in Systeme aus jeweils zwei komplementären Ungleichungen zu überführen. Der einfacheren Darstellung halber erfolgt in solchen Fällen nur die explizite Anführung einer Gleichung.

A_1 : "Es liegt kein körperschaftsteuerrelevanter Verlust ($V_{t/-}$) vor." $<=>$ US_1: $V_{t/-}=0$

A_2 : "Der körperschaftsteuerrelevante Gewinn (G_t) ist gleich der Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer vor der Berücksichtigung von Verlustvor- oder -rückträgen ($G_{t/o}$)." $<=>$ US_2: $G_t=G_{t/o}$

A_3 : "Aus dem Vorvorjahr liegt kein Verlustrücktrag ($X_{t/-2}$) vor." $<=>$ US_3: $X_{t/-2}=0$

A_4 : "Aus dem Vorjahr liegt kein Verlustrücktrag ($X_{t/-1}$) vor." $<=>$ US_4: $X_{t/-1}=0$

A_5 : "Der Gewinn nach Abzug der kumulierten Verlustvorträge aus Vorjahren ($G_{t/B}$) ist gleich der Differenz aus dem (körperschaftsteuerrelevanten) Gewinn (G_t) und den (nicht-negativen) Verlustvorträgen der Vorjahre (Z_t)." $<=>$ US_5: $G_{t/B}=G_t-Z_t$

A_6 : "Im Folgejahr wird kein Verlustvortrag ausgewiesen." $<=>$ US_6: $Z_{t+1}=0$

A_7 : "Anwendung des § 10d S. 1 EStG zur Berechnung der Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer (E_t)." $<=>$ US_7: $E_t=G_{t/B}-X_{t+2/-2}-X_{t+1/-1}$

A_8 : "Die Größe zur Begrenzung des Verlustrücktrags nach § 8 Abs. 4 KStG ($G_{t/E}$) beträgt Null." $<=>$ US_8: $G_{t/E}=0$

A_9 : "Die Größe zur Begrenzung des Verlustrücktrags nach § 8 Abs. 4 KStG ($G_{t/E}$) ist gleich der (nicht-negativen) Differenz aus dem Gewinn nach Abzug der kumulierten Verlustvorträge aus den Vorjahren ($G_{t/B}$) und der Bruttoausschüttung ($X_{a,t/b}$)." $<=>$ US_9: $G_{t/E}=G_{t/B}-X_{a,t/b}$

A_{11}: "Die Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer nach § 10d S. 1 EStG (E_t) beträgt Null." $<=>$ US_{11}: $E_t=0$

A_{12}: "Es erfolgt für das Folgejahr keine Korrektur des kumulierten (und um den körperschaftsteuerrelevanten Gewinn gekürzten) Verlustvortrags aus den Vorjahren." $<=>$ US_{12}: $Z_{t+1}=Z_t-G_t$

A_{13}: "Für das Folgejahr wird der kumulierte (und um den körperschaftsteuerrelevanten Gewinn gekürzte) Verlustvortrag aus den Vorjahren um nicht mehr abzugsfähige Verlustvorträge korrigiert." $<=>$ US_{13}: $Z_{t+1}=Z_t-G_t-(Z_{t-4}-G_t-G_{t-1}-G_{t-2}-G_{t-3}-G_{t-4})$

A_{14}: "Die Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer vor der Berücksichtigung von Verlustvor- oder -rückträgen ($G_{t/o}$) ist nicht-negativ. (A^*_t)" $<=>$ US_{14}: $G_{t/o}\geq 0$

A_{15}: "Der körperschaftsteuerrelevante Gewinn (G_t) ist mindestens so groß wie der (nicht-negative) kumulierte Verlustvortrag (Z_t) der Vorjahre. (B^*_t)" $<=>$ US_{15}: $G_t\geq Z_t$

A_{16}: "Der Gewinn nach Abzug der kumulierten Verlustvorträge aus den Vorjahren ($G_{t/B}$) reicht nicht aus, um die Bruttoausschüttung ($X_{a,t/b}$) zu decken. (C^*_t)" $<=>$ US_{16}: $G_{t/B}<X_{a,t/b}$

A_{17}: "Die Verlustvorträge des Jahres t-4 wurden bis zum Referenzjahr t ausgeglichen. (D^*_t)" $<=>$ US_{17}: $Z_{t-4}\leq G_t+G_{t-1}+G_{t-2}+G_{t-3}+G_{t-4}$

Mit Hilfe dieser 16 atomaren Aussagen werden die logischen Restriktionen formuliert, die im Modell von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF von jeder steuerrechtlich zulässigen Bilanzgestaltung erfüllt werden müssen. Sie werden durch 8 zusammengesetzte, konjunktiv verknüpfte Aussagen A_j (j=18,...,25) ausgedrückt. Ihre ursprüngliche Subjugatform, die der betriebswirtschaftlich vertrauten Gestalt von Entscheidungsregeln gleichkommt, wird hier in die konjunktive Normalform äquivalent transformiert. Hierdurch werden die Klauseln K_i mit i=1,..,13 eingeführt. Das Konjugat dieser 13 Klauseln ist die gesuchte Komplexaussage A, die den gesamten logischen Zusammenhang der erfaßten steuerrechtlichen Modelldeterminanten ausdrückt.

A_{18} $<=>$ $(A_{14} \rightarrow (A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4))$ $<=>$ $(K_1 \wedge K_2 \wedge K_3 \wedge K_4)$

mit: K_1 $<=>$ $\neg A_{14} \vee A_1$ K_2 $<=>$ $\neg A_{14} \vee A_2$
K_3 $<=>$ $\neg A_{14} \vee A_3$ K_4 $<=>$ $\neg A_{14} \vee A_4$

A_{19} $<=>$ $(A_{15} \rightarrow (A_5 \wedge A_6))$ $<=>$ $(K_5 \wedge K_6)$

mit: K_5 $<=>$ $\neg A_{15} \vee A_5$, K_6 $<=>$ $\neg A_{15} \vee A_6$

$A_{20} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge A_{15}) \rightarrow A_7) \Leftrightarrow K_7$

mit: $K_7 \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee \neg A_{15} \vee A_7$

$A_{21} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge A_{15} \wedge A_{16}) \rightarrow A_8) \Leftrightarrow K_8$

mit: $K_8 \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee \neg A_{15} \vee \neg A_{16} \vee A_8$

$A_{22} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge A_{15} \wedge \neg A_{16}) \rightarrow A_9) \Leftrightarrow K_9$

mit: $K_9 \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee \neg A_{15} \vee A_9 \vee A_{16}$

$A_{23} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge \neg A_{15}) \rightarrow (A_8 \wedge A_{11})) \Leftrightarrow (K_{10} \wedge K_{11})$

mit: $K_{10} \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee A_8 \vee A_{15}$ $K_{11} \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee A_{11} \vee A_{15}$

$A_{24} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge \neg A_{15} \wedge A_{17}) \rightarrow A_{12}) \Leftrightarrow K_{12}$

mit: $K_{12} \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee \neg A_{17} \vee A_{12} \vee A_{15}$

$A_{25} \Leftrightarrow ((A_{14} \wedge \neg A_{15} \wedge \neg A_{17}) \rightarrow A_{13}) \Leftrightarrow K_{13}$

mit: $K_{13} \Leftrightarrow \neg A_{14} \vee A_{13} \vee A_{15} \vee A_{17}$

Das Netzmodell N_A aus Abb. 8 repräsentiert die logische Problembeschreibung durch die Komplexaussage $A \Leftrightarrow K_1 \wedge \ldots \wedge K_{13}$. Jede Stelle s_j vertritt eine atomare Aussage A_j mit $j=1,\ldots,9,11,\ldots,17$; jede Transition t_i eine Klausel K_i mit $i=1,\ldots,13$. Das Netzmodell enthält keine T-Invariante, die das Netztheorem erfüllt. Deshalb ist die logische Problembeschreibung durch die Komplexaussage A strukturell konsistent.

Aber es existieren mehrere inkonsistente Problemsituationen, die durch spezielle Wahrheitswerte der atomaren Aussagen und korrespondierende Markierungen der Stellen im Netzmodell N_A definiert sind. Beispielsweise sind alle Problemsituationen widersprüchlich, in denen die atomaren Aussagen A_{14} und A_{15} wahr, die atomaren Aussagen A_8 und A_9 dagegen falsch sind. Hierzu korrespondiert eine Klasse inkonsistenter Netzmarkierungen mit $M_r(s_{14})=M_r(s_{15})=1$ und $M_r(s_8)=M_r(s_9)=0$. Doch ist die situative Inkonsistenz dieser metasprachlichen Wahrheitswertzuweisungen bzw. Netzmarkierungen keineswegs offensichtlich. Sie läßt sich aus den o.a. Definitionen der problembeschreibenden Aussagen A_j mit $j=18,\ldots,25$ nicht unmittelbar ablesen.

Inhaltlich bedeutet diese Inkonsistenz, daß es den steuerrechtlichen Vorgaben für die Bilanzgestaltung widersprechen würde, einen Abschluß vorzulegen, in dem folgende vier Aussagen gemeinsam (konjunktiv) gelten:

- Die Größe zur Begrenzung des Verlustrücktrags nach § 8 Abs. 4 KStG ist entweder positiv oder negativ: $G_{t/E} \neq 0$ ($\neg A_8$).
- Die Größe zur Begrenzung des Verlustrücktrags nach § 8 Abs. 4 KStG entspricht nicht der (nicht-negativen) Differenz aus dem Gewinn nach Abzug der kumulierten Verlustvorträge aus den Vorjahren und der Bruttoausschüttung: $G_{t/E} \neq G_{t/B} - X_{a,t/b}$ ($\neg A_9$).
- Die Bemessungsgrundlage der Körperschaftsteuer vor der Berücksichtigung von Verlustvor- oder -rückträgen ist nicht-negativ: $G_{t/0} \geq 0$ (A_{14}).
- Der körperschaftsteuerrelevante Gewinn ist mindestens so groß wie der (nicht-negative) kumulierte Verlustvortrag der Vorjahre: $G_t \geq Z_t$ (A_{15}).

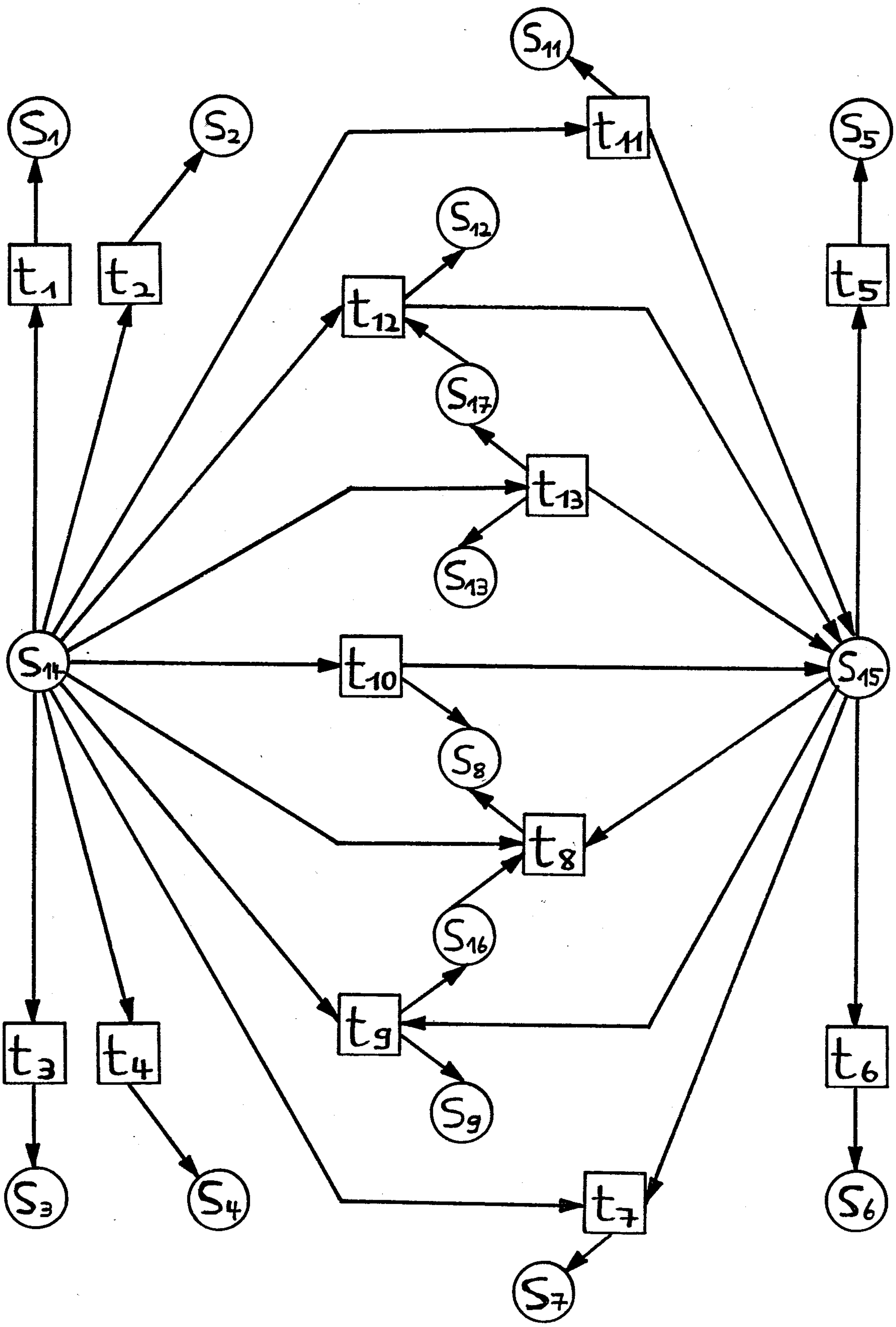


Abb. 8: Netzmodell N_A für die Komplexaussage A, die steuerrechtliche Restriktionen für die Bilanzgestaltung gemäß JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF beschreibt

Die vorgenannte situative Inkonsistenz läßt sich mit Hilfe der Auswertung von Faktnetzen mühelos aufdecken. Zu diesem Zweck werden alle Transitionen des Netzmodells N_A als Fakten interpretiert, die niemals schalten dürfen. Hinsichtlich dieses Postulats erweisen sich die Transitionen t_8 und t_9 sowie die Markierung der Stelle s_{16} als kritisch, sofern Markierungen mit $M_r(s_{14})=M_r(s_{15})=1$ und $M_r(s_8)=M_r(s_9)=0$ vorliegen. Denn die Stelle s_{16} kann nur entweder markiert oder aber unmarkiert sein. Im ersten Fall wäre die Transition t_8 aktiviert; ihre Schaltverbot als Fakt wäre verletzt. Im zweiten Fall wäre aber die Transition t_9 aktiviert, so daß auch deren Schaltverbot nicht eingehalten werden könnte. Da eine dritte Markierungsmöglichkeit für die Stelle s_{16} nicht existiert, gibt es keine konsistenten Markierungen des Netzmodells mit $M_r(s_{14})=M_r(s_{15})=1$ und $M_r(s_8)=M_r(s_9)=0$. Folglich sind alle Problemsituationen in sich widersprüchlich, welche die Wahrheit der atomaren Aussagen A_{14} und A_{15} sowie die Falschheit der atomaren Aussagen A_8 und A_9 involvieren. Entsprechende Problemlösungen scheiden als unzulässig aus.

Die gleiche Erkenntnis situativer Inkonsistenz läßt sich auch aus der Invariantenanalyse des erweiterten Netzmodells N_A^* gewinnen, das in Abb. 9 dargestellt wird. Es geht aus dem Basisnetzmodell N_A der Abb. 8 hervor, indem alle atomaren Aussagen A_j ($j=1,\dots,9,11,\dots,17$) aus der Komplexaussage A sowie deren Negate als atomare Klauseln K_i mit $i=14,\dots,45$ ergänzt werden. Diese Klauseln K_i werden im erweiterten Netzmodell N_A^* auf Transitionen t_i abgebildet und mit den Stellen s_j für die atomaren Aussagen A_j verknüpft. Die Transitionen t_i stellen Ein- oder Ausgangstransitionen der Stellen s_j dar je nachdem, ob sie atomare Klauseln $K_i \Leftrightarrow A_j$ bzw. $K_i \Leftrightarrow \neg A_j$ repräsentieren.

Abb. 10 zeigt die Inzidenzmatrix $\underline{C}$ dieses erweiterten Netzmodells. Aus ihr läßt sich - neben anderen - die T-Invariante $\underline{t}_h$ ableiten, die alle drei Bedingungen des Netztheorems erfüllt. Sie ist definiert durch:

$$\underline{t}_h{}^{tr} = (c_{h.i} : c_{h.8} = c_{h.9} = c_{h.29} = c_{h.31} = 1 \wedge c_{h.38} = c_{h.40} = 2 \wedge \dots$$
$$c_{h.i} = 0 \text{ für alle } i \varepsilon (\{1,\dots,45\} - \{8,9,29,31,38,40\}))$$

Durch Ausführen der Schaltfolge $SF_h = \langle t_{38}, t_{40}, t_9, t_{31}, t_{38}, t_{40}, t_8, t_{29} \rangle$ mit dem Schaltvektor $\underline{t}_h$ wird im Netzmodell N_A^* die Nullmarkierung tatsächlich reproduziert. Dies läßt sich durch einen entsprechenden Markenfluß im Netz der Abb. 9 anschaulich nachvollziehen. Ebenso kann für das charakteristische Subnetz SN_h dieser T-Invariante, das aus den Transitionen $t_9, t_8, t_{29}, t_{31}, t_{38}, t_{40}$ und den Stellen $s_8, s_9, s_{14}, s_{15}, s_{16}$ besteht, die Teilinzidenzmatrix $\underline{C}_h$ als Ausschnitt der Abb. 10 betrachtet werden. Hierbei zeigt sich, daß die stellenspezifischen Zeilenvektoren linear unabhängig sind, so daß keine nicht-triviale S-Invariante für dieses Subnetz existieren kann. Folglich ist auch das Vorliegen einer Scheininkonsistenz ausgeschlossen. Die gleichen Erkenntnisse lassen sich für weitere Schaltfolgen mit gleichem Schaltvektor $\underline{t}_h$, aber permutierter Reihenfolge der ausgeführten Schaltakte ableiten. Eine solche alternative Schaltfolge ist beispielsweise $SF_h' = \langle t_{40}, t_{38}, t_9, t_{40}, t_{38}, t_8, t_{29}, t_{31} \rangle$.

Ein Vergleich des erweiterten Netzmodells N_A^* aus Abb. 9 mit dem entsprechenden Ausschnitt[133] aus dem Entscheidungsmodell, das von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF auf der Basis von Logikvariablen in der Art eines OR-Programms entwickelt wurde, verdeutlicht die relative Kompaktheit des Netzmodells N_A^*. Zwar erfordert das Entscheidungsmodell nur 24+13=37 Logikvariablen, während bei der Invariantenanalyse des Netzmodells für die Schaltanzahlen der Transitionen im Schaltvektor $\underline{t}_h$ 45 Variablen berücksichtigt werden müssen. Doch treten an die Stelle von 68 Zeilen (Ungleichungen), die im Entscheidungsmodell von JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF

133) Vgl. JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 217ff.

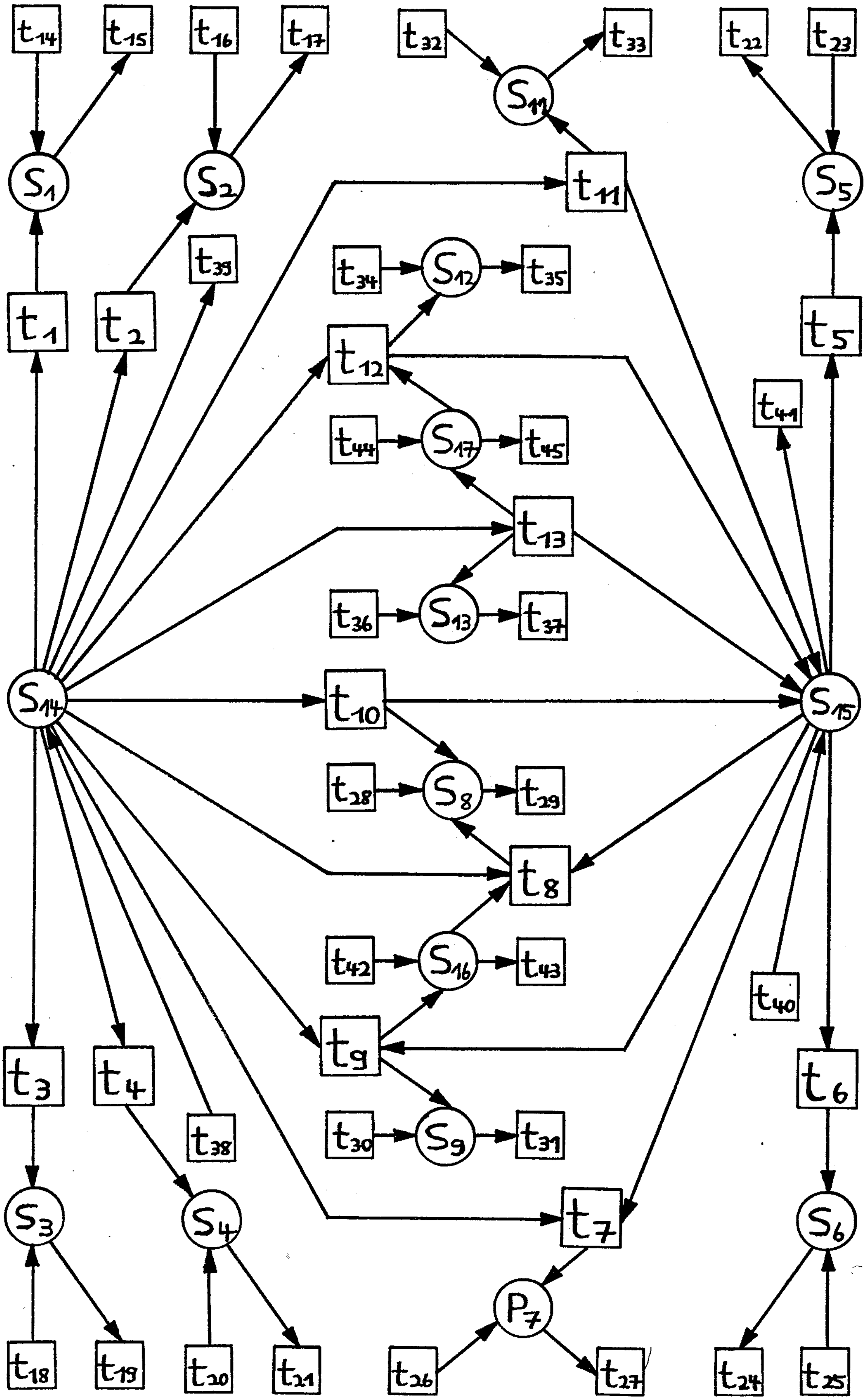


Abb. 9: Erweitertes Netzmodell N_A* bezüglich für die Modellierung steuerrechtlicher Restriktionen durch das Netzmodell N_A aus Abb. 8

$$
\underline{C}^{tr} = \left|\begin{array}{cccccccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1
\end{array}\right|
$$

Abb. 10: Transponierte Inzidenzmatrix $\underline{C}$ für das erweiterte Netzmodell N_A* steuerrechtlicher Restriktionen aus Abb. 9

zur Repräsentation der Beziehungen zwischen den Logikvariablen erforderlich sind, bei der Invariantenanalyse des Netzmodells nur die 16 Zeilen des zu lösenden linear-ganzzahligen, homogenen Gleichungssystems $\underline{C} \cdot \underline{t}_h = \underline{0}$.

Noch weit komprimierter fällt die Problemrepräsentation und Faktnetzanalyse durch das Basisnetzmodell N_A aus Abb. 8 aus. Allerdings bedeutet diese Reduzierung des Modellierungsaufwands, daß die schematische und rein arithmetische Invariantenanalyse durch eine logische Fallunterscheidung bei der Netzmarkierung ersetzt werden muß. Diese Fallunterscheidung bereitet zwar keine Probleme, wenn der Umgang mit Petrinetzen vertraut ist. Doch läßt sie sich als qualitative Überlegung erheblich schwieriger mit Hilfe der Automatischen Informationsverarbeitung implementieren und gegenüber Modellbenutzern erklären, die über keine Kenntnisse der Petrinetz-Theorie verfügen, als die Invariantenanalyse[134].

Darüber hinaus erweist sich die graphische Darstellung der logischen Sachverhalte, die in den Netzmodellen der Abb. 8 u. 9 erfolgt, wesentlich übersichtlicher und transparenter als die entsprechende Repräsentation im Entscheidungsmodell, die sich über drei Seiten erstreckt[135]. Dies verdeutlicht die besondere Eignung von Netzmodellen, die Kommunikation über logische Problemaspekte - wie die hier erörterte strukturelle Konsistenz der Problemabbildung und die eine exemplarisch beleuchtete situative Inkonsistenz - durch leicht verständliche graphische Modellierungen zu unterstützen[136]. Auch die zuvor angesprochene Kompaktheit von Netzmodellen trägt zu diesen Vorzügen einer relativ hohen Intelligibilität und Kommunikabilität bei.

134) Hier deutet sich ein Konflikt zwischen der Kompaktheit von netzgestützten Modellierungen einerseits sowie ihrer Auswertungsfreundlichkeit und Verständlichkeit andererseits an. Dies gilt zumindest so lange, wie Petrinetze bei betriebswirtschaftlich ausgerichteten Modellierungsaufgaben ein Modellierungskonzept mit geringem Bekanntheitsgrad und noch geringer Unterstützung seitens der Automatischen Informationsverarbeitung darstellen.

135) Vgl. JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF (1986), S. 217ff.

136) Vgl. FIDELAK (1986a), S. 108.

6 Strategien zur Abstimmung von Rumpf- und Netzmodellen

6.1 Separationsstrategie

Bisher wurde untersucht, wie logische Problembeschreibungen durch Netzmodelle repräsentiert werden können. Im Vordergrund des Interesses stand die Aufgabe, diese Netzmodelle hinsichtlich ihrer Konsistenz zu analysieren und erkannte Inkonsistenzen zu lokalisieren. Die Abstimmung zwischen dieser Teilaufgabe und dem übergeordneten Interesse, ein vorgegebenes Realproblem zu bewältigen, steht noch offen. Das Rumpfmodell, das die nicht-logischen Determinanten der Problembeschreibung als OR-Programm abbildet, muß um die logische Problembeschreibung erweitert werden. Erst dieses logisch ergänzte Rumpfmodell bildet als Gesamtmodell das vorliegende Realproblem vollständig ab.

Bei der Separationsstrategie wird das Netzmodell der logischen Problembeschreibung nicht unmittelbar in das Gesamtmodell des zugrundeliegenden Realproblems eingebaut. Stattdessen wird das Realproblem zunächst in konventioneller Weise durch Verwendung von Logikvariablen vollständig - also einschließlich aller logischen Problemaspekte - als OR-Programm modelliert. Die logische Komponente der Problembeschreibung wird zusätzlich durch ein separates Netzmodell repräsentiert. Die logische Problembeschreibung wird also zweifach modelliert: sowohl im Gesamt- als auch im separaten Netzmodell.

Das Netzmodell wird in einer ersten Phase jenen Konsistenzprüfungen unterzogen, die in den voranstehenden Abschnitten dargelegt wurden. Falls hierbei Inkonsistenzen aufgedeckt und deren Ursachen festgestellt werden, wird das OR-Programm aufgrund dieser Erkenntnisse entsprechend modifiziert. Das Netzmodell wird an diese Änderungen des Gesamtmodells angepaßt und erneut einer Konsistenzprüfung ausgesetzt. Diese Vorgehensweise wird so lange wiederholt, bis sich das Netzmodell als konsistent herausstellt. Erst danach wird in einer zweiten Phase das OR-Programm des Grundmodells zur Ermittlung der intendierten Problemlösungen ausgewertet.

Diese zweiphasige Separationsstrategie läßt sich - im Vergleich zu den nachfolgend erörterten Integrationsstrategien - prima facie am leichtesten handhaben. Denn für OR-Programme einerseits und Netzmodelle andererseits liegen jeweils wohldefinierte Auswertungsprozeduren vor. Doch dieser Schein trügt aus zwei Gründen.

Zunächst läßt sich die Separationsstrategie nur auf die Überwachung struktureller, nicht aber auf das Monitoring situativer Inkonsistenzen anwenden. Denn die Entsprechung zwischen OR-Programm und Netzmodell, die bei den o.a. inkonsistenzbedingten Modifizierungen vorausgesetzt wurde, gilt nur für das unmarkierte Basisnetzmodell N_A. Darüber hinaus muß eine spezielle Separationsproblematik berücksichtigt werden. Diese Problematik äußert sich auf zwei Ebenen.

Auf der Ebene der Verfahrensoperationalität ist eine Konkretisierungslücke festzustellen. Denn die Art und Weise, in der das OR-Programm des Gesamtmodells modifiziert werden soll, wenn im Netzmodell Erkenntnisse über Inkonsistenzen gewonnen wurden, bleibt unbestimmt. Es wird dem Modellgestalter überlassen, die korrekte Modellreformulierung herauszufinden. Gleiches gilt für die entsprechende Anpassung des Netzmodells. Insgesamt fehlt also eine operationale Bestimmung derjenigen Modellierungsaktivitäten, die zur wechselseitigen Abstimmung von Gesamt- und Netzmodell im Falle von Inkonsistenzen durchgeführt werden müssen.

Diese Operationalisierungsmängel können Schwierigkeiten auf der Ebene der Verfahrensvalidität nach sich ziehen. Denn strenggenommen wird während der ersten Verfahrensphase nur die Konsistenz des Netzmodells hergestellt. Aufgrund der Konkretisierungslücke kann nicht ausgeschlossen werden, daß die Abbildungen der logischen Problembeschreibung durch das Gesamtmodell einerseits und durch das Netzmodell andererseits partiell voneinander abweichen. Vor allem Modifizierungen des Gesamtmodells nach der Erkenntnis von Inkonsistenzen im Netzmodell können dazu führen, daß die Veränderungen logischer Aspekte im Gesamtmodell keinen äquivalenten Niederschlag im Netzmodell finden. Eine solche Äquivalenz der Abbildung logischer Sachverhalte durch Gesamt- und Netzmodell wäre nur gewährleistet, wenn die Transformation beider Modelle ineinander präzise definiert und hinsichtlich ihrer Äquivalenzeigenschaft verifiziert wäre. Infolge der o.a. Konkretisierungslücke ist diese Modelltransformation aber überhaupt nicht operational bestimmt. A fortiori ist die erforderliche Äquivalenz nicht sichergestellt. Dann besteht aber immer das Validitätsrisiko, daß das Netzmodell mit den logischen Aspekten des Gesamtmodells nicht vollauf übereinstimmt.

Aus den vorgenannten Gründen hält der Verf. die Separationsstrategie trotz ihrer scheinbaren Einfachheit für fragwürdig. Daher werden anschließend solche Abstimmungsstrategien untersucht, welche die problematische Verdopplung der Modellierung logischer Sachverhalte durch Gesamt- *und* Netzmodell von vornherein vermeiden.

6.2 Integrationsstrategien

6.2.1 Überblick

Integrationsstrategien setzen voraus, daß die logischen Aspekte des vorgegebenen Realproblems zunächst nur genau einmal modelliert werden. Dies geschieht mit Hilfe eines Netzmodells. Durch ein komplementäres OR-Programm werden dann ausschließlich die nicht-logischen Problemaspekte repräsentiert. Dieses OR-Programm stellt somit - im Gegensatz zur Separationsstrategie - ein echtes Rumpfmodell dar. Die fehlende Berücksichtigung logischer Problemdeterminanten im Rumpfmodell könnte aber zu fehlerhaften Problemlösungen führen, wenn es nicht um die Einflüsse logischer Sachverhalte erweitert würde. Für die Erweiterung des Rumpfmodells stehen grundsätzlich drei Wege offen.

Intuitiv scheint sich die erste Alternative zu empfehlen, das Netzmodell arithmetisch so umzuformulieren, daß es in das OR-Programm eingebettet werden kann. Diese Integrationsstrategie wird später als Modellvereinigung behandelt. Es wird sich zeigen, daß diese Integrationsweise wider Erwarten erhebliche Schwierigkeiten bei der Lösung des nunmehr arithmetischen Gesamtmodells aufwirft.

Zweitens könnte der umgekehrte Weg versucht werden, das OR-Programm des Rumpfmodells in ein Netz zu transformieren und dieses mit dem Netzmodell der logischen Problembeschreibung zu vereinigen. Der Verf. untersucht diesen Pfad nicht weiter. Denn alle bisher vorgelegten Studien über das Anwendungsspektrum Petrinetzen haben immer wieder zu dem Resultat geführt, daß sich diese für die Modellierung rein quantitativer Sachverhalte nicht eignen. Das OR-Programm des Rumpfmodells in ein Petrinetz zu transformieren, scheidet daher von vornherein aus.

Schließlich ist es möglich, weder das OR-Programm des Rumpfmodells noch das Netzmodell in die jeweils andere Modellform zu überführen, sondern beide Teilmodelle als solche bestehen zu lassen. Dann muß aber eine Schnittstelle geschaffen werden, mit deren Hilfe Rumpf- und Netzmodell wechselseitig aufeinander abgestimmt werden. Diese Integrationsstrategie der Modellverflechtung schätzt der Verf. als erfolgversprechendste ein. Allerdings leidet auch sie unter einem erheblichen Nachteil. Die Schnittstelle eignet sich nicht für die Ankopplung von OR-Programmen jeder Art. Sie setzt vielmehr voraus, daß bei der programmgestützten Ermittlung von

Problemlösungen die spezielle Lösungstechnik des sukzessiven Generierens und Testens potentieller Problemlösungen angewendet wird. Daher bleibt die modellverflechtende Integrationsstrategie auf solche OR-Programme beschränkt, die mit Hilfe jener Lösungstechnik ausgewertet werden sollen.

Alle Integrationsstrategien betreffen in ihrem Kern nur das Überwachen situativer Inkonsistenzen. Dies bedeutet zwar nicht, daß strukturelle Inkonsistenzen nicht behandelt werden könnten. Aber die Integrationsleistung von Rumpf- und Netzmodellen betrifft nur den situativen Aspekt[137]. Die strukturelle Konsistenzüberwachung unterscheidet sich dagegen nicht von der Vorgehensweise bei der Separationsstrategie. Denn bei beiden Strategien wird in einer ersten Phase die Konsistenz des Netzmodells geprüft[138]. Werden hierbei strukturelle Inkonsistenzen aufgedeckt, ist die logische Problembeschreibung fehlerhaft und muß entsprechend korrigiert werden. Auf die grundsätzlichen Korrekturmöglichkeiten wurde bereits früher im Zusammenhang mit der Inkonsistenztherapie kurz hingewiesen.

Fortan wird unterstellt, daß diese erste Phase erfolgreich abgeschlossen ist. Folglich wird die strukturelle Konsistenz von logischer Problembeschreibung und Netzmodell vorausgesetzt. Während der anschließenden zweiten Phase, auf die sich die Integrationsstrategien ausschließlich erstrecken, werden potentielle Problemlösungen aus logischer Perspektive nur noch hinsichtlich ihrer situativen Konsistenz überwacht. Dabei kann sowohl von einem erweiterten Netzmodell N_A* ausgegangen werden, in dem markierungsunabhängig nach inkonsistenzverursachenden Klauselmengen gesucht wird, als auch vom ursprünglichen Netzmodell N_A, das auf markierungsabhängige Integritätsverletzungen als Inkonsistenzen i.w.S. untersucht wird.

137) Unter dieser Voraussetzung werden bei der Erörterung der Integrationsstrategien situative Inkonsistenzen der Einfachheit halber nur als Inkonsistenzen thematisiert.

138) Allerdings leiden die Integrationsstrategien nicht unter den Mängeln der Separationsstrategien. Da das OR-Programm als echtes Rumpfmodell bei den Integrationsstrategien keine logischen Problemaspekte abbildet, können hier die oben skizzierten Operationalitäts- und Validitätsprobleme der Separationsstrategie überhaupt nicht auftreten. Denn Erkenntnisse über strukturelle Inkonsistenzen im Netzmodell N_A werden grundsätzlich nicht in Modifizierungen des OR-Programms umgesetzt, sondern in Korrekturen der logischen Problembeschreibung durch die Komplexaussage A. Die Einschränkung auf strukturelle Inkonsistenzen wird ebenfalls aufgehoben, weil die Integrationsstrategien vornehmlich der Behandlung situativer Inkonsistenzen dienen.

6.2.2 Integration durch Modellverflechtung

Die modellverflechtende Integrationsstrategie beruht auf der Konstruktion einer Schnittstelle, die zwischen den Entscheidungsvariablen aus dem OR-Programm des Rumpfmodells und den Markierungen des Netzmodells vermittelt. Diese Schnittstelle etabliert eine wechselseitige Zuordnung der formalen Semantiken[139] von OR-Programm und Netzmodell.

Die formale Semantik eines OR-Programms betrifft die Belegung aller seiner Entscheidungsvariablen x_e durch konstante Werte aus ihren Definitionsbereichen D_e. Diese Variablenbelegung wird durch den Lösungsvektor $\underline{x}$ dargestellt. Er stellt eine formal zulässige Interpretation des OR-Programms dar. Zugleich bedeutet er eine potentielle Problemlösung.

Die formale Semantik eines Netzmodells N_A erstreckt sich auf die Belegung seiner Stellen mit Marken. Jede Markierung $\underline{M}_r$ bildet eine zulässige Interpretation des Netzmodells. Jede Stelle s_j des Netzmodells entspricht per constructionem einer atomaren Aussage A_j aus der Komplexaussage A, welche die logischen Aspekte des zugrundeliegenden Realproblems vollständig beschreibt. Aufgrund des früher erläuterten Konstruktionsschemas bedeutet die Markierung (Nichtmarkierung) einer Stelle s_j die Wahrheit (Falschheit) ihrer zugehörigen atomaren Aussage A_j. Daher bewirkt die Markierung des Netzmodells zugleich, daß allen atomaren Aussagen aus der Komplexaussage A jeweils genau ein Wahrheitswert zugeordnet wird. Folglich wird der Wahrheitswert der Komplexaussage aus der logischen Problembeschreibung durch Markierungen des Netzmodells jeweils eindeutig determiniert. Deshalb ist die formale Semantik des Netzmodells zugleich eine denotationale Semantik, die auf die modelltranszendierende logische Problembeschreibung verweist.

Die voranstehende Semantik läßt sich jedoch nur auf markierte Netze unmittelbar anwenden. Sie gilt daher zunächst lediglich für ein markiertes Netzmodell N_A, dessen Markenverteilung über den Stellen s_j den Wahrheitswert der problembeschreibenden Komplexaussage A repräsentiert. Diese markierten Netzmodelle N_A ermöglichen die Inkonsistenzüberwachung durch Faktnetze. Hiermit können situative Inkonsistenzen als solche Markierungen aufgedeckt werden, unter denen mindestens ein Fakt aktiviert ist. Alle Stellen, die genau so markiert sind, daß das betrachtete Fakt aktiviert vorliegt, werden als Inkonsistenzstellen bezeichnet. Auf diese Weise läßt sich die Überwachung von situativen Inkonsistenzen im allgemeinen sowie das Monitoring von Integritätsbedingungen im besonderen[140] realisieren.

Falls dagegen im Rahmen von Invariantenanalysen mit erweiterten Netzmodellen N_A^* gearbeitet werden soll, müssen die dort aufgedeckten T-Invarianten unmarkierter Netze in Markierungsklassen der zugrundeliegenden Basisnetzmodelle N_A transformiert werden. Nur so lassen sich die T-Invarianten durch die Semantik von Netzmodellen korrekt interpretieren. Dabei wird stets unterstellt, daß diese T-Invarianten nicht nur existieren, sondern auch die Aktivierungs- und die Subnetzbedingung aus dem Netz-

139) Als formale Semantik wird hier die Interpretation eines Modells durch die Belegung seiner Variablen mit Konstanten verstanden. Es handelt sich um eine endogene Semantikauffassung, welche den modelltheoretischen Kontext nicht verläßt. Deutlich davon abzugrenzen ist das denotationale Semantikverständnis. Dort wird ein Modell interpretiert, indem Modellkomponenten mit den jeweils modellierten Referenzobjekten verknüpft werden. Durch solche objektverweisenden Denotationen wird der modelltheoretische Rahmen transzendiert. Unter Voraussetzung dieser inhaltlichen Abgrenzung wird fortan die formale Semantik auch vereinfachend nur als Semantik angesprochen.

140) Integritätsverletzungen wurden eingangs als Inkonsistenzen i.w.S. klassifiziert.

theorem von LAUTENBACH erfüllen[141]. Solche T-Invarianten $\underline{t}_h$ lassen sich mit Hilfe der früher beschriebenen[142] Konstruktion von Inkonsistenzmengen IK_h in äquivalente Markierungen der ursprünglichen Netzmodelle transformieren.

Fortan wird vorausgesetzt, daß die Repräsentationen von Inkonsistenzen als Markierungen eines Basisnetzmodells N_A vorliegen. Hierbei kann es sich sowohl um die unmittelbare Repräsentation von Integritätsverletzungen durch faktaktivierende Markierungen handeln als auch um die mittelbare Repräsentation von inkonsistenten T-Invarianten eines erweiterten Netzmodells $N_A{}^*$ durch Markierungen, welche die invariantenspezifischen Inkonsistenzmengen im ursprünglichen Netzmodell N_A[143] wiedergeben.

Die Netzmarkierungen, die Inkonsistenzen repräsentieren, betreffen nicht notwendig alle Stellen eines Netzmodells. Vielmehr legen sie nur die Markenverteilung über jenen Stellen fest, die als Inkonsistenzstellen entweder an der integritätsverletzenden Aktivierung eines Fakts beteiligt sind oder vermittels ihrer Markierung die Inkonsistenz einer T-Invariante widerspiegeln. Daher werden Inkonsistenzen, die durch Faktnetz- bzw. Invariantenanalysen erkannt wurden, im Netzmodell N_A durch inkonsistenzspezifische Markierungsklassen repräsentiert. Jede Klasse umfaßt alle Netzmarkierungen, welche einerseits die zuvor ausgezeichneten Stellen in integritätsverletzender bzw. inkonsistenzverursachender Weise markieren, aber andererseits für alle übrigen Stellen beliebige, für Netzmodelle allgemein zulässige Markierungen erlauben[144].

Wenn es gelingt, die Semantik des Rumpfmodells mit der Semantik des Netzmodells vollständig zu koppeln, werden Erkenntnisse aus der logischen Problembeschreibung qua Kopplung in das OR-Programm des Rumpfmodells integriert. Denn wegen der Übereinstimmung der Semantiken von Netzmodell und logischer Problembeschreibung muß jeder logische Problemaspekt im Netzmodell seinen Niederschlag finden. Vermittels der vorausgesetzten Kopplung zwischen Netz- und Rumpfmodell wirkt sich dieser Aspekt auch im komplementären OR-Programm als Ausgrenzung potentieller Problemlösungen aus, die zwar formal zulässig, aber logisch inkonsistent sind.

Die zunächst hypothetisch vorausgesetzte vollständige Kopplung zwischen Rumpf- und Netzmodell wird durch Korrespondenzregeln realisiert. Die Gesamtheit dieser Regeln wird als Schnittstelle zwischen den beiden komplementären Teilmodellen bezeichnet. Die erste Gruppe von Korrespondenzregeln konstituiert eine eindeutige Abbildung jeder Interpretation des Rumpfmodells, also jeder formal zulässigen Variablenbelegung des OR-Programms, auf eine Markierung des Netzmodells[145].

Dabei wird für jede Stelle s_j des Netzmodells genau eine Korrespondenzregel aufgestellt[146]. Diese stellenspezifische Korrespondenzregel KR_j erstreckt sich auf alle Entscheidungsvariablen $x_{e(u)}$ aus dem Lösungsvektor $\underline{x}$ des OR-Programms (mit $u=1,..,U_j$), deren Belegungen den Wahrheitswert der atomaren Aussage A_j beeinflussen. Diese Variablen werden zum

141) Andernfalls werden sie nicht weiter berücksichtigt, da sie dann keine Inkonsistenzen darstellen.

142) Vgl. die Ausführungen im Abschnitt 4.2.2.

143) Fortan wird dieses Basisnetzmodell N_A vereinfacht als Netzmodell angesprochen.

144) Im Extremfall sind alle Stellen eines Netzmodells an einer Integritätsverletzung oder Inkonsistenz beteiligt. Dann umfaßt die inkonsistenzspezifische Markierungsklasse nur genau eine Markierung. Die Menge "übriger" Stellen degeneriert zur leeren Menge.

145) Es handelt sich aber um keine eineindeutige Abbildung, weil dieselbe Netzmarkierung mit verschiedenen Variablenbelegungen des OR-Programms korrespondieren kann.

146) Vgl. dazu auch die Korrespondenzbeziehungen, die im Beispiel des Abschnitts 5.2 für die atomaren Aussagen A_1 bis A_{17} (ohne A_{10}) formuliert wurden.

regel- und stellenspezifischen Lösungsvektor $\underline{x}_j$ zusammengefaßt. Mit $D_{e(u)}$ als Definitionsbereichen der relevanten Entscheidungsvariablen $x_{e(u)}$ läßt sich jede Korrespondenzregel KR_j als eine Abbildung des Lösungsvektors $\underline{x}_j$ auf die Stellenmarkierung $M_r(s_j)$ formulieren:

$$KR_j : D_{e(1)} x \ldots x D_{e(u_j)} \rightarrow \{0;1\}$$
$$\underline{x}_j \rightarrow M_r(s_j) = \begin{cases} 1; & \text{falls } A_j \text{ für } \underline{x}_j \text{ wahr} \\ 0; & \text{falls } A_j \text{ für } \underline{x}_j \text{ falsch} \end{cases}$$

Nachdem mit Hilfe solcher Korrespondenzregeln die Markierungen aller Stellen des Netzmodells für den Lösungsvektor $\underline{x}$ des OR-Programms bestimmt worden sind, werden im Netzmodell die logischen Konsequenzen dieser potentiellen Problemlösung anhand von Konsistenzanalysen und - gegebenenfalls - Inkonsistenzdiagnosen ermittelt. Hierbei kann sowohl auf Invariantenanalysen als auch auf die Untersuchung von Faktnetzen zurückgegriffen werden.

Falls die Markierung des Netzmodells konsistent ist, läßt sich die Variablenbelegung des OR-Programms mit der logischen Problembeschreibung widerspruchsfrei vereinbaren. Also stellt die Lösung des OR-Programms, die durch die Belegung seiner Entscheidungsvariablen mit konstanten Werten vorgegeben ist, eine zulässige Lösung des Gesamtproblems dar. Diese Erkenntnis wird in einer Korrespondenzregel kondensiert. Sie gehört der zweiten Gruppe von Regeln an, welche die Abbildung von Erkenntnissen aus dem Netzmodell in das Rumpfmodell leisten. Diese Korrespondenzregel lautet: Wenn eine Variablenbelegung des OR-Programms innerhalb dieses Rumpfmodells zulässig ist und wenn die korrespondierende Markierung des Netzmodells konsistent ist, dann stellt die Variablenbelegung eine zulässige Lösung des modellierten Gesamtproblems dar.

Falls jedoch im Netzmodell eine Inkonsistenz entdeckt wird, greift die alternative Korrespondenzregel: Eine Variablenbelegung des OR-Programms stellt eine unzulässige Lösung des Gesamtproblems dar, wenn ihre korrespondierende Markierung im Netzmodell inkonsistent ist. Dies gilt unabhängig davon, ob die Variablenbelegung innerhalb des Rumpfmodells zulässig ist oder nicht.

Darüber hinaus können die Erkenntnisse einer Inkonsistenzdiagnose, die im Netzmodell angestellt wurde, im Rumpfmodell des OR-Programms für eine Inkonsistenztherapie genutzt werden. Denn im Netzmodell lassen sich - wie oben dargelegt wurde - diejenigen Markierungen von Inkonsistenzstellen identifizieren, die eine festgestellte Inkonsistenz verursacht haben. Diesen Inkonsistenzstellen s_j und ihren zugehörigen atomaren Aussagen A_j sind im OR-Programm des Rumpfmodells vermittels der zugehörigen Korrespondenzregeln KR_j der ersten Gruppe stellen- und regelspezifischen Entscheidungsvariablen $x_{e(u)}$ eindeutig zugeordnet[147]. Daraus läßt sich unmittelbar folgern, daß die Belegung genau dieser Variablen mit Konstanten die Inkonsistenz im Netzmodell und somit auch die Unzulässigkeit der betrachteten Problemlösung verursacht hat. Daher müssen diese inkonsistenzver-

147) Die eindeutige Zuordnung bezieht sich nur auf die Variablen, aber nicht auf deren konkreten Werte. Denn durch die Korrespondenzregeln können verschiedene Variablenbelegungen im OR-Programm des Rumpfmodells auf dieselbe Markierung des Netzmodells abgebildet werden.

ursachenden Variablen mit anderen Werten belegt werden, um zu zulässigen Problemlösungen zurückfinden zu können[148].

Auf dieser Basis lassen sich im Rumpfmodell für die Lösung des OR-Programms "intelligente" backtracking-Algorithmen konstruieren. Wenn im Lösungsbaum eines solchen Algorithmus an einem Knoten erkannt wird, daß die zuletzt erzeugte Lösung unzulässig ist, kann die Information von Netzmodell und Korrespondenzregeln für die Fortsetzung der Lösungssuche genutzt werden. Beim Rückwärtsschreiten im Lösungsbaum werden die inkonsistenzverursachenden Variablen ausgewählt und hinsichtlich ihrer Wertzuweisung modifiziert.

In den voranstehenden Ausführungen zur modellverknüpfenden Integrationsstrategie wurde stets vorausgesetzt, daß die Generierungs/Test-Lösungstechnik bei der Suche nach Problemlösungen im OR-Programm des Rumpfmodells angewendet wird. Durch diese Technik werden zunächst potentielle Problemlösungen erzeugt, indem den Entscheidungsvariablen konstante Werte aus ihren Definitionsbereichen zufällig oder systematisch zugewiesen werden[149]. Erst danach wird durch Kopplung mit dem Netzmodell getestet, ob diese Lösungsvorschläge auch zulässige Lösungen des zugrundeliegenden Realproblems darstellen.

Die Einschränkung auf die Generierungs/Test-Lösungstechnik mag auf den ersten Blick bedenklich anmuten. Denn leistungsfähige Lösungstechniken, wie z.B. die Simplex-Methode oder Kalküle der Differential- und Variationsrechnung, werden hierdurch ausgegrenzt. Doch lassen sich diese Lösungstechniken auch dann nicht anwenden, wenn in konventionellen OR-Programmen mit ganzzahligen Logikvariablen gearbeitet wird. Denn die Berücksichtigung logischer Sachverhalte bedeutet infolge der zweiwertigen Semantik klassischer Logikkalküle immer, daß Problemmodellierungen mit ganzzahligem Charakter resultieren. Für solche Modellstrukturen stellt die Generierungs/Test-Technik aber ein weitverbreitetes Lösungskonzept dar. Beispielsweise lassen sich branch and bound-Algorithmen ebenso wie die bereits oben kurz angesprochenen backtracking-Algorithmen als spezielle Ausprägungen dieses Konzepts auffassen.

6.2.3 Integration durch Modellvereinigung

Die modellvereinigende Integrationsstrategie setzt wie ihr modellverflechtendes Pendant ein Netzmodell für die logische Problembeschreibung und ein OR-Programm voraus, das als Rumpfmodell die nicht-logischen Problemaspekte abbildet. Es wird aber keine Schnittstelle zwischen den beiden Teilmodellen gebildet. Stattdessen wird versucht, das Netzmodell durch arithmetische Transformationen so in ein äquivalentes Ungleichungssystem zu überführen, daß letztes mit dem Rumpfmodell zu einem erweiterten OR-Programm als Gesamtmodell zusammengefaßt werden kann.

---

148) Dies ist allerdings nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für das Auffinden zulässiger Problemlösungen. Denn das Beseitigen einer Inkonsistenz schließt nicht aus, daß danach weitere Inkonsistenzen bei anderen Variablenbelegungen entdeckt werden. Darüber hinaus kann der Fall eintreten, daß durch eine modifizierte Variablenbelegung zwar aus logischer Perspektive konsistent ist, aber nunmehr im Rumpfmodell eine Nebenbedingung aus der Abbildung des Realproblems verletzt. Dann ist die betrachtete Problemlösung unzulässig, weil sie einer nicht-logischen Restriktion des Realproblems widerspricht.

149) Hierbei können die Nebenbedingungen des OR-Programms bereits berücksichtigt werden, müssen es aber nicht. Für die hier angestellten Überlegungen ist es lediglich von Bedeutung, daß Aspekte der logischen Problembeschreibung bei der Lösungsgenerierung noch nicht erfaßt wurden.

Die arithmetische Transformation läßt sich sowohl auf das Netzmodell N_A, das einer Konsistenzanalyse von Faktnetzen zugrundegelegt wurde, als auf ein erweitertes Netzmodell N_A* anwenden, das für eine Invariantenanalyse benutzt wurde. In beiden Fällen wird vorausgesetzt, daß zunächst alle Integritätsverletzungen durch aktivierte Fakten bzw. Inkonsistenten durch T-Invarianten aufgedeckt worden sind. Die T-Invarianten werden nur in dem Ausmaß berücksichtigt, in dem sie alle Bedingungen des Netztheorems erfüllen.

Der einfacheren Diktion halber werden alle diese Inkonsistenzen i.w.S. fortan nur noch als Inkonsistenzen angesprochen. Ferner wird vorausgesetzt, daß alle diese Inkonsistenzen in der formalen Netzsemantik als Markierungen eines Netzmodells N_A so repräsentiert werden, wie es bereits im vorangehenden Abschnitt für die modellverflechtende Integrationsstrategie erläutert wurde. Daher brauchen nur noch inkonsistenzspezifische Markierungsklassen und deren Elemente - die inkonsistenten Netzmarkierungen - berücksichtigt zu werden.

Ziel ist es, alle aufgedeckten Inkonsistenzen eines derart vorbereiteten Netzmodells N_A so in ein arithmetisches Ungleichungssystem USN zu transformieren, daß zwei Bedingungen erfüllt sind. Erstens muß das Ungleichungssystem USN genau die Information über alle aufgedeckten Invarianten enthalten (Äquivalenzbedingung). Zweitens muß es sich mit dem Ungleichungssystem USR, das im OR-Programm des Rumpfmodells alle nichtlogischen Nebenbedingungen ausdrückt, und mit den Zielbedingungen des OR-Programms zu einem Gesamtmodell integrieren lassen (Integrationsbedingung). Dieses Gesamtmodell soll daß das vorgegebene Realproblem vollständig abbilden.

Betrachtet wird zunächst der Alternativenraum des Rumpfmodells. Er wird durch die Definitionsbereiche der Entscheidungsvariablen für die Ermittlung potentieller Lösungsvektoren $\underline{x}$ aufgespannt. Zugleich wird er durch das Ungleichungssystem USR auf zulässige Lösungsvektoren $\underline{x}$ des Rumpfmodells eingeschränkt. Um in diesem Alternativenraum die logischen Sachverhalte aus der Problembeschreibung durch die Komplexaussage A einzubeziehen, können einerseits im Netzmodell N_A Integritätsverletzungen als Aktivierungen von Fakten ermittelt werden. Andererseits lassen sich im erweiterten Netzmodell N_A* Inkonsistenten als T-Invarianten bestimmen, die LAUTENBACHs Netztheorem erfüllen. Sie werden in äquivalente Klassen inkonsistenter Markierungen des ursprünglichen Netzmodells N_A transformiert.

Der Vorzug dieser netztheoretisch fundierten Vorgehensweise besteht darin, daß der Alternativenraum um keine Logikvariablen erweitert wird, deren Ganzzahligkeitsbedingungen hinsichtlich der Effizienz von Lösungsalgorithmen problematisch erscheinen. Es brauchen nur die konventionellen Entscheidungsvariablen des Rumpfmodells untersucht zu werden, sofern die Integration der logischen Problemaspekte aus dem Netzmodell N_A in das Rumpfmodell gelingt.

Aus der Invariantenanalyse eines Netzmodells werden die homogenen linear-ganzzahligen Gleichungssysteme für T-Invarianten $\underline{t}_h$ übernommen. Hinzu kommen für jede T-Invariante die rekursiven Gleichungssysteme für die Aktivierungen und Schaltakte von Transitionen in Schaltfolgen sowie die homogenen linear-ganzzahligen Gleichungssysteme für S-Invarianten[150], mit deren Hilfe sich die Erfüllung von LAUTENBACHs Netztheorem durch eine T-Invariante $\underline{t}_h$ innerhalb eines rein arithmetischen Kalküls

---

150) Es wird also für alle nachfolgend betrachteten T-Invarianten $\underline{t}_h$ unterstellt, daß sie jeweils die Nullmarkierung zu reproduzieren vermögen und daß die Subnetze, die von ihnen aufgespannt werden, jeweils keine nicht-trivialen S-Invarianten enthalten. Andernfalls werden die T-Invarianten aus den weiteren Überlegungen ausgeschlossen.

äquivalent ausdrücken läßt[151]. Die drei vorgenannten Gleichungssysteme werden konjunktiv verknüpft und fortan als ein umfassendes invariantenspezifisches Gleichungssystem behandelt. Da jedes solches Gleichungssystem als die Konjunktion zweier komplementärer Ungleichungssysteme dargestellt werden kann, wird vereinfachend vom Ungleichungssystem UST_h gesprochen. Das Ungleichungssystem UST_h ist das lineare arithmetische Äquivalent zur Erfüllung des Netztheorems durch genau eine T-Invariante $\underline{t}_h$ aus dem untersuchten Netzmodell N_A. Es repräsentiert die simultane Erfüllung der netztheoretischen Existenz-, Aktivierungs- und Subnetzbedingungen durch die inkonsistenzanzeigende T-Invariante $\underline{t}_h$.

Im Rahmen der Faktenanalyse eines Netzmodells können integritätsverletzende Aktivierungen von Fakten als Inkonsistenzen i.w.S. aufgedeckt werden. Jede solche Inkonsistenz, die durch die Aktivierung einer faktischen Transition t_i verursacht wird, läßt sich durch ein Ungleichungssystem USF_i äquivalent ausdrücken. Dieses Ungleichungssystem geht aus der Äquivalenzumformung desjenigen Gleichungssystems hervor[152], mit dessen Hilfe die Aktivierungsbedingung $AKT(t_i,\underline{M}_r)$ für Transitionen t_i und somit die Integritätsverletzung durch diese Transition definiert wurde.

Es ist möglich, daß weder im untersuchten Netzmodell N_A integritätsverletzende Faktenaktivierungen erkannt noch im erweiterten Netzmodell N_A* T-Invarianten existieren, die das Netztheorem als nicht-triviale Inkonsistenzen erfüllen. Dann wirkt sich die logische Problembeschreibung durch die Komplexaussage A nicht restriktiv aus. Das gesuchte Gesamtkann in diesem Sonderfall mit dem Rumpfmodell identifiziert werden. Die Inkonsistenzüberwachung des Netzmodells N_A ist durch den Nachweis, daß keine situativen Inkonsistenzen entstehen können, erfolgreich beendet. Fortan wird unterstellt, daß dieser Sonderfall nicht eingetreten ist.

Die Ungleichungssysteme UST_h und USF_i für die äquivalente arithmetische Repräsentation inkonsistenzanzeigender T-Invarianten $\underline{t}_h$ bzw. integritätsverletzender Aktivierungen von Fakten t_i erfüllen bislang noch nicht die oben aufgestellte Integrationsbedingung. Sie sind noch nicht mit den Lösungsvektoren $\underline{x}$ aus dem OR-Programm des Rumpfmodells verknüpft. Dieses vorläufige Defizit wird geschlossen, indem auf die inkonsistenten Markierungen aus den inkonsistenzspezifischen Markierungsklassen zurückgegriffen wird. Für jede Inkonsistenz werden die inkonsistenzspezifischen Markierungen der involvierten Inkonsistenzstellen betrachtet[153]. Auf diese Stellen und ihre Markierungen werden die Korrespondenzregeln KR_j angewendet, die eingeführt wurden, um die Entscheidungsvariablen aus dem OR-Programm des Rumpfmodells einerseits zu den Markierungen von Stellen s_j des Netzmodells und den zugehörigen Wahrheitswerten der jeweils repräsentierten atomaren Aussagen A_j andererseits zuzuordnen.

151) Vgl. dazu die Ausführungen im Abschnitt 4.2.

152) Bei dieser Transformation wird lediglich das Gleichungssystem durch ein äquivalentes System komplementärer Ungleichungen ersetzt.

153) Im Falle von Invariantenanalysen müssen diese Inkonsistenzstellen und ihre inkonsistenzspezifischen Markierungen durch die früher erläuterte Vorgehensweise aus der betrachteten T-Invariante und der Netzerweiterung um Literale abgeleitet werden. Bei Faktnetzanalysen fallen dagegen die Inkonsistenzstellen als Ein- oder Ausgangsstellen des jeweils aktivierten Fakts t_i unmittelbar an. Auch die inkonsistenzspezifischen Markierungen dieser Stellen lassen sich als Terme $M_r(s_j)$ direkt aus der erfüllten Aktivierungsbedingung für die faktische Transition t_i ablesen.

Allerdings muß einschränkend vorausgesetzt werden, daß sich die Korrespondenzregeln KR_j auf der Basis von Ungleichungssystemen[154] formulieren lassen. Denn nur so ist es möglich, ein Netzmodell nicht nur in sein arithmetisches Äquivalent zu transformieren, sondern auch mit dem OR-Programm des Rumpfmodells zu einem arithmetischen Gesamtmodell zu integrieren. Es wird vorausgesetzt, daß für die Korrespondenzregeln KR_j aller Inkonsistenzstellen s_j eines Netzmodells solche Ungleichungssysteme aufgestellt werden können. Hierin liegt eine wesentliche Einschränkung des vorgestellten Ansatzes. Denn Aussagen, welche die Auswahl einer bestimmten oder einer beschränkten Anzahl von Objekten aus einer endlichen Objektmenge betreffen[155], lassen sich auf diese Weise nicht berücksichtigen.

Zu solchen Aussagen zählen z.B. die Ausschließlichkeits- und Vollständigkeitsbedingungen von Zuordnungsproblemen, die ausdrücken, daß bestimmte Objekte nicht zugleich oder nicht mehrfach zugeordnet werden dürfen bzw. jedes Objekt (mindestens) einmal zugeordnet werden muß. Wenn für Aussagen dieser Art Korrespondenzregeln gebildet werden sollen, muß auf prädikatenlogische Formulierungen und komplexere Prädikat/Transition-Netze[156] zurückgegriffen werden. Da aber die Prädikatenlogik durch ihre Existenz- und Allquantoren Quantifizierungen über Objektmengen nur in der Weise zuläßt, daß durch mindestens ein Objekt- bzw. durch alle Objekte eine bestimmte Eigenschaft (Beziehung) erfüllt wird, bleibt auch dieses erweiterte Formulierungspotential für Korrespondenzregeln unbefriedigend. Daher ist die modellvereinigende Integrationsstrategie grundsätzlich auf den Fall beschränkt, in dem die Wahrheit aller atomaren Aussagen mit der Erfüllung von Ungleichungssystemen korrespondiert.

Andernfalls[157] muß entweder auf die modellvereinigende Integrationsstrategie verzichtet werden. Oder es werden den atomaren Aussagen, deren Wahrheitswerte nicht durch einfach zu handhabende Korrespondenzregeln an die Erfüllung von Ungleichungssystemen gebunden werden können, komplexere arithmetische Ausdrücke zugeordnet. Hierbei handelt es sich um Konstrukte, wie sie bei der konventionellen Methode, separate Logikvariablen einzuführen, gebildet werden[158]. Bei der letztgenannten Alternative erfolgt eine gemischte Vorgehensweise. Im Hinblick auf atomare Aussagen werden die - eingangs als "artifiziell" stigmatisierten - Konstruktionen aus Logikvariablen verwendet. Dies gilt zumindest für diejenigen atomaren Aussagen, die sich der Behandlung durch Ungleichungssysteme entziehen. Für Klauseln, die aus mehreren atomaren Aussagen zusammengesetzt sind, wird dagegen weiterhin die Natürlichkeit und Übersichtlichkeit der netztheoretischen Abbildung logischer Sachverhalte genutzt.

Dieser zweistufige Ansatz bietet den Vorzug, Logikvariablen dort einzusetzen, wo sie noch auf relativ einfache Konstruktionen beschränkt werden können. Denn sie dienen nur der Formulierung von Korrespondenzregeln für atomare Aussagen. Zugleich gewähren Netzmodelle auf der zweiten

154) In den meisten Fällen reicht die Betrachtung einer Ungleichung aus. Denn die Wahrheit einer atomaren Aussage korrespondiert oftmals mit der Erfüllung von nur einer Ungleichung. Dennoch werden hier Ungleichungssysteme zugelassen, um auch den Sonderfall zu abzudecken, daß die Wahrheit einer atomaren Aussage der Erfüllung einer Gleichung entspricht. Denn eine Gleichung wird in OR-Programmen zumeist als System aus zwei komplementären Ungleichungen dargestellt.

155) Mit Aussagen dieser Art setzt sich intensiv GABRIEL (1982), S. 44ff., auseinander.

156) Vgl. dazu die Anmerkungen zum Abschluß des 3. Abschnitts.

157) Fortan wird von den wenigen Ausnahmen abgesehen, daß die Heranziehung von prädikatenlogischen Formeln und Prädikat/Transition-Netzen zu einfachen Korrespondenzregeln führt. In diesen Fällen kann weiterhin an der modellvereinigenden Integrationsstrategie festgehalten werden.

158) Vgl. z.B. GABRIEL (1982), S. 44ff.

Stufe eine Repräsentation der zusammengesetzten Klauseln. Diese Darstellungsweise fällt im Regelfall kompakter und transparenter aus als die fortgesetzte Anwendung von Logikvariablen.

Fortan wird vorausgesetzt, daß sich für alle Markierungen von Inkonsistenzstellen s_j und die zugehörigen Wahrheitswerte der jeweils repräsentierten atomaren Aussagen A_j entsprechende Korrespondenzregeln KR_j auf der Basis von Ungleichungssystemen definieren lassen. Jedes solche Ungleichungssystem besitzt spezifische Geltung für die jeweils untersuchte Inkonsistenz und für deren jeweils betrachtete Inkonsistenzstelle s_j. Denn zwei Inkonsistenzen desselben Netzmodells können sich sowohl hinsichtlich ihrer Mengen aus Inkonsistenzstellen unterscheiden als auch für gleiche Inkonsistenzstellen verschiedene Markierungen aufweisen.

Des weiteren wird unterstellt, daß für jede Inkonsistenz bereits die äquivalente arithmetische Beschreibung durch ein Ungleichungssystem UST_h oder USF_i vorliegt, deren Ableitung schon früher erläutert wurde. Gesucht wird dann dasjenige Ungleichungssystem, das jeden Lösungsvektor $\underline{x}$ aus dem OR-Programm des Rumpfmodells mit den beiden zulässigen Markierungen $M_r(s_j)=1$ oder $M_r(s_j)=0$ einer Inkonsistenzstelle s_j und mit den korrespondierenden Wahrheitswerten "wahr" bzw. "falsch" der repräsentierten atomaren Aussage A_j verknüpft. Das inkonsistenz- und stellenspezifische Ungleichungssystem wird als System $UST_{h.j}$ oder $USF_{i.j}$ bezeichnet je nachdem, ob im betrachteten Einzelfall die Inkonsistenz auf einer T-Invariante $\underline{t}_h$ oder einem aktivierten Fakt t_i beruht.

Das Ungleichungssystem $UST_{h.j}/USF_{i.j}$ einer Inkonsistenzstelle s_j läßt sich in Abhängigkeit von ihrer inkonsistenzverursachenden Markierung $M_r(s_j)$ nur durch Rückgriff auf Indikatorvariablen formulieren, wie sie bereits seitens der konventionellen Abbildung logischer Sachverhalte in OR-Programmen verwendet werden. Hierdurch erfolgt (abermals) eine partielle Rückkehr zur Verwendung der eingangs kritisierten Logikvariablen. Sie bedeutet einen unvermeidbaren Nachteil der modellvereinheitlichenden Integrationsstrategie. Allein aus diesem Grund präferiert der Verf. die alternative modellverflechtende Integrationsstrategie, die in ihren Korrespondenzregeln ohne solche Logikvariablen auskommt. Darüber hinaus führen die Indikatorvariablen notwendig zu einer nichtlinearen Gestalt der Ungleichungssysteme $UST_{h.j}/USF_{i.j}$[159]. Allerdings brauchen keine separaten Indikatorvariablen eingeführt zu werden. Stattdessen lassen sich die Markierungen $M_r(s_j)$ selbst als Indikatorvariablen benutzen, da sie mit ihren beiden zulässigen Ausprägungen $M_r(s_j)=0$ und $M_r(s_j)=1$ den typischen binären Definitionsbereich von Logikvariablen besitzen.

Jeder Inkonsistenzstelle s_j mit der Markierung $M_r(s_j)$ wird ein verknüpfendes Ungleichungssystem $UST_{h.j}/USF_{i.j}$ zugeordnet. Hierbei bezeichnet $\underline{x}_j$ die Einschränkung eines Lösungsvektors $\underline{x}$ für das OR-Programm des Rumpfmodells auf jene Entscheidungsvariablen, von deren Wertzuweisungen der Wahrheitswert derjenigen atomaren Aussage A_j abhängt, die von der Stelle s_j repräsentiert wird. Die atomare Aussage A_j sei genau dann wahr, wenn durch den partiellen Lösungsvektor $\underline{x}_j$ das Ungleichungssystem $\underline{B}_j \cdot \underline{x}_j \leq \underline{b}_j$ erfüllt wird. Unter diesen Annahme läßt sich das verknüpfende Ungleichungssystem einer einzelnen Inkonsistenzstelle formulieren als:

$$UST_{h.j}/USF_{i.j}: \quad \begin{array}{l} (\underline{B}_j \cdot \underline{x}_j - \underline{b}_j) \cdot M_r(s_j) \leq 0 \\ \wedge\ (\underline{B}_j \cdot \underline{x}_j - \underline{b}_j) \cdot (1 - M_r(s_j)) \geq 0 \\ \wedge\ (\underline{B}_j \cdot \underline{x}_j - \underline{b}_j - M_r(s_j))^2 > 0 \end{array}$$

Die Konjunktion der Ungleichungssysteme $UST_{h.j}/USF_{i.j}$ für alle Inkonsistenzstellen s_j derselben Inkonsistenz liefert ein Ungleichungssystem UST_h^+/USF_i^+. Es leistet die Verknüpfung der jeweils betrachteten Inkon-

159) Vgl. dazu die nachfolgende formale Darstellung der beiden Ungleichungssysteme.

sistenz des Netzmodells mit Lösungsvektoren für das OR-Programm des Rumpfmodells. Falls die Inkonsistenz bereits als eine inkonsistenzanzeigende T-Invariante $\underline{t}_h$ durch ein Ungleichungssystem UST_h oder als integritätsverletzende Aktivierung einer Transition t_i durch ein Ungleichungssystem USF_i in eine äquivalente arithmetische Repräsentation transformiert wurde, führt die konjunktive Vereinigung des Ungleichungssystems UST_h/ USF_i mit dem Ungleichungssystem UST_h^+/USF_i^+ zu dem letztlich gesuchten Ungleichungssystem UST_h^*/USF_i^*.

Erst nach diesen aufwendigen Transformationen ist die arithmetische Einbettung einer einzelnen Inkonsistenz in das Rumpfmodell durch Erfüllung der Äquivalenz- und Integrationsbedingung abgeschlossen. Darüber hinaus gilt es, diese Einbettungsprozedur für *alle* im Netzmodell aufgedeckten Inkonsistenzen durch Abbildung auf inkonsistenzspezifische Ungleichungssysteme UST_h^* oder USF_i^* zu wiederholen. Die *adjunktive* Verknüpfung dieser Ungleichungssysteme UST_h^* und USF_i^* für einzelne Inkonsistenzen liefert das Ungleichungssystem USN, das die Ergebnisse der Konsistenzanalyse des Netzmodells N_A vollständig repräsentiert. Es determiniert die Menge aller Lösungsvektoren $\underline{x}$ des Rumpfmodells, die infolge logischer Inkonsistenzen unzulässig sind.

Schließlich muß noch die Integration des Ungleichungssystems USN mit dem Ungleichungssystem USR zu einem Ungleichungssystem USG vollzogen werden. Erstes gibt die Ergebnisse der Konsistenzanalyse des Netzmodells N_A wieder; zweites spezifiziert im OR-Programm des Rumpfmodells die Nebenbedingungen. Das Ungleichungssystem USR stellt das Gesamtsystem derjenigen Ungleichungen dar, die alle - sowohl logischen als auch nichtlogischen - Restriktionen des modellierten Realproblems ausdrücken. Gesucht ist ein arithmetisch formuliertes Gesamtmodell, das mit seinem Ungleichungssystem USG neben dem OR-Programm des Rumpfmodells mit seinem Ungleichungssystem USR auch die logische Problembeschreibung aus dem Netzmodell N_A durch das Ungleichungssystem USN umfaßt. Eine zulässige Lösung $\underline{x}$ des Rumpfmodells wäre eine insgesamt zulässige Problemlösung, wenn sie zugleich eine zulässige Lösung des erweiterten Gesamtmodells darstellt.

Für die Vereinigung von Rumpf- und Netzmodell können allerdings die zugehörigen Ungleichungssysteme USR bzw. USN nicht - wie sonst im Rahmen des Operations Research üblich - konjunktiv verknüpft werden. Denn zulässige Lösungen des Gesamtmodells müssen per constructionem einerseits als zulässige Lösungen des Rumpfmodells alle - intern konjunktiv verknüpften - Ungleichungen aus dem Ungleichungssystem USR erfüllen. Andererseits dürfen sie als logisch konsistente Lösungen des Lösungsmodells keines der Ungleichungssysteme UST_h^* oder USF_i^* aus dem - intern adjunktiv verknüpften - Ungleichungssystem USN erfüllen. Es resultiert ein schwer zu handhabender Komplex aus einem Ungleichungssystem USR, dessen Ungleichungen von jedem Lösungsvektor $\underline{x}$ simultan erfüllt werden müssen, und einem Ungleichungssystem USN, dessen adjunktiv zusammenhängenden Subgleichungssysteme von keinem Lösungsvektor $\underline{x}$ erfüllt werden dürfen[160].

Diese strukturelle Unterschiedlichkeit der zu integrierenden Ungleichungssysteme USR und USN bereitet bei der Einbettung der logischen Problemaspekte in das Rumpfmodell erhebliche lösungstechnische Schwierigkeiten[161]. Denn für jede Inkonsistenz, die im Netzmodell aufgezeigt und in ein Ungleichungssystem transformiert werden konnte, resultiert eine "Blase" unzulässiger Lösungen im Alternativenraum des Rumpfmodells. Jede Blase wird durch ein Ungleichungssystem UST_h^* oder USF_i^* als arithmetischem Äquivalent der jeweils betrachteten Inkonsistenz spezifiziert. Der Alternativenraum des Rumpfmodells wird durch diese inkonsistenzspezifischen Blasen in seinem Zusammenhang zerstört oder - bildlich gesprochen - "wie ein Schweizer Käse durchlöchert".

Dies hat die bedeutsame Konsequenz, daß konventionelle Lösungsalgorithmen des Operations Research, die zumeist die Konvexität des Raums zulässiger Lösungen voraussetzen, nicht mehr angewendet werden können. Der Konvexitätsverlust bedeutet eine wesentliche Beeinträchtigung der Lösungsfreundlichkeit. Allerdings würden die Ganzzahligkeitsbedingungen für Logikvariablen, die alternativ eingeführt werden müßten, die Konvexität des Alternativenraums ebenfalls zerstören.

Allerdings kann das Ungleichungssystem USG des Gesamtmodells grundsätzlich gelöst werden. Hierzu kommt z.B. die Gradientenmethode[162] in Betracht, sofern sie in der nachfolgend skizzierten Weise erweitert wird. Die Anwendungsmöglichkeit der Gradientenmethode wird dabei auf den Fall beschränkt, daß im Rumpfmodell das Zielsystem, das über dem Alternati-

---

160) Dieses Nebeneinander kann auch nicht dadurch aufgelöst werden, daß die Ungleichungen der Subsysteme UST_h^* oder USF_i^*, die nicht erfüllt werden dürfen, in ihre kontradiktorischen Gegenteile transformiert werden. Denn nach den logischen de Morgan-Gesetzen würde die Kontradiktion eines solchen Ungleichungssystemen UST_h^* bzw. USF_i^* zugleich seine ursprünglich konjunktiv verknüpften Ungleichungen in einen adjunktiven Zusammenhang überführen. Damit wären zwar die Negations-Operatoren eliminiert, die dem Erfüllungsverbot entsprechen. Aber das Gesamtmodell ließe sich nicht mehr als ein System von konjunktiv verknüpften Ungleichungen darstellen. Darüber hinaus wären die kontradiktorischen Gegenteile der unechten Ungleichungen aus dem Subsystem UST_h^* bzw. USF_i^*, die auch den Gleichheitsfall zulassen, echte Ungleichungen, die den Gleichheitsfall ausschließen. Solche echten Ungleichungen lassen sich aber mit konventionellen Lösungstechniken des Operations Research nur mit großen Mühen handhaben. Es entstünden also abermals erhebliche Lösungsschwierigkeiten.

161) Diese Probleme treten nur dann nicht auf, wenn für das Netzmodell keine situativen Inkonsistenzen i.w.S. existieren. Dann erfolgt keine blasenartige Einschränkung des Raums zulässiger Lösungen. Unter dieser Voraussetzung sind alle Lösungen des Rumpfmodells zugleich auch logisch zulässig. Es gibt keine denkmögliche Problemlösung, die mindestens einen Aspekt aus der logischen Problembeschreibung verletzen würde. Die Beschreibung problemrelevanter logischer Sachverhalte ist in diesem Fall bezüglich des Ungleichungssystems USR des Rumpfmodells abundant, weil das Netzmodell keine enthält. Solche abundanten logischen Problembeschreibungen wurde aber schon früher als Tautologien ohne Informationsgehalt für Realprobleme ausgegrenzt.

162) Vgl. ELLINGER (1985), S. 218ff.

venraum durch die Zielbedingungen eines OR-Programms aufgespannt wird, unimodularen Charakter besitzt[163].

Dann kann eine Lösung des Gesamtmodells mit der bestmöglichen Erfüllung des Zielsystems durch zufälliges Generieren einer beliebigen Ausgangslösung approximativ[164] aufgefunden werden. Wenn diese Ausgangslösung unzulässig ist, weil sie mindestens eines der Subungleichungssysteme UST_h^* oder USF_i^* aus dem Ungleichungssystem USN erfüllt, wird eine neue Ausgangslösung erzeugt. Dieser Erzeugungsprozeß wird so oft wiederholt, bis eine erste zulässige Problemlösung als Startpunkt der Suche nach einer (zielsystem-)optimalen Problemlösung im Alternativenraum gefunden ist. Falls dies nicht möglich sein sollte, wäre die Erkenntnis gewonnen, daß die logische Problembeschreibung mit dem Rumpfmodell nicht konsistent vereinbart werden kann. Es läge eine strukturelle Inkonsistenz des Gesamtmodells trotz vorausgesetzter struktureller Konsistenz des Netzmodells vor[165]. Sie bedeutete, daß alle logisch konsistenten und formal zulässigen Problemlösungen jeweils mindestens eine Nebenbedingung des Rumpfmodells verletzen, also mindestens einer nicht-logischen Restriktion des modellierten Realproblems widersprechen. Fortan wird vorausgesetzt, daß dieser Inkonsistenzfall nicht eintritt.

Vom Startpunkt einer zulässigen Ausgangslösung aus wird in der Richtung fortgeschritten, in der - auf der Grundlage des Gradienten des (funktional beschriebenen) Zielsystems - der Erfüllungsgrad des Zielsystems maximal erhöht wird. Wenn der Zielpunkt eines solchen Schrittes wieder eine zulässige Lösung darstellt, wird der Zielpunkt als neuer Startpunkt gesetzt und der zuvor beschriebene Teilprozeß der Lösungssuche wiederholt. Das Fortschreiten wird abgebrochen, wenn der Erreichungsgrad des Zielsystems in keiner Richtung verbessert werden kann. Dann ist eine lokal-optimale Problemlösung aufgefunden, die unter den o.a. Annahmen eine der gesuchten optimalen Problemlösungen darstellt.

Wenn während des Suchprozesses der Zielpunkt eines Schrittes unzulässig ist, weil er das Ungleichungssystem USR des Rumpfmodells verletzt, wird eine Modifizierung des Zielpunktes vorgenommen. Sie wird durch die Varianten der Gradientenmethode für konvexe Optimierungsmodelle in jeweils spezifischer Weise bestimmt. Falls die Unzulässigkeit dadurch verursacht wird, daß der Zielpunkt mindestens eines der Ungleichungssubsysteme UST_h^* oder USF_i^* aus dem Ungleichungssystem USN des Netzmodells erfüllt, muß der Zielpunkt in einer inkonsistenzspezifischen Blase logisch unzulässiger Problemlösungen liegen.

Dann könnte eine zulässige Lösung mit höherem Erfüllungsgrad des Zielsystems in der ursprünglich eingeschlagenen Fortschrittsrichtung jenseits der Blase unzulässiger Lösungen liegen. Daher wird zunächst ver-

---

163) Nur unter dieser Voraussetzung kann die Gradientenmethode auf das Rumpfmodell ohne Schwierigkeiten angewendet werden. Bei Multimodularität wären - etwa nach der Monte Carlo-Methode - mehrere der nachfolgend angeführten zulässigen Ausgangslösungen zu erzeugen, die im Alternativenraum zufällig (gleichmäßig) verteilt sind. Mit zunehmender Anzahl dieser Ausgangslösungen steigt die Wahrscheinlichkeit, daß sich unter den lokal-optimalen Problemlösungen, die von diesen Ausgangslösungen jeweils (approximativ) aufgefunden werden, auch die global-optimale Problemlösung (approximativ) befindet. Diese Erweiterung der Gradientenmethode läßt sich analog auf das Gesamtmodell anwenden.

164) Vgl. ELLINGER (1985), S. 219.

165) Eine solche strukturelle Inkonsistenz des Gesamtmodells stellt einen neuartigen, dritten Inkonsistenztyp dar, der neben die früher behandelten strukturellen und situativen Inkonsistenzen des Netzmodells tritt. Er läßt sich nicht aus der isolierten Analyse der logischen Problembeschreibung erkennen, sondern erst aus dem Zusammenspiel zwischen logischer und nicht-logischer Problembeschreibung im integrierten Gesamtmodell.

sucht, in unveränderter Suchrichtung die Blase zu überspringen. Dabei ist die Schrittweite möglichst klein zu bemessen, um nicht von einer Blase unzulässiger Lösungen in die nächste Blase zu springen und hierbei einen Zwischenbereich zulässiger Lösungen zu übersehen. Wenn ein neuer Zielpunkt gefunden ist, der eine zulässige Lösung darstellt und hierbei das Zielsystems höher erfüllt als die letzte zulässige Lösung, wird die Gradientenmethode wie oben skizziert fortgesetzt.

Sofern sich kein neuer zulässiger Zielpunkt mit höherem Erreichungsgrad des Zielsystems finden läßt, wird zu der letzten zulässigen Lösung zurückgekehrt. Von dort wird die Lösungssuche fortgesetzt, allerdings in einer anderen als der zuletzt gewählten Weise. Dabei können Suchrichtung oder Schrittweite gegenüber dem letzten Versuch, der in die Blase logisch unzulässiger Lösungen geführt hat, modifiziert werden.

Die voranstehenden Ausführungen belegen, daß die Integrationsstrategie der Modellvereinheitlichung einen außerordentlich hohen Ausführungsaufwand bereitet. Dies gilt sowohl absolut als auch relativ zur zuvor dargestellten modellverflechtenden Integrationsstrategie. Daher wird ihre Eignung für die Abstimmung zwischen Rumpf- und Netzmodellen vom Verf. grundsätzlich skeptisch beurteilt.

7 Ausblick: Konsistenz-Monitoring von Wissensbasen

Das netzbasierte Konsistenz-Monitoring läßt sich in mehrfacher Weise auf eine entsprechende Überwachung der Konsistenz von Expertensystemen übertragen. Allerdings werden die nachfolgenden Gedankenskizzen zur Verbindung von Netztheorie und KI-Forschung nicht im Detail ausgearbeitet. Dies überstiege den Erkenntnisrahmen dieses Beitrags, der primär auf die netzbasierte Konsistenzanalyse von logischen Problembeschreibungen aus der Perspektive des Operations Research abzielt.

7.1 Aussagenlogische Aspekte

Zunächst wird vorausgesetzt, daß Wissensbasen von Expertensystemen ausschließlich aus aussagenlogisch formulierten Produktionsregeln bestehen. Für solche aussagenlogischen Regelbasen läßt sich die contraintuitive Erkenntnis gewinnen, daß sie niemals inkonsistent sein können[166)], sofern ihre Regeln keine negierten atomaren Aussagen enthalten[167)]. Stattdessen sind logische Problembeschreibungen, die nur aus negatfreien Subjugaten bestehen, immer konsistent. Denn für jede endliche Konjunktion von negatfreien Subjugaten läßt sich mindestens eine Belegung ihrer atomaren Aussagen mit Wahrheitswerten konstruieren, bezüglich derer das Konjugat aller regelartigen Subjugate wahr ist[168)]. Folglich kann eine solche Regelbasis keine Kontradiktion enthalten. Erst die Zusammenführung der Regelbasis mit Faktenwissen, das in der Feststellung der Wahrheit einzelner atomarer Aussagen oder ihrer Negate besteht[169)], kann zu strukturellen oder situativen Inkonsistenzen führen. Fortan werden Wissensbasen vorausgesetzt, die aus Regeln und Fakten bestehen.

Auf solche Wissensbasen lassen sich die netztheoretisch fundierten Instrumente des Konsistenz-Monitoring anwenden, die in den voranstehenden Abschnitten erläutert wurden, falls Regeln und Fakten mit den Aus-

---

166) Im Abschnitt 7.2 wird allerdings aufgezeigt, daß sich in prädikatenlogischen Kontexten durchaus Inkonsistenzen auch dann aufweisen lassen, wenn die Regeln die nachfolgend angeführte Einschränkung nicht erfüllen. Diese Erkenntnis besitzt größere Praxisrelevanz als die o.a. aussagenlogische Feststellung, weil die Produktionsregeln von Expertensystemen im allgemeinen die Ausdruckskraft prädikatenlogischer Subjugate erfordern.

167) Der Ausschluß von Negationen ist erforderlich, wie folgendes einfaches Gegenbeispiel zeigt. Die Komplexaussage

$A \Leftrightarrow ((A_1 \rightarrow A_2) \wedge (A_2 \rightarrow A_1) \wedge (A_1 \rightarrow \neg A_2) \wedge (\neg A_1 \rightarrow A_2))$

$\Leftrightarrow ((\neg A_1 \vee A_2) \wedge (\neg A_2 \vee A_1) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_2) \wedge (A_1 \vee A_2))$

besteht vor ihrer Äquivalenztransformation in die konjunktive Normalfrom nur aus Subjugaten, ist aber inkonsistent. Denn es läßt sich keine konsistente Wahrheitswertzuweisung zu ihren atomare Aussageen finden, welche die Aussage A wahr werden läßt.

168) Beispielsweise enthält folgende Komplexaussage trotz ihrer scheinbaren Widersprüchlichkeit keine Kontradiktion:

$A \Leftrightarrow ((A_1 \rightarrow A_2) \wedge (A_2 \rightarrow A_4) \wedge (A_1 \rightarrow A_3) \wedge (A_3 \rightarrow \neg A_4))$

Denn der Widerspruch $A_4 \wedge (\neg A_4)$ braucht keineswegs realisiert zu werden. Beispielsweise liefert die Zuordnung des Wahrheitswerts "wahr" zu den atomaren Aussagen A_2 und A_4 sowie des Wahrheitswerts "falsch" zu den atomaren Aussagen A_1 und A_3 für die Komplexaussage A den Wahrheitwer "wahr". Folglich kann die Komplexaussage keine Kontradiktion enthalten.

169) Der Faktenbegriff der KI-Forschung ist daher deutlich von Faktenbegriff der Netztheorie zu unterscheiden.

drucksmitteln der Aussagenlogik formuliert sind. Dieser Aspekt wird jedoch nicht weiter vertieft. Denn die früheren Ausführungen brauchen lediglich aus dem Bereich des Operations Research in den der Künstlichen Intelligenz analog übertragen zu werden. Stattdessen wird die Bedeutung von LAUTENBACHs Netztheorem für die KI-Forschung herausgestellt. Zentraler Ansatzpunkt hierbei ist, daß das Theorem eine tiefliegende Korrespondenz zwischen der logischen Beweismethode des Resolutionskonzepts einerseits und den ganzzahligen Lösungen linearer Gleichungssysteme andererseits aufdeckt.

Das Resolutionskonzept[170] ermöglicht es, die Wahrheit von logischen Formeln[171] zu beweisen. Sein herausragendes Merkmal ist es, aufgrund seiner rein syntaktischen ("formalen") Vorgehensweise durch Automatische Informationsverarbeitungssystem vollständig und - im Vergleich zu "klassischen" Deduktionskonzepten - relativ leicht implementiert werden zu können. Daher findet es seitens der KI-Forschung besondere Beachtung.

Ein Charakteristikum des Resolutionskonzepts liegt in seinem Refutationsprinzip. Aufgrund dieses Prinzips wird die Wahrheit einer Aussage nicht direkt bewiesen. Stattdessen wird versucht, die Inkonsistenz des kontradiktorischen Gegenteils der zu beweisenden Aussage aufzuzeigen. Dabei wird ein Rahmen von Axiomen unterstellt, die jeweils als wahr vorausgesetzt werden. Das fundamentale Resolutionstheorem besagt, daß eine Komplexaussage in konjunktiver Normalform *genau dann* eine immer falsche Aussage (Kontradiktion) darstellt, wenn sich aus ihr qua Resolution die Leerklausel ableiten läßt. Daher endet ein Resolutionsversuch erfolgreich, wenn es gelingt, aus dem Konjugat von Axiomen und zu beweisender, aber negierter Aussage die Leerklausel $\emptyset$ abzuleiten[172]. Im Falle einer erfolgreich abgeschlossenen Resolutionsprozedur ist es inkonsistent, zugleich die Wahrheit aller vorausgesetzten Axiome und die Wahrheit der zu beweisenden, aber negierten Aussage anzunehmen. Da das Axiomensystem als wahr vorausgesetzt wurde, kann die festgestellte Inkonsistenz nur aus der Annahme resultieren, das Negat der zu beweisenden Aussage

170) Vgl. ROBINSON (1965), S. 23ff.; ITZINGER (1976), S. 45ff.; BIBEL (1982), S. 119ff.; LEVI (1986), S. 398f.

171) Das Resolutionskonzept erstreckt sich in seiner einfachsten Variante auf den Beweis der Wahrheit aussagenlogischer Formeln. Doch kann es durch Integration des Unifikationskonzepts so erweitert werden, daß sich auch die Gültigkeit prädikatenlogischer Formeln überprüfen läßt. Vgl. dazu die Darstellung des Unifikationskonzepts durch SIEKMANN (1987), S. 366ff.; vgl. insbesondere SIEKMANN (1987), S. 372, hinsichtlich der Verknüpfung von Resolutions- und Unifikationskonzept.

172) Diese Formelableitung stellt keine wahrheitserhaltende Formeltransformation dar, wie es bei konventionellen logischen Formeltransformationen der Fall ist. Die Ableitungsprozedur erhält nur den Konsistenzstatus der untersuchten Formeln, d.h. eine (in)konsistente Formel behält diese - anfangs noch unbekannte - Eigenschaft bei jedem resolutionsbedingten Ableitungsschritt. Es handelt sich daher um eine konsistenzäquivalente Formeltransformation.
Jeder Ableitungsschritt besteht bei der Betrachtung des einfachen aussagenlogischen Anwendungsfalls darin, zwei Klauseln aus einer Komplexaussage in konjunktiver Normalform zu betrachten, in denen dieselbe atomare Aussage A_j einmal als Literal $L_j \Leftrightarrow A_j$ und das andere Mal als Literal $L_j \Leftrightarrow \neg A_j$ vorkommt. Dabei wird vorausgesetzt, daß die beiden Klauseln nur genau ein solches Paar komplementärer Literale enthalten. (Andernfalls entstehen Komplikationen, die im Netztheorem durch die Subnetzbedingung berücksichtigt werden. Hierauf wird nachfolgend zurückgekommen.) Als "Resolvente" wird diejenige Klausel gebildet, die alle Literale aus den beiden betrachteten Klauseln adjunktiv verknüpft - mit Ausnahme des einen Paars komplementärer Literale, die eliminiert werden. Beispielsweise gilt folgende konsistenzäquivalente Resolventenbildung durch Eliminierung der komplementären Literale A_2 und $\neg A_2$ mit "$\vdash$" als Operator der syntaktischen Ableitungsbeziehung:
$((A_1 \vee A_2) \wedge (\neg A_2 \vee \neg A_3)) \vdash (A_1 \vee \neg A_3)$

sei wahr. Aus dem Prinzip des tertium non datur[173] folgt, daß im Falle eines erfolgreichen Resolutionsversuchs mit dem wahr vorausgesetzten Axiomensystem nur die Wahrheit der zu beweisenden Aussage in ihrer ursprünglichen, nicht-negierten Form konsistent vereinbart werden kann[174]. Verkürzt läßt sich dieses Refutationsprinzip auch so formulieren[175]: Eine zu beweisende Aussage ist genau dann wahr, wenn ein Resolutionsversuch für das Negat einer zu beweisenden Aussage erfolgreich verläuft.

Falls es dagegen nicht gelingt, die Leerklausel abzuleiten, bleibt die Wahrheit der negierten Aussage im allgemeinen unbestimmt. Zwar läßt sich die Wahrheit der negierten Aussage beim Scheitern eines Resolutionsversuchs mit der Wahrheit des Axiomensystems konsistent vereinbaren. Gleiches kann aber auch für die ursprüngliche Aussage gelten[176]. Obwohl die Wahrheit sowohl der ursprünglichen als auch der negierten Aussage der Wahrheit des Axiomensystems nicht zu widersprechen brauchen, kann aber aufgrund ihrer kontradiktorischen Beziehung nur entweder die zu beweisende Aussage oder aber ihr Negat wahr sein. Welche von beiden diese Qualität besitzt, läßt sich aus einem fehlgeschlagenen Resolutionsversuch im allgemeinen nicht ableiten. Nur unter speziellen Zusatzannahmen impliziert die Unmöglichkeit, eine Leerklausel durch Resolution zu erzeugen, nicht nur die Konsistenz, sondern auch die Wahrheit der negierten Aussa-

---

173) Dieses Prinzip, das für alle klassischen Logikkalküle gilt, legt fest, daß immer entweder eine Aussage oder deren Negat wahr sein muß - eine dritte Möglichkeit ist logisch ausgeschlossen.

174) Dabei wird von Implementierungsdefekten des Resolutionskonzepts abstrahiert. Diese können dazu führen, daß eine Resolutionsprozedur erfolglos abgebrochen wird, obwohl sich die Wahrheit einer zu beweisenden Aussage mit dem wahr vorausgesetzten Axiomensystem konsistent vereinbaren läßt. Ein solcher Fehlschluß kann darauf beruhen, daß für die vollständige Ausführung der Resolutionsprozedur keine hinreichenden Informationsverarbeitungsressourcen bestehen. Oder die Resolutionsprozedur verfängt sich in einer Endlosschleife, die zwar konzeptionell nicht existiert, aber implementierungstechnisch erzwungen wird. Auch dann muß die Resolutionsprozedur bei endlichen Verarbeitungsressourcen erfolglos abgebrochen werden. In solchen Fällen besteht keine Äquivalenz mehr zwischen erfolgreichen Resolutionsversuchen und Konsistenzbeweis für die jeweils untersuchte Aussage.

175) Die Verkürzung liegt erstens in der Vernachlässigung des als wahr vorausgesetzten Axiomensystems. Hierdurch geht zweitens die Unterschiedlichkeit zwischen der Falschheit einer Aussage und der Inkonsistenz der Annahme, diese Aussage und das vorausgesetzte Axiomensystem seien zugleich wahr, verloren. Auf die Differenz zwischen Falschheit und Inkonsistenz wurde schon früher im Zusammenhang mit logischen Problembeschreibungen hingewiesen.

176) Dies wäre durch einen zweiten Resolutionsversuch zu überprüfen, bei dem in komplementärer Weise davon ausgegangen würde, die Wahrheit der negierten Aussage zu beweisen.

ge[177]. Ausschließlich dann beweist das Scheitern des Resolutionsversuchs zugleich die Falschheit der zu beweisenden ursprünglichen Aussage.

Die voranstehend skizzierte Inferenzlogik des Resolutionskonzepts wird anhand eines stark vereinfachten Beispiels verdeutlicht. Gegeben ist eine Menge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; A_3\}$ aus konjunktiv verknüpften Klauseln als Wissensbasis. Die Produktionsregel $A_1 \rightarrow A_2$ und die beiden Fakten A_1 und A_2 werden axiomatisch als wahr vorausgesetzt. Die Wahrheit der faktischen Aussage A_3 wird mittels einer Resolutionsprozedur durch Annahme des Negats $\neg A_3$ überprüft. Diese Prozedur muß scheitern, da sich aus der Klauselmenge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; \neg A_3\}$ niemals die Leerklausel ableiten läßt. Aus dem fehlgeschlagenen Resolutionsversuch folgt, daß sich die negierte Aussage $\neg A_3$ mit den anderen drei Aussagen konsistent vereinbaren läßt. Ebenso würde aber die komplementäre Resolutionsprozedur für die Klauselmenge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; A_3\}$ scheitern. Hiermit wäre nachgewiesen, daß auch die ursprüngliche Aussage A_3 mit den drei erstgenannten Aussagen widerspruchsfrei vereinbart werden kann. Folglich sind die Wahrheitsstati der Aussage A_3 und ihres Negats $\neg A_3$ unbekannt[178].

---

177) Eine typische Zusatzannahme besteht z.B. in der Unterstellung, daß die Wissensbasis eines Expertensystems ein geschlossenes Weltmodell darstellt. Ein solches Modell liegt vor, wenn die Wissensbasis alle wahren Aussagen über die modellierte Welt enthält. Dabei können die wahren Aussagen entweder als faktische oder regelartige Aussagen explizit formuliert vorliegen oder aber aus jenen Fakten und Regeln durch Inferenzprozesse abgeleitet werden. Es wird eine Aussage betrachtet, deren Wahrheit es zu beweisen gilt. Unter der Prämisse eines abgeschlossenen Weltmodells muß die konjunktive Verknüpfung der Negation dieser Aussage mit der übrigen Wissensbasis eine Kontradiktion bilden, *falls* die zu beweisende Aussage tatsächlich wahr ist. Denn aufgrund der Abgeschlossenheit des Weltmodells ist diese Aussage in der Wissenbasis bereits explizit oder implizit enthalten, sofern die Aussage wahr ist. Dann bildet die Konjunktion der Wissensbasis, die diese wahre Aussage notwendig enthält, mit dem Negat dieser Aussage eine Kontradiktion. Dies wird durch eine Resolutionsprozedur aufgrund der Vollständigkeit des Resolutionskonzepts zuverlässig aufgedeckt. Sollte also ein Resolutionsversuch dennoch scheitern, so kann die ursprüngliche Prämisse, die zu beweisende Aussage sei tatsächlich wahr, nicht zutreffen. Daher implizieren hier das erfolglose Abbrechen der Resolutionsprozedur *und* die Annahme eines vollständigen Weltmodells die Falschheit der zu beweisenden Aussage und die Wahrheit ihres Negats ("negation by failure"). Vgl. zu diesem "negation by failure"-Prinzip KOWALSKI (1983), S. 138f.

178) Falls jedoch die Wissensbasis als geschlossenes Weltmodell präsupponiert wird, ergibt sich aus dem ersten gescheiterten Resolutionsversuch, daß die negierte Aussage $\neg A_3$ nicht nur konsistent bezüglich der ersten drei Aussagen aus der Klauselmenge, sondern auch wahr ist. Allerdings würde eine zweite Anwendung der Resolutionsprozedur auf die nunmehr als konsistent nachgewiesene Klauselmenge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; \neg A_3\}$ unter derselben Prämisse einer geschlossenen Weltmodellierung zu dem widersprüchlichen Resultat führen, daß die Aussage A_3 wahr sein müßte. Denn der Versuch, die Inkonsistenz des Negats der Aussage $\neg A_3$ - also der Aussage A_3 - bezüglich der ersten drei Klauseln nachzuweisen, würde ebenfalls scheitern. Die Wahrheit der Aussage A_3 widerspräche aber der o.a. Folgerung aus dem ersten gescheiterten Resolutionsversuch, daß das Negat $\neg A_3$ dieser Aussage wahr sei.
Diese Inkonsistenz besteht aber nur scheinbar. Denn es wurde übersehen, daß die Auszeichnung einer Wissensbasis als geschlossenes Weltmodell verbietet, nach dem ersten Resolutionsergebnis - der Wahrheit aller Klauseln aus der Menge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; \neg A_3\}$ - zu versuchen, die Inkonsistenz der Aussage A_3 bezüglich der ersten drei Klauseln nachzuweisen. Die Klauselteilmenge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2\}$ wäre nämlich nicht mehr ein vollständiges Weltmodell, weil sie die als wahr "erkannte" Aussage $\neg A_3$ nicht enthält. Dies verletzt aber die präsupponierte Charakteristik der Wissensbasis, ein vollständiges Weltmodell darzustellen. Hiermit würde sich nur vertragen, die Inkonsistenz der Aussage A_3 bezüglich der vollständigen Menge $\{A_1 \rightarrow A_2; A_1; A_2; \neg A_3\}$ zu überprüfen. In diesem Fall würde aber der Resolutionsversuch schnell erfolgreich enden, indem aus den Klauseln A_3 und $\neg A_3$ die Leerklausel $\emptyset$ als Resolvente gebildet wird.

Einen interessanten Beitrag vermag LAUTENBACHs Netztheorem zur präzisen Ausformulierung des Resolutionskonzepts zu leisten. Denn die Aktivierungs- und Subnetzbedingungen des Netztheorems verweisen auf ein Formulierungsdefizit bei den meisten Beschreibungen von Resolutionsalgorithmen in Übersichtswerken der KI-Forschung[179]. Die Formulierungslücke erstreckt sich auf die Behandlung von je zwei Klauseln, die *mehrere* Paare komplementärer Literale enthalten.

Zwei Literale werden als komplementär bezeichnet, wenn sie verschieden sind, aber dieselbe atomare Aussage A_j enthalten. Solche Paare komplementärer Literale liegen notwendig in der Gestalt $(L_{i.j},L_{q.j})<=>(A_j,\neg A_j)$ vor. Mit ihrer Hilfe wird die Basisoperation des Resolutionskonzepts definiert. Zwei Klauseln K_i und K_q lassen sich durch diese Operation zu einer reduzierten Klausel $K_{i.q}$ – der Resolvente – zusammenfassen, falls eine atomare Aussage A_j in der einen Klausel K_i als Literal $L_{i.j}<=>A_j$ und in der anderen Klausel als Literal $L_{q.j}<=>\neg A_j$ enthalten ist. Dann ist die Resolvente das Adjugat aller Literale aus den Klauseln K_i und K_q bis auf die beiden komplementären Literale $L_{i.j}$ und $L_{q.j}$, die ersatzlos eliminiert werden.

Bei dieser Beschreibung der basalen Resolutionsoperation wird meistens implizit unterstellt, daß sich die beiden Klauseln vor ihrer Resolution nur genau ein Paar komplementärer Literale teilen. Dies ist auch der Standardfall aller exemplarischen Verdeutlichungen von Resolutionsalgorithmen. Es wird aber nicht explizit auf den Sonderfall eingegangen, daß zwei Klauseln mehrere Paare komplementärer Literale umfassen. Es bleibt offen, ob die Resolutionsoperation dann nicht angewendet werden darf oder ob sie – falls sie anwendbar bleibt – in spezieller Weise modifiziert werden muß. Es lassen sich grundsätzlich drei Optionen vorstellen, diese Explizierungslücke zu schließen.

Erstens könnte die Basisoperation der Resolventenbildung auf mehrere Paare komplementärer Literale ausgedehnt werden. Diese Vorgehensweise führt jedoch unmittelbar zu Fehlern. Denn die Komplexaussage A mit $A<=>(A_1 \vee A_2) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_2)$ würde durch die simultane Eliminierung der Paare $(A_1,\neg A_1)$ und $(A_2,\neg A_2)$ zur Leerklausel $\emptyset$ resolviert. Aufgrund des Resolutionstheorems müßte die Komplexaussage A eine Kontradiktion darstellen, also unter allen kombinatorisch möglichen Wahrheitswertzuweisungen falsch sein. Dies widerspricht aber der Interpretation der Komplexaussage A durch die Wahrheitswerte "wahr" und "falsch" für die atomaren Aussagen A_1 bzw. A_2. Denn zumindest[180] dann ist die Komplexaussage A wahr.

Die zweite Option besteht darin, die Basisoperation unverändert anzuwenden, und zwar jeweils nur auf genau ein Paar komplementärer Literale. Dann enthält die Resolvente zweier Klauseln, die ursprünglich mehrere solcher Literal-Paare besessen haben, mindestens ein tautologisches Teiladjugat $A_j \vee \neg A_j$. Da ein Adjugat notwendig wahr ist, sobald es ein tautologisches Teiladjugat umfaßt, kann die Resolvente in diesem Fall niemals die Leerklausel sein. Trotzdem läßt sich diese Resolvente mit der gewöhnlichen Voraussetzung nicht vereinbaren, daß in einer Klausel eine atomare Aussage höchstens einmal enthalten sein darf. Darüber hinaus wird in den oben angesprochenen Beschreibungen von Resolutionsalgorithmen nicht

179) Beispielsweise findet sich das nachfolgend erläuterte Formulierungsdefizit bei ITZINGER (1976), S. 45ff., und LEVI (1986), S. 398f. Allerdings ist es erstaunlich, daß LAUTENBACH (1985a), S. 3, bei seiner Darstellung des Resolutionskonzepts selbst jene unvollständige Formulierungsweise wählt.

180) Tatsächlich ist die Komplexaussage auch in dem zweiten Fall wahr, in dem den atomaren Aussagen A_1 und A_2 die jeweils entgegengesetzten Wahrheitswerte "falsch" bzw. "wahr" zugeordnet werden.

erläutert, wie mit solchen tautologischen Resolventen weiter verfahren werden soll.

Als dritte Option steht offen, eine Resolventenbildung grundsätzlich auszuschließen, sobald zwei Klauseln mehrere Paare komplementärer Literale besitzen. Der Verf. vermutet, daß diese letzte Option eine korrekte Präzisierung des aussagenlogischen Resolutionskonzepts darstellt. Anstelle eines stringenten Beweises dieser Vermutung, der den Rahmen dieser Ausarbeitung sprengen würde, läßt sie sich durch eine Plausibilitätsargumentation rechtfertigen, die auf LAUTENBACHs Netztheorem zurückgreift. Der Einfachheit halber werden nachfolgend nur solche Klauselpaare als Resolutionskandidaten behandelt, die ausschließlich aus Paaren komplementärer Literale bestehen[181].

Die Menge aller Klauselpaare (K_i,K_q), die mindestens zwei Paare $(L_{i.j},L_{q.j})$ komplementärer Literale enthalten, kann in zwei Klassen zerlegt werden. Die erste Klasse umfaßt alle Klauselpaare, bei denen alle Literale $L_{i.j}$ mit $L_{i.j} \Leftrightarrow A_j$ zu der einen Klausel und alle Literale $L_{q.j}$ mit $L_{q.j} \Leftrightarrow \neg A_j$ zu der anderen Klausel gehören (homogene Klauselpaare). Die zweite Klasse erstreckt sich auf alle Klauselpaare, in denen jede Klausel mindestens ein Literal $L_{i/q.j}$ mit $L_{i/q.j} \Leftrightarrow A_j$ und mindestens ein Literal $L_{i/q.j}$ mit $L_{i/q.j} \Leftrightarrow \neg A_j$ besitzt (heterogene Klauselpaare). Beispielsweise bilden die Klauseln $K_i \Leftrightarrow A_{i.1} \vee A_{i.2}$ und $K_q \Leftrightarrow \neg A_{q.1} \vee \neg A_{q.2}$ ein homogenes Klauselpaar, die Klauseln $K_i \Leftrightarrow A_{i.1} \vee \neg A_{i.2}$ und $K_q \Leftrightarrow \neg A_{q.1} \vee A_{q.2}$ dagegen ein heterogenes Klauselpaar.

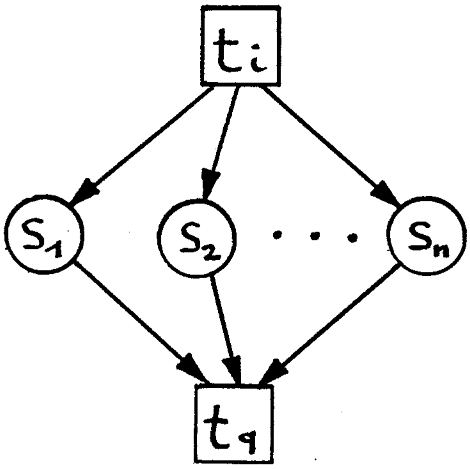
In Netzmodellen werden die vorgenannten Klauselpaare durch jeweils zwei Transitionen und inzidente Stellen für die atomaren Aussagen der komplementären Literalpaare repräsentiert. Dabei besitzen die Netzmodelle von homogenen Klauselpaaren eine Topologie mit eindeutig gerichtetem Markenfluß, wie in Abb. 11 verdeutlicht wird. Die Topologie von Netzmodellen für heterogene Klauselpaare zeichnet sich dagegen durch jeweils mindestens einen zirkularen Markenfluß aus, der in Abb. 12 angedeutet wird.

Mit der Resolventenbildung für zwei Klauseln K_i und K_q durch Eliminieren komplementärer Literalpaare ist im Netzmodell des Klauselpaars (K_i,K_q) eine spezielle Reduktionsoperation äquivalent. Hierbei werden die Transitionen t_i und t_q, die mit den Klauseln K_i bzw. K_q korrespondieren, miteinander identifiziert. Die resultierende eine neue Transition $t_{i.q}$ repräsentiert die Resolventen-Klausel $K_{i.q}$ für die beiden Klauseln K_i und K_q. Zugleich werden die Stellen s_j, welche die atomaren Aussagen A_j aus komplementären Literalpaaren repräsentieren (komplementäre Stellen), einschließlich ihrer adjazenten Kanten zu den Transitionen t_i und t_q

181) Falls diese vereinfachende Voraussetzung nicht erfüllt ist, enthält mindestens eine der zwei betrachteten Klauseln mindestens eine weitere atomare Aussage A_j oder deren Negat enthalten, ohne daß das komplementäre Literal in der jeweils anderen Klausel vorkommt. Dies entspricht im Netzmodell des Klauselpaars (K_i,K_q) einer Stelle s_j für die atomare Aussage A_j, die nur mit einer der beiden Transitionen t_i und t_q für die Klauseln K_i bzw. K_q durch eine Kante verknüpft ist (singuläre Stelle). Vgl. dazu auch die Netzkonstruktionen in den nachfolgenden Abb. 11 und Abb. 12, denen jeweils die o.a. vereinfachende Voraussetzung zugrundeliegt. Die spezielle Netzreduktion, die weiter unten als netztheoretisches Äquivalent der basalen Resolutionsoperation eingeführt wird, wirkt sich jedoch auf die singuläre Stelle in keiner Weise aus. Da die Zulässigkeit der Resolventenbildung auf die Zulässigkeit der speziellen Netzreduktion zurückgeführt wird, folgt aus der Irrelevanz singulärer Stellen für die Netzreduktion die Irrelevanz der jeweils repräsentierten zusätzlichen atomaren Aussagen A_j, die an keinen komplementären Literalen teilhaben. Folglich brauchen diese im folgenden nicht näher berücksichtigt zu werden.

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{t}_h = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$



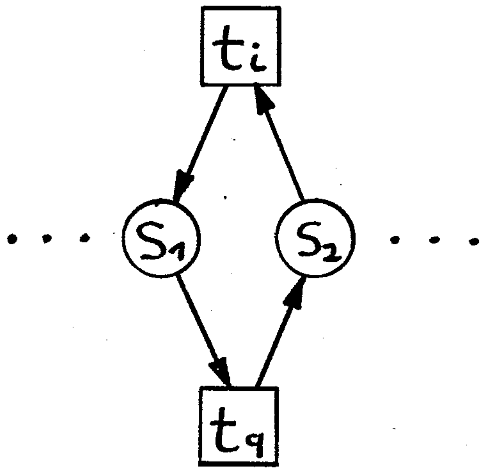
$\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$, aber z.B.: $\underline{C}^{tr}\cdot\underline{s}_{h.1}=\underline{C}^{tr}\cdot\underline{s}_{h.2}=\underline{0}$

mit: $\underline{s}_{h.1}{}^{tr}=(+1,-1,0,\dots,0)\neq\underline{0}$, $\underline{s}_{h.2}{}^{tr}=(-1,+1,0,\dots,0)\neq\underline{0}$

Abb. 11: Netzmodell für ein homogenes Klauselpaar (K_i, K_q)
mit: $K_i \Leftrightarrow A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n$, $K_q \Leftrightarrow \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_n$

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{t}_h = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$



$\underline{C}\cdot\underline{t}_h=\underline{0}$, aber z.B.: $\underline{C}^{tr}\cdot\underline{s}_{h.1}=\underline{C}^{tr}\cdot\underline{s}_{h.2}=\underline{0}$

mit: $\underline{s}_{h.1}{}^{tr}=(+1,+1)\neq\underline{0}$, $\underline{s}_{h.2}{}^{tr}=(-1,-1)\neq\underline{0}$

sowie für $\underline{M}_0{}^{tr}=(0,0)$: $\neg$AKT(t_i, $\underline{M}_0$) und $\neg$AKT(t_q, $\underline{M}_0$)

Abb. 12: Netzmodell für ein heterogenes Klauselpaar (K_i, K_q)
mit: $K_i \Leftrightarrow \dots \vee A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots$, $K_q \Leftrightarrow \dots \vee \neg A_1 \vee A_2 \vee \dots$

getilgt[182]. Das Ableiten der Leerklausel bei Resolutionsprozeduren bedeutet in Netzmodellen, die klauselrepräsentierenden Transitionen so lange miteinander zu identifizieren und hierbei komplementäre Stellen zu eliminieren, bis nur noch eine isolierte Transition als Repräsentation der Leerklausel übrigbleibt.

Die zentrale Bedeutung von LAUTENBACHs Netztheorem liegt darin, die Bedingungen festzulegen, unter denen die voranstehende Netzreduktion zulässig ist. Die Netzreduktion darf nur dann ausgeführt werden, wenn das (Teil-)Netz aus den beiden Transitionen t_i und t_q, die zusammen mit ihren inzidenten Stellen und adjazenten Kanten ein Klauselpaar (K_i,K_q) repräsentieren, der Existenz-, der Aktivierungs- und der Subnetzbedingung des Netztheorems gerecht werden.

Aufgrund der Äquivalenz zwischen Netzreduktion und aussagenlogischer Resolutionsoperation läßt sich aus der Zulässigkeit der ersten auf die Zulässigkeit der zweiten zurückschließen. Daher kann die oben aufgeworfene Frage, ob Klauselpaare mit mehreren komplementären Literalpaaren resolviert werden dürfen, dadurch beantwortet werden, daß überprüft wird, ob die Reduktion des korrespondierenden Netzmodells alle drei Bedingungen des Netztheorems erfüllt. Genau das ist aber nicht der Fall.

Bei homogenen Klauselpaaren besitzt das korrespondierende Netzmodell (Abb. 11) zwar eine semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ mit $\underline{t}_h^{tr}=(1,1)$, die unter der Nullmarkierung aktiviert ist und diese Markierung als Schaltfolge $\langle t_i,t_q \rangle$ auch reproduziert. Doch wird die Subnetzbedingung verletzt. Das charakteristische Subnetz SN_h der T-Invariante $\underline{t}_h$ fällt mit dem Netzmodell zusammen. Es besitzt für jedes Paar komplementärer Stellen mindestens zwei nicht-triviale S-Invarianten $\underline{s}_{h.1}$ und $\underline{s}_{h.2}$. Sie gewichten diese beiden Stellen jeweils mit dem Einheitsgewicht "1", allerdings mit entgegengesetzten Vorzeichen. Allen anderen Stellen kommt jeweils das Nullgewicht zu. Beispielsweise werden die beiden Stellen s_1 und s_2 betrachtet, die zwei atomare Aussagen A_1 bzw. A_2 repräsentieren. Beide Aussagen gehören jeweils zu einem komplementären Literalpaar $(A_1,\neg A_1)$ bzw. $(A_2,\neg A_2)$ in den Klauseln $K_i \Leftrightarrow A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_n$ und $K_q \Leftrightarrow \neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \ldots \vee \neg A_n$. Für die beiden komplementären Stellen s_1 und s_2 existieren die nicht-trivialen S-Invarianten $\underline{s}_{h.1}^{tr}=(+1,-1,0,\ldots 0)$ und $\underline{s}_{h.2}^{tr}=(-1,+1,0,\ldots 0)$. Da das Netztheorem infolge dieser S-Invarianten nicht erfüllt ist, darf die Netzreduktion nicht ausgeführt werden. Folglich scheidet die äquivalente Resolventenbildung für das betrachtete Klauselpaar mit mindestens zwei komplementären Literalpaaren aus.

Heterogene Klauselpaare werden durch Netzmodelle repräsentiert (Abb. 12), die nicht nur die Subnetz-, sondern auch die Aktivierungsbedingung des Netztheorems verletzen. Auch hier existiert eine semi-positive T-Invariante $\underline{t}_h$ mit $\underline{t}_h^{tr}=(1,1)$ für die beiden Transitionen t_i und t_q. Abermals besitzt das charakteristische Subnetz SN_h zumindest zwei nicht-triviale S-Invarianten $\underline{s}_{h1}$ und $\underline{s}_{h.2}$. Sie gewichten jeweils ein Paar komplementärer Stellen mit dem Einheitsgewicht gleichen Vorzeichens, während alle anderen Stellen des Netzes das Nullgewicht erhalten. Z.B. existieren für die beiden komplementären Stellen s_1 und s_2 aus Abb. 12 zwei nicht-triviale S-Invarianten mit $\underline{s}_{h.1}^{tr}=(+1,+1,0\ldots,0)$ und $\underline{s}_{h.2}^{tr}=(-1,-1,0\ldots,0)$.

---

182) Falls die beiden Klauseln K_i und K_q - entgegen der eingangs getroffenen vereinfachenden Voraussetzung - über weitere, aber nicht-komplementäre Literale verfügen, so bleiben die Stellen s_j, welche die atomaren Aussagen A_j aus jenen Literalen repräsentieren, erhalten. Die adjazenten Kanten, die diese Stellen zuvor mit jeweils genau einer der beiden Transitionen t_i und t_q verbanden, sind nun die unveränderten Ein- oder Ausgangskanten der einen neuen Transition $t_{i.q}$, welche die Resolvente $K_{i.q}$ der beiden Klauseln K_i und K_q repräsentiert. Das Netzmodell des Klauselpaars (K_i,K_q) bleibt also bei der Netzreduktion, die mit der Resolventenbildung äquivalent ist, hinsichtlich aller nicht-komplementären Literale - abgesehen von der Verschmeltung der Transitionen t_i und t_q zur neuen Transition $t_{i.q}$ - unverändert.

Dies reicht schon aus, um gegen das Netztheorem zu verstoßen. Hinzu kommt aber, daß beide Schaltfolgen $<t_1,t_q>$ und $<t_q,t_1>$ mit dem gemeinsamen Schaltvektor $\underline{t_h}$ unter der Nullmarkierung nicht aktiviert sein können. Folglich verbietet das Netztheorem aus zwei Gründen die Netzreduktion. Daher darf auch nicht die Resolvente aus den beiden repräsentierten Klauseln $K_1 <=> \ldots \vee A_1 \vee \neg A_2 \vee \ldots$ und $K_q <=> \ldots \vee \neg A_1 \vee A_2 \vee \ldots$ gebildet werden.

Mit Hilfe des Netztheorems läßt sich also plausibel belegen, daß eine Klauselresolution beim Vorliegen mehrerer Paare komplementärer Literale ausgeschlossen wird. Eine praktische Anwendung dieses Resultats betrifft Zirkelschlüsse. Eine Komplexaussage A enthält einen logischen Zirkel, wenn sie - zumindest partiell - so in Subjugate transformiert werden kann, daß dieselbe atomare Aussage A_j zugleich Antecedensbedingung als auch Konklusion eines Subjunktionszusammenhangs[183] ist:

$$A_j \rightarrow A_1 \wedge A_1 \rightarrow A_2 \wedge \ldots \wedge A_n \rightarrow A_j$$

Durch Transformation der Subjugate $A_1 -> A_2$ in ihre äquivalente Darstellungsform $\neg A_1 \quad A_2$ läßt sich jeder Zirkelschluß in konjunktiver Normalform notieren als:

$$(\neg A_j \vee A_1) \wedge (\neg A_1 \vee A_2) \wedge \ldots \wedge (\neg A_n \vee A_j)$$

Zwei aufeinanderfolgende Klauseln enthalten jeweils ein komplementäres Literalpaar, z.B. die ersten beiden Klauseln die Literale A_1 und $\neg A_1$. Daher läßt sich die gewöhnliche Resolutionsprozedur für das Vorliegen von je genau einem komplementären Literalpaar rekursiv anwenden. Nach n-1 Schritten resultiert das Konjugat $(\neg A_j \vee A_n) \wedge (\neg A_n \vee A_j)$. Dies ist der bereits oben diskutierte Fall eines heterogenen Klauselpaars. Aufgrund der Verletzung des Netztheorems darf hieraus keine Resolvente mehr gebildet werden. Folglich läßt sich die Leerklausel aus *keinem* logischen Zirkel ableiten. Daher ist jeder Zirkelschluß im aussagenlogischen Sinn konsistent, auch wenn dies der Intuition des "gesunden Menschenverstands" zuwiderlaufen mag. Allerdings wird später aufgezeigt, daß Zirkelschlüsse durchaus auch im formallogischen Sinn als inkonsistent ausgewiesen werden können, falls der Rahmen der Aussagenlogik überschritten wird.

183) Bei einem Subjunktionszusammenhang werden die objektsprachlichen Subjugate $A_1 \rightarrow A_2$ als metasprachliche Ableitungsbeziehungen $A_1 \vdash A_2$ interpretiert. Dies ist grundsätzlich zulässig, weil sich die Semantik von logischen Schlüssen stets in der Syntax von Subjugaten ausdrückenn läßt. (Die Subjugate werden dann allerdings metasprachlich als immer wahr vorausgesetzt, was für objektsprachliche Subjugate nicht der Fall zu sein braucht.) Auch Produktionsregeln aus der Wissensbasis eines Expertensystems besitzen die logische Qualität von metasprachlichen Inferenz- oder Schlußregeln, lassen sich aber objektsprachlich als (immer wahre) Subjugate notieren.

7.2 Prädikatenlogische Aspekte

Bisher wurde unterstellt, daß die Produktionsregeln aus der Wissensbasis eines Expertensystems als aussagenlogische Subjugate formuliert werden. Dies ist aber tatsächlich kaum der Fall. Stattdessen werden die Regeln im allgemeinen auf prädikatenlogischer Basis ausgedrückt[184]. Doch läßt sich die prädikatenlogische Regelformulierung ebenfalls seitens der Netztheorie erfassen. Hierzu muß allerdings - wie eingangs angedeutet - von den einfach strukturierten Stelle/Transition-Netzen zu den komplizierteren Prädikat/Transition-Netzen übergegangen werden. Zugleich eröffnet diese reichhaltigere Repräsentationsweise zusätzliche Erkenntnismöglichkeiten für die Konsistenzüberwachung durch Netzmodelle.

Beispielsweise braucht nicht mehr an der Standardinterpretation von Netzmarkierungen festgehalten zu werden, markierte (unmarkierte) Stellen repräsentierten wahre (falsche) Aussagen. Stattdessen haben z.B. LIU und DILLON angeregt[185], den "Wahrheitswert"[186] einer aussagen- oder prädikatenlogischen Formel durch zwei spezielle Markenarten "y" und "n" auszudrücken. Eine Formel, die durch die Stelle s_j repräsentiert wird, ist genau dann wahr oder gültig (falsch oder ungültig), wenn die Stelle mit einer Marke der Art "y" ("n") markiert ist. Auf diese Weise wird der Wahrheitswert "falsch" nicht mehr durch das Fehlen einer Marke, sondern durch das Vorhandensein einer charakteristischen Markenart ausgedrückt.

Der Verf. hält diesen Ansatz aus drei Gründen für bemerkenswert. Erstens wird Wissen über Wahrheitswerte symmetrisch expliziert: Wahre und falsche Wahrheitswerte erhalten die strukturell gleichartige Repräsentation durch Marken. Zweitens können Netzmodelle auf diese Weise durch unmarkierte Stellen auch das aktuelle Nichtwissen über die Wahrheitswerte der jeweils repräsentierten Aussagen darstellen. Damit wird ihre Ausdrucksmächtigkeit auf eine dreiwertige Logik erweitert. Drittens wird ein Problem der operationalen Semantik beseitigt, das auftritt, wenn Netze dazu dienen, regelbasierte Wissensbasen von Expertensystemen darzustellen. Dann entspricht das Anwenden einer Produktionsregel dem Schalten einer Transition, die diese Regel repräsentiert[187]. Durch das Schalten werden Marken von den Eingangsstellen der Transition abgezogen, so daß die Aussagen, die von diesen Stellen repräsentiert werden, nach der o.a. Standardinterpretation von Netzmarkierungen falsch würden. Dies widerspricht jedoch dem logischen Charakter wahrheitserhaltender Inferenzregeln. Die Anwendung einer Produktionsregel in einem Inferenzprozeß darf die Wahrheit ihrer Antecedensbedingungen nicht aufheben. Mit Hilfe des Markierungskonzepts von LIU und DILLON läßt sich diese fundamentale Anforderung an Inferenzsysteme erfüllen[188].

---

184) Es wird davon abgesehen, ob die Produktionsregeln bereits originär mit Hilfe der Prädikatenlogik (1. Stufe) dargestellt oder erst nachträglich in eine äquivalente prädikatenlogische Formulierung transformiert wurden.

185) Vgl. LIU (1987), S. 121ff., insbesondere S. 122.

186) Strenggenommen beruht die Semantik von prädikatenlogischen Formeln nicht auf Wahrheitswerten, sondern auf Gültigkeitsstati. Um die Diktion nicht zu verkomplizieren, wird nachfolgend vereinfacht auch im prädikatenlogischen Fall von Wahrheitswerten gesprochen.

187) Produktionsregeln besitzen die logische Struktur von Subjugaten. Jedes Subjugat läßt sich als eine zusammengesetzte Klausel darstellen. In einem Netz wird eine Klausel durch eine Transition mit adjazenten kanten und inzidenten Stellen repräsentiert.

188) Vgl. dazu vor allem die exemplarische Produktionsregel-Repräsentation durch das markierte Teilnetz bei LIU (1987), S. 123, Abb. 2.1.

Trotz der vorgenannten Vorzüge wurde die abweichende Markierungsinterpretation in dieser Ausarbeitung nicht berücksichtigt. Denn sie erfordert für die Verwendung unterschiedlicher Markenarten den Übergang zu Prädikat/Transition-Netzen oder ähnlich komplexen Netztypen. Diese wurden hier zugunsten der leichter verständlichen Stelle/Transition-Netze nicht berücksichtigt. Darüber hinaus erfordert der Ansatz von LIU und DILLON die Benutzung von 1-Schleifen, um wahrheitserhaltende Produktionsregeln formulieren zu können[189]. Daraus folgen notwendig unreine Netze, auf die sich LAUTENBACHs Netztheorem grundsätzlich nicht anwenden läßt. Das Netztheorem stellt aber einen zentralen Ansatzpunkt für das hier entfaltete Konsistenz-Monitoring dar.

Wenn Prädikat/Transition-Netze[190] benutzt werden, um die einfache aussagen- durch eine reichhaltigere prädikatenlogische Wissensdarstellung zu ersetzen, muß allerdings geklärt werden, in welchem Ausmaß die Instrumente der Invarianten- und Faktnetzanalyse übertragen werden können. Dies gilt nicht nur für die voranstehend erörterte spezielle Markierungsinterpretation, sondern allgemein für den Übergang von Stelle/Transition- zu Prädikat/Transition-Netzen. Nur die Auswertung von Faktnetzen läßt sich ohne Schwierigkeiten unverändert übernehmen. Die Invariantenanalyse kann zwar grundsätzlich auch auf Prädikat/Transition-Netze angewendet werden. Doch stellt sie sich im allgemeinen Fall als praktisch untauglich heraus, weil die Ermittlung von Invarianten in solchen Netzen erhebliche Probleme bereitet[191]. Daher werden Prädikat/Transition-Netze zumeist mit der Hilfe von Erreichbarkeitsgraphen untersucht[192]. Die Knoten eines solchen Graphen sind - grob gesprochen[193] - alle Markierungen, die von der Ausgangsmarkierung M_0 eines Netzes durch rekursives Anwenden seiner Schaltregel erreicht werden können. Die Kanten repräsentieren die entsprechenden Schaltakte von Transitionen, die beim Übergang zwischen zwei Markierungen ausgeführt werden müssen.

Eine nähere Darlegung der Konstruktions- und Auswertungstechniken für Erreichbarkeitsgraphen würde den hier vorausgesetzten Erkenntnisrahmen weit übersteigen[194]. Insbesondere verlassen sie die mathematische Basis arithmetischer Kalküle, die hier in der Verbindung mit OR-Programmen besonders interessierten. Dennoch wird kurz auf die Erreichbarkeitsanalyse von Prädikat/Transition-Netzen eingegangen, um ihr grundsätzliches Erkenntnispotential für die Konsistenzüberwachung von Wissensbasen

189) Vgl. abermals LIU (1987), S. 123, Abb. 2.1.

190) Prädikat/Transition-Netze werden fortan als pars pro toto für alle Netztypen mit ähnlicher Ausdruckskraft verwendet.

191) Möglichkeiten und Schwierigkeiten der Invariantenanalyse von Prädikat/Transition-Netzen und ähnlich komplexen Netztypen werden eingehender behandelt bei LAUTENBACH (1984), S. 22ff.; LAUTENBACH (1985b), S. 17ff.

192) Auch die Untersuchungen von LIU (1987), S. 125ff., über die Konsistenz (und Vollständigkeit) von Wissensbasen, die als eine spezielle Variante von Prädikat/Transition-Netzen modelliert sind, beruhen auf Erreichbarkeitsgraphen.

193) Die Vergröberung besteht darin, daß von Komplizierungen durch Netze mit unendlichen Mengen erreichbarer Markierungen abgesehen wird. Solche Netze würden zu unendlich vielen Knoten in ihren Erreichbarkeitsgraphen führen. Um dennoch die Erreichbarkeitsanalysen auf endliche Graphen beschränken zu können, werden Überdeckungsgraphen betrachtet. Sie weichen von Erreichbarkeitsgraphen für Netze mit endlichen Markierungsmengen nur in Nuancen ab, die hier nicht weiter von Interesse sind. Für die Analyse der Netzmodelle von aussagenlogischen Problembeschreibungen spielen sie ohnehin keine Rolle, weil diese Netze wegen ihrer endlichen Markenkapazitäten ohnehin immer endliche Mengen erreichbarer Markierungen besitzen.

194) Vgl. zu Techniken der Erreichbarkeitsanalyse REISIG (1986), S. 75ff. (Überdeckungsgraphen); ZELEWSKI (1988), S. 356ff.

anzudeuten. Die Auswertung von prädikatenlogisch fundierten Netzmodellen für regelorientierte Wissensbasen gestattet es, folgende Konsistenzverletzungen im weitesten Sinne aufzudecken[195]:

- widersprüchliche Regeln, die unter den gleichen Antecedensbedingungen angewendet werden können, aber zu Konklusionen führen, welche sich gegenseitig ausschließen;
- zirkulare Regeln, die im Verbund Zirkelschlüsse bilden;
- redundante Regeln, die denselben logischen Sachverhalt mehrfach repräsentieren;
- abundante Regeln, deren Antecedensbedingungen in der überprüften Wissensbasis unter keinen denkmöglichen Umständen erfüllt werden können;
- fehlende Reglen, die notwendig wären, um eine logisch zulässige Konklusion in der betrachteten Wissensbasis tatsächlich abzuleiten.

Widersprüchliche Regeln lassen sich besonders transparent durch die früher eingeführten Fakten zur Repräsentation von Integritätsbedingungen aufdecken. Zu diesem Zweck werden in einer Wissensbasis Sachverhalte, die Konklusionen von Regelanwendungen sein können, sich aber gegenseitig logisch ausschließen, durch Prädikate dargestellt, die niemals gleichzeitig gültig sein dürfen. Diese metasprachliche Ausschlußbeziehung wird im Netzmodell der Wissensbasis durch eine faktische Transition erfaßt. Sie ist die gemeinsame Ausgangstransition der beiden Stellen, welche die vorgenannten Prädikate repräsentieren. Diese Transition ist nur dann tot, die von ihr ausgedrückte Integritätsbedingung wird also nur dann immer erfüllt, wenn kein Schaltakt dieser Transition als Kante im Erreichbarkeitsgraphen enthalten ist.

Zirkulare Regeln stellen strenggenommen keine logischen Widersprüche im Sinne von Kontradiktionen dar. Dennoch können sie in zweifacher Hinsicht als Inkonsistenzquellen betrachtet werden. Erstens ist es möglich, daß Inferenzprozesse in einer Wissensbasis nicht terminieren, weil sie sich in einem zirkularen Regelverbund verfangen (nonterminierende Zirkel). Zweitens kann beim vollständigen Durchlaufen eines Regelzirkels die Belegung der Variablen des Ausgangsprädikats mit Konstanten verändert werden[196]. Dies widerspräche aber der Monotonieprämisse aller klassischen Logikkalküle, daß eine einmal gültige Prädikatsinterpretation im Verlauf von Inferenzprozessen nicht mehr aufgehoben werden darf[197] (nonmonotone Zirkel).

Ein nonterminierender Zirkel läßt sich im Erreichbarkeitsgraphen durch einen Weg nachweisen, der in sich geschlossen ist. Ein nonmonotoner Zirkel kann dagegen keinen geschlossenen Weg bilden. Denn die unterschiedlichen Variablenbelegungen desselben Prädikats führen im Netzmodell zu

---

195) Vgl. dazu auch LIU (1987), S. 124 u. 127ff.

196) Ein anschauliches Beispiel für eine solche Veränderung der Prädikatsbelegung findet sich bei LIU (1987), S. 127 i.V.m. Abb. 4.4 auf S. 129. Allerdings geht es dort nicht um die Belegung von Prädikatsvariablen mit gewöhnlichen objektsprachlichen Konstanten, sondern um die Zuordnung von metasprachlichen Wahrheitswert-Konstanten. Auf ihre spezielle Verwendung im Ansatz von LIU und DILLON wurde bereits oben hingewiesen. Darüber hinaus wird die zirkulare Inkonsistenz von den beiden Autoren noch nicht einmal als solche thematisiert, sondern als Fall konfligierender Regeln behandelt. Schließlich ist bei LIU (1987), S. 127, der fehlerhafte Bezug auf die Stelle "S_4" durch die korrekte Referenz der Stelle "S_6" zu ersetzen.

197) Diese Monotonieeigenschaft stellt eine prädikatenlogische Verallgemeinerung der oben - in aussagenlogischer Diktion - erwähnten Anforderung dar, daß Inferenzprozesse immer wahrheitserhaltend ablaufen müssen. Dies gilt allerdings nur für klassische Logikkalküle, da in neuerer Zeit durchaus auch nonmonotone Kalküle diskutiert werden.

verschiedenen Markierungen derjenigen Stelle, die das betrachtete Prädikat abbildet. Folglich startet und endet der nonmonotone Zirkel im Erreichbarkeitsgraphen in zwei unterschiedlichen Knoten. Dennoch läßt sich auch ein solcher Zirkel aufdecken. Zu diesem Zweck wird die topologische Struktur des Prädikat/Transition-Netzes auf ein Stelle/Transition-Netz mit der gleichen Topologie abgebildet. Darüber hinaus wird im Stelle/Transition-Netz eine Transition genau dann geschaltet, wenn sie auch im Prädikat/Transition-Netz geschaltet wird. Unter diesen Annahmen äußert sich ein nonmonotoner Zirkel des Prädikat/Transition-Netzes im Erreichbarkeitsgraphen des korrespondierenden Stelle/Transition-Netzes als ein in sich geschlossener Weg. Denn die unterschiedlichen Variablenbelegungen sind durch die Netztransformation - ohne Verzerrung der Schaltwege erreichbarer Markierungen - ausgeblendet worden.

Redundante Regeln bedeuten grundsätzlich keine Inkonsistenz, solange die Wissensbasen von Expertensystemen als statische Fakten- und Regelsammlungen behandelt werden. Sobald jedoch dynamische Korrekturen oder Erweiterungen der Wissensbasen zugelassen werden, können Redundanzen zu Inkonsistenzen führen. Falls von redundanten, ursprünglich konsistenten Regeln nur eine echte Teilmenge modifiziert wird, kann das Resultat der Regelveränderung den übersehenen redundanten Regeln widersprechen. Daher wird bei dynamischer Betrachtung die Inkonsistenzvermeidung unterstützt, wenn von vornherein redundante Regeln als solche bekannt sind und infolgedessen stets gemeinsam modifiziert werden. Im Erreichbarkeitsgraphen lassen sich redundante Regeln dadurch nachweisen, daß zwischen zwei Markierungen mehrere Schaltwege existieren, auf denen die erste in die zweite Markierung transformiert wird.

Abundante Regeln drücken nur in dem Sinne Inkonsistenzen aus, als daß sie auf der Metaebene durch ihre Existenz vortäuschen, ihre Konklusionen könnten in der betrachteten Wissensbasis grundsätzlich überprüft werden. Dies ist jedoch unmöglich, weil diese Reglen niemals zur Anwendung gelangen können. Auf jeden Fall blähen sie das Volumen der Wissensbasis auf, ohne einen positiven Beitrag zum Inferenzpotential des zugehörigen Expertensystems zu liefern. Solche abundanten Regeln lassen sich daran erkennen, daß die Schaltakte ihrer zugehörigen Transitionen im Erreichbarkeitsgraphen des Netzmodells nicht enthalten sind.

Fehlende Regeln setzen ein ähnlich weit gefaßtes Inkonsistenzverständnis voraus wie abundante Regeln. Im engeren Sinne bedeutet das Fehlen von Regeln die Unvollständigkeit einer Wissensbasis. Eine Wissensbasis ist unvollständig, wenn das operationale Inferenzpotential eines Expertensystems eine echte Teilmenge des logischen Inferenzpotentials seiner Wissensbasis ist[198], d.h. wenn sich nicht alle logisch zulässigen Schlüsse durch Anwendung seiner Produktionsregeln erzeugen lassen. Das Fehlen von Regeln läßt sich in einem Netzmodell überprüfen, indem Prädikate untersucht werden, von denen bekannt ist, daß ihre Gültigkeit aus der jeweils betrachteten Wissensbasis logisch folgt. Diese gültigen Prädikate werden jeweils durch eine entsprechende Netzmarkierung repräsentiert. Falls diese Markierung im Erreichbarkeitsgraphen des Netzmodells nicht enthalten ist, muß die modellierte Wissensbasis unvollständig sein.

---

198) Dabei wird eine Zweiteilung der Wissensbasis in Regeln und Fakten vorausgesetzt. Fakten sind atomare Prädikate (oder deren Negate), die in der Wissensbasis als gültig bekannt sind. Das logische Inferenzpotential ist die Menge aller Prädikate, die aus den vorgegebenen gültigen Prädikaten durch Anwenden prädikatenlogischer Inferenzkonzepte grundsätzlich abgeleitet werden können. Das operationale Inferenzpotential eines Expertensystems umfaßt dagegen diejenigen Prädikate, die sich aus den vorgegebenen Fakten mit Hilfe seiner Produktionsregeln tatsächlich ableiten lassen. Falls ein Expertensystem in dem Sinne korrekt ist, daß es keine fehlerhaften Inferenzen zuläßt, kann das operationale Inferenzpotential nur eine - echte oder unechte - Teilmenge des logischen Inferenzpotentials sein.

Allerdings läßt sich auf diese Weise nur dann die Unvollständigkeit einer Wissensbasis nachweisen, wenn "geeignete" gültige Prädikate vorgegeben werden. Doch ist es bei praktisch relevanten Wissensbasen im allgemeinen unmöglich, die Menge aller Prädikate zu generieren, die aus ihr logisch gefolgert werden können. Daher läßt sich die Vollständigkeit der Regelbasis eines Expertensystems nicht dadurch nachweisen, daß bezüglich einzelner untersuchter Prädikate keine Unvollständigkeit aufgetreten ist.

Über die voranstehend skizzierten Aspekte des Konsistenz-Monitoring hinaus könnte auch näher erforscht werden, ob die Theorie der Petrinetze Beiträge zur Gestaltung von Inferenzprozessen in Wissensbasen leisten könnte. Ausgangspunkt solcher Überlegungen ist das Netztheorem, das auf einer linearen arithmetischen Reformulierung des Resolutionskonzepts beruht. Auf der Grundlage dieses Resolutionskonzepts wurden seitens der KI-Forschung Algorithmen für das automatische Beweisen von Theoremen implementiert, die im Regelfall auf einer Lösungssuche in vielfach verzweigten logischen Bäumen beruhen. Grundsätzlich bietet es sich an zu untersuchen, ob die Entwicklung automatischer Theorembeweiser dadurch befruchtet werden kann, daß Lösungsalgorithmen für linear-ganzzahlige, homogene Gleichungssysteme aus dem Bereich der Invariantenanalyse von Netzen mit den baumorientierten Suchalgorithmen aus der Erforschung intelligenter Automaten kombiniert werden oder jene Suchalgorithmen ersetzen[199]. Bereits LAUTENBACH hat auf die enge Verzahnung seines Netztheorems mit der KI-Forschung explizit hingewiesen[200].

Ein netzfundierter Beitrag zur Gestaltung von theorembeweisenden Deduktionsautomaten könnte z.B. darin liegen, prädikatenlogische Formeln auf Prädikat/Transition-Netze abzubilden, sofern diese Netze endlich bleiben. Nachdem die endlichen Prädikat/Transition-Netze zu Stelle/Transition-Netzen entfaltet worden sind, läßt sich auf die PASCOLETTIs Algorithmen zurückgreifen, um die Gesamtheit aller T-Invarianten (und der zugehörigen S-Invarianten) zu bestimmen. Diese können benutzt werden, um alle inkonsistenten Belegungen der Variablen der betrachteten Formeln durch Individuen zu identifizieren. In dieser Vollständigkeit liegt ein Vorzug gegenüber den meisten Suchalgorithmen der KI-Forschung für das Resolutionskonzept, die nur eine einzige inkonsistente Individuen-Belegung ermitteln.

Eine Alternative besteht darin, auf die parallelen Algorithmen zur Ermittlung von T-Invarianten zu rekurrieren, die bereits an früherer Stelle angesprochen wurden. Mit ihrer Hilfe kann der Nachweis von T-Invarianten, die LAUTENBACHs Netztheorem erfüllen, in paralleler Weise implementiert werden. Da dieser Invariantennachweis dem Inkonsistenznachweis des Resolutionskonzepts entspricht, liegt es nahe, diese parallelen Invariantennachweise auf parallele Implementierungen von Resolutionsprozeduren zu übertragen. Diese ließen sich wiederum nutzen, um

---

199) Allerdings muß eingeräumt werden, daß die Rückführung des Resolutionskonzepts auf lineare arithmetische Strukturen keine exklusiv netztheoretische Erkenntnis darstellt. Vielmehr wurde sie unabhängig von Petrinetzen auch schon im Rahmen allgemeiner logischer Analysen aufgedeckt; vgl. HOOKER (1988a), S. 45ff.; HOOKER (1988b), S. 219ff.

200) Vgl. LAUTENBACH (1985a), S. 2 u. 32. Dort wird die Brückenfunktion der Petrinetz-Theorie herausgearbeitet, durch das Netztheorem zwischen den theorembeweisenden Deduktionsautomaten der KI-Forschung und Lösungsalgorithmen des Operations Research für linear-ganzzahlige, homogene Gleichungssysteme zu vermitteln. Vgl. darüber hinaus die plastischen Ausführungen zur Wissenserschließung durch Anwendung der Invariantenanalyse auf der Basis des Netztheorems bei FIDELAK (1986a), S. 20ff. Vgl. ebenso die von MAINZ (1984), S. 102ff., insbesondere S. 110ff., skizzierte Möglichkeit, Abfragen in relationalen Datenbanksystemen durch eine netztheoretisch fundierte Resolutionsprozedur zu beantworten, die strukturell der Anwendung des Netztheorems auf Prädikat/Transition-Netze entspricht.

parallele Implementierungen der Programmiersprache PROLOG zu verwirklichen. Denn diese Sprache, die vornehmlich seitens der KI-Forschung eingesetzt wird, beruht in ihrer Kontrollkomponente auf dem Resolutionskonzept. Für parallel arbeitende PROLOG-Übersetzer bestehen zwar schon einige Vorschläge[201], doch ist die Entwicklung diesbezüglich noch nicht konsolidiert, da die meisten ausgereiften Übersetzer zur Zeit sequentiell strukturiert sind.

Schließlich wird auf die Studien von MURATA und MATSUYAMA verwiesen[202]. Sie nutzen allerdings nicht die arithmetische Struktur des Netztheorems aus. Stattdessen verwenden sie ein Ableitungsverfahren, das zwar auf dem Resolutionskonzept aus dem Netztheorem beruht, aber zur Reduzierung von Netzmodellen auf vereinfachte Netzmodelle dient. Dabei werden die Netzreduzierungen derart vorgenommen, daß die Konsistenz oder Inkonsistenz von Netzen bezüglich ihrer Reduktionen invariant erhalten bleibt. Auf dieser Grundlage wird eine Prozedur zur Überprüfung der Gültigkeit prädikatenlogischer Formeln durch sukzessive Netzreduzierungen entwickelt[203]. Auch dieses netzbasierte Reduktionsverfahren ließe sich dahingehend untersuchen, ob es Resolutionsprozeduren der KI-Forschung ergänzen oder ersetzen könnte.

8 Zusammenfassung

Petrinetze stellen eine interessante konzeptionelle Schnittstelle zwischen drei wesentlichen Modellierungsinstrumenten dar. Sie verknüpfen graphische, logische und mathematische Beiträge zur Konstruktion und Analyse von Modellen. Hierbei zeichnen sich Netzmodelle durch zwei charakteristische Vorteile aus.

Einerseits erlaubt ihre graphische Repräsentationsweise, auch umfangreiche Realprobleme hinsichtlich ihrer logischen Aspekte noch relativ[204] kompakt und transparent zu modellieren. Zugleich wird hierdurch die Kommunikation über logische Problemaspekte während der Modellgestaltung und -analyse erleichtert.

Andererseits ermöglicht die weitreichende logische[205] und mathematische[206] Fundierung der Petrinetz-Theorie, Netzmodelle trotz ihrer Anschaulichkeit mit präzisen, leistungsfähigen und automatisch ausführbaren Algorithmen auszuwerten, die überwiegend aus dem Bereich der linearen Arithmetik stammen. Dies gilt allerdings nur hinsichtlich der Konsistenz-Überwachung von Netzmodellen. Die Abstimmung zwischen OR-Programmen und Netzmodellen, die zur Integration der logischen und nicht-logischen Aspekte von Problembeschreibungen wünschenswert wäre, steht dagegen derzeit noch vor erheblichen Konzeptions- und Effizienzproblemen.

---

201) Vgl. z.B. ONAI (1985), S. 198ff.; WESTPHAL (1986), S. 234ff.

202) Vgl. MURATA (1988), S. 73ff.

203) Vgl. MURATA (1988), S. 84ff.

204) Bezugspunkt ist die Verwendung von Logikvariablen und zusätzlichen Restriktionen bei konventionellen OR-Programmen.

205) Gemeint ist hiermit das Resolutionskonzept als logische Basis von LAUTENBACHs Netztheorem.

206) Dies erstreckt sich vor allem auf das arithmetische Kalkül der Invariantenanalyse einschließlich seiner speziellen Algorithmen für die Invariantenermittlung und seiner allgemeinen Lösungsalgorithmen für linear-ganzzahlige Gleichungssysteme.

Literaturverzeichnis

AZEMA,P., G. JUANOLE, E. SANCHIS u. M. MONTBERNARD: Specification and Verification of Distributed Systems Using Prolog Interpreted Petri Nets, in: o.V.: Proceedings of the IEEE Software Engineering Conference 1984, o.O. (New York) 1984, S. 510-518.

BIBEL,W.: Automated Theorem Proving, Braunschweig - Wiesbaden 1982.

BITZ,M.: Die Strukturierung ökonomischer Entscheidungsmodelle, Wiesbaden 1977.

BONCZEK,R.H., C.W. HOLSAPPLE u. A.B. WHINSTON: A Generalized Decision Support System Using Predicate Calculus and Network Data Base Management, in: Operations Research, Vol. 29 (1981), S. 263-281.

BOOS,J.: Lokalisierung von Meßstellen für ein Informations-System zur Energiebewirtschaftung in industriellen Betrieben - Entwicklung eines OR-Modells mit einem Lösungsvorschlag -, Arbeitsbericht 1/1986 am Seminar für (Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und) Fertigungswirtschaft der Universität Köln, Köln 1986.

BULLERS,W.I., S.Y. NOF u. A.B. WHINSTON: Artificial Intelligence in Manufacturing Planning and Control, in: AIIE Transactions, Vol. 12 (1980), S. 351-363.

CHANG,C.-L. u. R.C.-T. LEE: Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving, New York - London 1973.

ELLINGER,T.: Operations Research - Eine Einführung, 2. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1985.

FELDBRUGGE,F.: Petri Net Tool Overview 1986, in: Brauer,W., Reisig,W. u. G. Rozenberg (Hrsg.): Petri Nets: Central Models and Their Properties, Advances in Petri Nets, Part I, Proceedings of an Advanced Course, 8.-19.09.1986 in Bad Honnef, Lecture Notes in Computer Science 255, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1987, S. 20-61.

FIDELAK,M.: Wissensdarstellung und -verarbeitung auf der Basis von Petri-Netzen, Diplomarbeit, Fachbereich Informatik, Universität Bonn, Bonn 1986 (a).

FIDELAK,M.: Petri-Netze - Eine formale Sprache zur Wissensrepräsentation, in: Rundbrief des Fachausschusses 1.2 Künstliche Intelligenz & Mustererkennung in der Gesellschaft für Informatik, Nr. 43 (1986), S. 32-38 (b).

FIDELAK,M.: Petri Nets for Logical Representation, in: Chorafas,D.N. u. A.J. Rowe (Hrsg.): Proceedings of the 1st International Symposium on Artificial Intelligence and Expert Systems, 18.-22.05.1987 in Berlin, o.O. o.J. (1987), Part A, S. 95-116.

FORREST,J.J.H., J.P.H. HIRST u. J.A. TOMLIN: Practical Solution of Large Mixed Integer Programming Problems with UMPIRE, in: Management Science, Vol. 20 (1974), S. 736-773.

GABRIEL,R.: Optimierungsmodelle bei logischen Verknüpfungen - Modellaufbau und Modellösung von Mixed-Integer-Problemen bei qualitativen Anforderungen, München 1982.

GENRICH,H.J., K. LAUTENBACH u. P.S. THIAGARAJAN: Elements of General Net Theory, in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19.10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 21-163.

GENRICH,H.J. u. K. LAUTENBACH: System Modelling With High-Level Petri Nets, in: Theoretical Computer Science, Vol. 13 (1981), S. 109-136.

GIORDANA,A. u. L. SAITTA: Modeling Production Rules by Means of Predicate Transition Networks, in: Information Sciences, Vol. 35 (1985), S. 1-41.

HOOKER,J.N.: A Quantitative Approach to Logical Inference, in: Decision Support Systems, Vol. 4 (1988), S. 45-69 (a).

HOOKER,J.N.: Generalized Resolution and Cutting Planes, in: Annals of Operations Research, Vol. 12 (1988), S. 217-239 (b).

ITZINGER,O.: Methoden der maschinellen Intelligenz, München - Wien 1976.

JANTZEN,M. u. R. VALK: Formal Properties of Place/ Transition Nets, in: Brauer,W. (Hrsg.): Net Theory and Applications, Proceedings of the Advanced Course on General Net Theory of Processes and Systems, 8.-19. 10.1979 in Hamburg, Lecture Notes in Computer Science 84, Berlin - Heidelberg - New York 1980, S. 165-212.

JOHÄNNTGEN-HOLTHOFF,M.: Entscheidungsmodell der Jahresabschlußgestaltung für Publikumsaktiengesellschaften, Dissertation, Universität Köln 1985, Witterschlick/Bonn 1986.

KERN,W.: Operations Research - Einführung und Überblick, 6. Aufl., Stuttgart 1987.

KOWALSKI,R.: Logic Programming, in: Mason,R.E.A. (Hrsg.): Information Processing 83, New York 1983, S. 133-145.

LAUTENBACH,K. u. A. PAGNONI: On the Various High-Level Petri Nets and their Invariants, in: Special Interest Group "Petri Nets and Related System Models" der Gesellschaft für Informatik, Newsletter 16 (1984), S. 20-36.

LAUTENBACH,K.: On Logical and Linear Dependencies, Arbeitspapiere der GMD (Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn) Nr. 147, Sankt Augustin 1985 (a).

LAUTENBACH,K. u. A. PAGNONI: Invariance and Duality in Predicate/Transition Nets and in Coloured Nets, Arbeitspapiere der GMD (Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn) Nr. 132, Sankt Augustin 1985 (b).

LAUTENBACH,K.: Linear Algebraic Techniques for Place/Transition Nets, in: Brauer,W., Reisig,W. u. G. Rozenberg (Hrsg.): Petri Nets: Central Models and Their Properties, Advances in Petri Nets, Part I, Proceedings of an Advanced Course, 8.-19.09.1986 in Bad Honnef, Lecture Notes in Computer Science 254, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1987, S. 142-167.

LAUX,H.: Entscheidungstheorie - Grundlagen, Berlin - Heidelberg - New York 1982.

LEVI,G.: Logic Programming: The Foundations, the Approach and the Role of Concurrency, in: de Bakker,J.W., W.P. de Roever u. G. Rozenberg (Hrsg.): Current Trends in Concurrency - Overviews and Tutorials, Lecture Notes in Computer Science 224, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo 1986, S. 396ff.

LIU,N.K. u. T. DILLON: Detection of consistency and completeness in expert systems using Numerical Petri Nets, in: Gero,J.S. u. R. Stanton (Hrsg.): Artificial Intelligence Developments and Applications, Edited Selection of Papers to the Australian Joint Artificial Intelligence Conference, 02.-04.11.1987 in Sydney, Amsterdam - New York - Oxford - Tokyo 1987, S. 119-134.

MAINZ,U.: Netztheoretische Repräsentation prädikatenlogischer Bgriffe und Methoden, Diplomarbeit, Institut für Informatik, Universität Bonn, Bonn 1984.

MÜLLER-MERBACH,H.: The Future of Operational Research - Under the Light of the 5th Generation Computers, Paper presented at the Annual Conference of APDIO, Portugal, April 1984, Kaiserslautern 1984.

MURATA,T. u. K. MATSUYAMA: Inconsistency Check of a Set of Classes using Petri Net Reductions, in: Journal of the Franklin Institute, Vol. 325 (1988), No. 1, S. 73-93.

NEUMANN,K.: Operations-Research-Expertensysteme - Wissenstransfer für die klein- und mittelständische Industrie, in: Henn,R. (Hrsg.): Technologie, Wachstum und Beschäftigung - Festschrift für Lothar Späth, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo 1987, S. 264-273.

OBERWEIS,A.: Checking Database Integrity Constraints while Simulating Information System Behaviour, in: o.V.: Application and Theory of Petri Nets, 9th European Workshop, 22.-24.06.1988 in Venedig, o.O. 1988, Vol. I, S. 299-308.

ONAI,R., M. ASO, H. SHIMIZU, K. MASUDA u. A. MATSUMOTO: Architecture of a Reduction-Based Parallel Inference Machine: PIM-R, in: New Generation Computing, Vol. 3 (1985), S. 197-228.

PASCOLETTI,K.-H.: Diophantische Systeme und Lösungsmethoden zur Bestimmung aller Invarianten in Petri-Netzen, Dissertation, Universität Bonn, Bonn 1985.

REISIG,W.: Petrinetze - Eine Einführung, 2. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1986.

REISIG,W.: Place/Transition Systems - Fundamentals, in: Brauer,W., Reisig,W. u. G. Rozenberg (Hrsg.): Petri Nets: Central Models and Their Properties, Advances in Petri Nets, Part I, Proceedings of an Advanced Course, 8.-19.09.1986 in Bad Honnef, Lecture Notes in Computer Science 254, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1987, S. 116-141.

ROBINSON,J.A.: A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle, in: Communications of the ACM, Vol. 12 (1965), S. 23-41.

SIEKMANN,J.H.: Unification Theory, in: du Boulay,B., Hogg,D. u. L. Steels (Hrsg.): Advances in Artificial Intelligence - II, Seventh European Workshop on Artificial Intelligence, ECAI-86, 20.-25.06.1986 in Brighton, Amsterdam - New York - Oxford - Tokyo 1987, S. 365-400.

STEGMÜLLER,W.: Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie, Bd. I: Erklärung - Begründung - Kausalität, 2. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York 1983.

THIELER-MEVISSEN,G.: Vollständigkeit und Korrektheit des netztheoretischen Kalküls für die Aussagenlogik, interner Bericht 04/75-5-9, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1975.

THIELER-MEVISSEN,G.: The Petri Net Calculus of Predicate Logic. interner Bericht ISF-76-09, Institut für Systemforschung, Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung mbH/Bonn, Sankt Augustin 1977.

THORNTON,P.: Expert Systems - The Challenge for OR, in: Ohse,D., A.C. Esprester, H.-U. Küpper, P. Stähly u. H. Steckhan (Hrsg.): Operations Research Proceedings 1984, DGOR - Vorträge der 13. Jahrestagung, 12.-14.09.1984 in Sankt Gallen, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1985, S. 277-284.

WESTPHAL,H.: Eine Beurteilung paralleler Modelle für Prolog, in: Hommel,G. u. S. Schindler (Hrsg.): GI - 16. Jahrestagung I: Informatik-Anwendungen - Trends und Perspektiven, Proceedings, 6.-10.10.1986 in Berlin, Informatik-Fachberichte 126, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo 1986, S. 227-240.

WHITEHEAD,A.N. U. B. RUSSEL: Principia Mathematica, Vol. 1, 2. Aufl., Cambridge (Großbritannien) 1925.

WILLIAMS,H.P.: Model Building in Mathematical Programming, 2. Aufl., Chichester - New York - Brisbane - Toronto - Singapore 1985.

ZELEWSKI,S.: Das Leistungspotential der Künstlichen Intelligenz - eine informationstechnisch-betriebswirtschaftliche Analyse, Bd. 1-3, Dissertation, Universität Köln 1985, Witterschlick/Bonn 1986.

ZELEWSKI,S.: Netztheoretische Fundierung von parallelen Algorithmen zur Bestimmung von Lösungen für linear-ganzzahlige OR-Modelle ohne Extremalziele, in: Angewandte Informatik, 30. Jg. (1988), S. 352-362.

ZELEWSKI,S.: Komplexitätstheorie - als Instrument zur Klassifizierung und Beurteilung von Problemen des Operations Research, Braunschweig - Wiesbaden 1989.

ZISMAN,M.D.: Use of Production Systems for Modeling Asynchronous, Concurrent Processes, in: Waterman,D.A. u. F. Hayes-Roth (Hrsg.): Pattern-Directed Inference Systems, Orlando - San Diego - ... - Sydney - Tokyo 1978, S. 53-68.

Verzeichnis der Arbeitsberichte des
Seminars für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre,
Industriebetriebslehre und Produktionswirtschaft der
Universität zu Köln
(bis Sommer 1986: Seminar für Allgemeine
Betriebswirtschaftslehre und Fertigungswirtschaft)

Nr. 1: ZELEWSKI, STEPHAN: Entscheidungsmodelle zur Verschrottung von Fertigungshilfsmitteln, Köln 1984.

Nr. 2: KERN, WERNER; ZELEWSKI, STEPHAN: Ein Zuordnungsmodell für Meßgeräte in Energie-Informations-Systemen, Köln 1985.

Nr. 3: KERN, WERNER; PETERS, ULRICH: Energiebewirtschaftung in industriellen Betrieben - Bericht über eine Befragung, Köln 1985.

Nr. 4: BOOS, JOCHEN: Lokalisierung von Meßstellen für ein Informations-System zur Energiebewirtschaftung in industriellen Betrieben - Entwicklung eines OR-Modells mit einem Lösungsvorschlag -, Köln 1986.

Nr. 5: ZELEWSKI, STEPHAN: Ansätze der Künstlichen Intelligenz-Forschung zur Unterstützung der Netzplantechnik, Köln 1986.

Nr. 6: ZELEWSKI, STEPHAN: Schnittstellen bei betrieblichen Informationssystemen - eine Darstellung aus systemtheoretischer und betriebswirtschaftlicher Sicht -, Köln 1986.

Nr. 7: ZELEWSKI, STEPHAN: Konzepte für Frühwarnsysteme und Möglichkeiten zu ihrer Fortentwicklung durch Beiträge der Künstlichen Intelligenz, Köln 1986.

Nr. 8: ZELEWSKI, STEPHAN: Das Konzept der unscharfen Mengen unter besonderer Berücksichtigung ihrer linguistischen Interpretation - eine Lösung für unscharfe Probleme? -, Köln 1986.

Nr. 9: ZELEWSKI, STEPHAN: Der tau-Wert: Aspekte eines neueren spieltheoretischen Ansatzes zur fairen Preisbildung aus kostenrechnerischer Perspektive, Köln 1986.

Nr. 10: ZELEWSKI, STEPHAN: Competitive Bidding aus der Sicht des Ausschreibers - ein spieltheoretischer Ansatz -, Köln 1986.

Nr. 11: ZELEWSKI, STEPHAN: Netztheoretische Ansätze zur Konstruktion und Auswertung von logisch fundierten Problembeschreibungen, Köln 1986.

Nr. 12: ZELEWSKI, STEPHAN: Netztheoretische Fundierung von parallelen Algorithmen für die Lösung linear-ganzzahliger OR-Modelle, Köln 1986.

Nr. 13: ZELEWSKI, STEPHAN: Intelligente Informationsbanksysteme - benutzerfreundliche Instrumente für die Informationsvermittlung? -, Köln 1986.

Nr. 14: ZELEWSKI, STEPHAN: Komplexitätstheorie - ihr Beitrag zur Klassifizierung und Beurteilung von Problemen des Operations Research -, Köln 1986.

Nr. 15: ZELEWSKI, STEPHAN: Der Informationsbroker, Köln 1986.

Nr. 16: ZELEWSKI, STEPHAN: Soziale Verantwortbarkeit von Technologien, Köln 1986.

Nr. 17: ZELEWSKI, STEPHAN: Expertensysteme - Übersicht über Konzeptionen und betriebswirtschaftliche Anwendungsmöglichkeiten -, Köln 1986.

Nr. 18: ZELEWSKI, STEPHAN: Das Leistungspotential der Künstlichen Intelligenz für Industrieanwendungen - Ein Überblick -, Köln 1987.

Nr. 19: ZELEWSKI, STEPHAN: Expertensysteme im "Büro der Zukunft" - Ein Überblick über Anwendungsperspektiven und Bewertungsaspekte -, Köln 1987.

Nr. 20: KUMMER, SEBASTIAN: Computerunterstützung schöpferischer Forschungs- und Entwicklungsaktivitäten, Köln 1987.

Nr. 21: ZELEWSKI, STEPHAN: Betriebswirtschaftliche Aspekte des industriellen Einsatzes von Expertensystemen - Anwendungsmöglichkeiten und Bewertung -, Köln 1988.

Nr. 22: ZELEWSKI, STEPHAN: Expertensysteme für Prozeßplanung und -steuerung in der Fabrik der Zukunft - Ein Überblick über Konzepte und erste Prototypen -, Köln 1988.

Nr. 23: ZELEWSKI, STEPHAN: Expertensysteme zur Sicherung der Betriebsbereitschaft in der Fabrik der Zukunft, Köln 1988.

Nr. 24: ZELEWSKI, STEPHAN: Ansätze zur Bewertung des Einsatzes Künstlicher Intelligenz in Industrieunternehmungen - aus produktiver und sozialer Sicht -, Köln 1988.

Nr. 25: HÖLSCHER, ANDREAS: Unterstützung der Forschung und Entwicklung in der Pharmaindustrie durch externe Informationen - Möglichkeiten und Grenzen -, Köln 1988.

Nr. 26: SCHRÖDER, HANS-HORST: Entwicklungsstand und -tendenzen bei PPS-Systemen, Köln 1989.

Nr. 27: ZELEWSKI,STEPHAN: Eine Metakritik an der Kritik konventioneller Rationalitätsauffassungen durch kulturwissenschaftlich fundierte Konzepte praktischer und prozeduraler Rationalität, Köln 1989.

Nr. 28: ZELEWSKI,STEPHAN: Petrinetze für die Konstruktion und Konsistenzanalyse von logisch orientierten Problembeschreibungen, Köln 1989.